

qués par les oscillations de nutations - en position moyenne perpendiculaires l'un par rapport à l'autre, l'axe de la figure décrit un cône pointu légèrement elliptique dont l'axe reste fixe par rapport à l'espace. Cet axe est l'axe cinétique. Si on renouvelle maintenant cette expérience avec le cadre intérieur incliné, on constate que l'axe du cône de nutation ne conserve pas sa direction par rapport à l'espace. Au contraire, il dérive pour une position inclinée constante du cadre intérieur, de telle sorte qu'une rotation lente du système autour de l'axe extérieur du cadre se superpose au mouvement de nutation.

Si on modifie dans cette expérience l'inertie du cadre (par apposition de poids additionnels), la vitesse de rotation du gyroscope, l'amplitude de nutation et la position d'inclinaison, il en résulte que la dérive s'effectue plus rapidement pour:

1. des cadres à Cardan lourds
2. une vitesse de rotation plus élevée
3. une amplitude plus grande des oscillations de nutation et
4. une inclinaison moyenne croissante  $\beta_0$  du cadre intérieur (mesurée par rapport à la position normale horizontale).

Une théorie plus précise, que l'on peut trouver sous les N°9 et 10 des travaux indiqués dans la nomenclature bibliographique, permet de connaître aussi l'influence quantitative de ces grandeurs.

Il faut aussi mentionner que des phénomènes de dérive correspondants, peuvent non seulement être produits par la présence de nutation mais aussi par des oscillations d'autres sortes. Le gyroscope peut par exemple être précessionné par des couples perturbateurs périodiques dus aux balourds du rotor ou des secousses de son support. Enfin des dérives peuvent même se produire avec un axe de la figure du rotor non oscillant, lorsque le support de base - et par conséquent aussi les cadres à Cardan - exécutant des oscillations rotatives.

Les phénomènes de dérive peuvent être expliqués en les assimilant à un **effet redresseur** car l'inertie du cadre combinée aux conditions particulières du mouvement du système à Cardan effectue un redressement partiel des oscillations se propageant de part de d'autre.

La compréhension en est facilitée en sachant que l'effet d'inertie des cadres dépend de la position inclinée du cadre intérieur. Observons pour cela les deux croquis de la fig. 21. Ils montrent le dispositif à Cardan dans deux positions différentes. Lorsque l'axe du rotor parcourt un cône circulaire, de sorte qu'un point de cet axe décrit le cercle dessiné en pointillé, le cadre intérieur exécute nécessairement une rotation d'un déplacement angulaire  $\beta$  et le cadre extérieur un déplacement angulaire  $\alpha$ . Dans le cas de mouvements à faible amplitude et d'un cadre intérieur horizontal en position moyenne (figure de gauche) les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont iden-

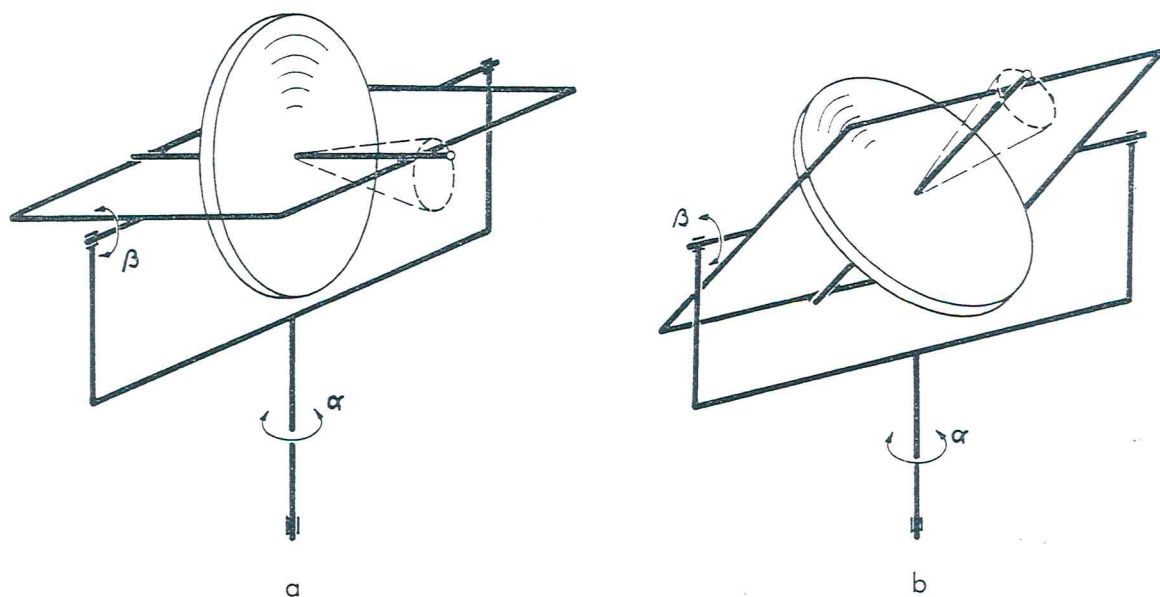


Fig. 21. Pour l'explication de la dérive cinétique d'un gyroscope à Cardan.

tiques. Toutefois, si en position inclinée du cadre, on devait décrire un cône circulaire de même dimension, nécessairement le cadre extérieur devra tourner plus vite que le cadre intérieur et  $\alpha$  devient donc plus grand que  $\beta$ . On peut facilement comprendre ces propriétés purement géométriques, en faisant pivoter l'axe du rotor du modèle, suivant un cône, avec différentes positions inclinées du cadre intérieur. Comme le cadre extérieur doit parcourir un plus grand chemin si le cadre intérieur est incliné, son inertie se répercute plus fortement. La contribution, que fournit le cadre extérieur à l'inertie du système global, croit donc avec l'inclinaison du cadre intérieur. Exprimé d'une autre façon: Le moment d'inertie effectif  $J_{\text{eff}}$  augmente avec la croissance de l'inclinaison (fig. 22). On désigne, dans ce cas, par moment d'inertie effectif, la moyenne géométrique des deux moments d'inertie  $J_x$  et  $J_y$ .

$$J_{\text{eff}} = \sqrt{J_x J_y}. \quad (5)$$

Cette expression a déjà été utilisée dans le chapitre 2.2, pour la formule (4) relative à la fréquence de nutation. Comme nous savons que  $J_{\text{eff}}$  augmente avec l'inclinaison croissante  $\beta_0$  suivant la courbe de la fig. 22, nous nous apercevons en même temps que la fréquence de nutation  $\omega_n$  devient plus petite avec un  $\beta_0$  croissant. Cette constatation peut, elle aussi, être facilement démontrée par des expériences sur le modèle.

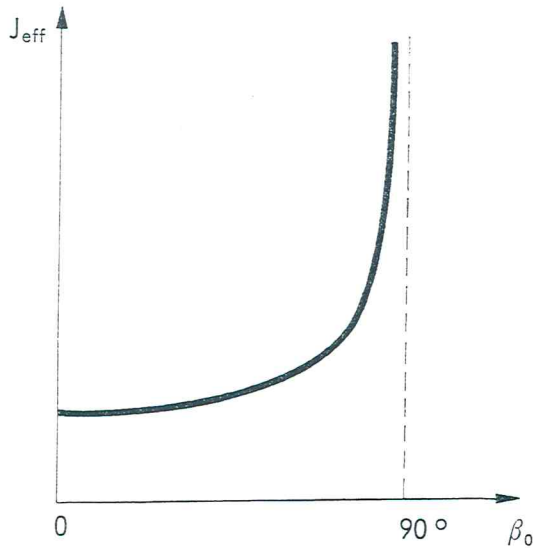


Fig. 22. Le moment d'inertie effectif d'un gyroscope à Cardan pour différentes inclinaisons  $\beta_0$  du cadre intérieur.

La dépendance de la fréquence de nutation de  $\beta_0$  a pour conséquence que la tranquillité de marche d'un gyroscope ne dépend non seulement (comme montré au chapitre 2.4) des moments d'inertie du système global, mais aussi de l'inclinaison du cadre intérieur. Si les moments d'inertie du système global sont choisis de telle sorte que la fréquence de nutation  $\omega_n$  avec un cadre intérieur horizontal est plus grande que la fréquence de rotation  $\omega$  du rotor, il en résulte nécessairement (comme  $\omega_n$  devient plus petit avec  $\beta_0$  croissant) que pour une inclinaison déterminée  $\beta_0$  on obtienne  $\omega_n = \omega$ . Mais ceci correspond une nouvelle fois au cas de résonance déjà traité précédemment. Des balourds résiduels du rotor peuvent en outre produire des vibrations forcées de grandeurs appréciables. Pour mieux montrer cet effet dans l'expérience, on peut, si besoin est, augmenter le déséquilibre (le balourd) du rotor en y collant un peu de plastiline. Le modèle doit être utilisé sans poids additionnel dans cette expérience.

On a dit précédemment qu'il ne se produit pas de dérive cinétique avec un cadre intérieur en position moyenne horizontale. Evidemment ceci n'est valable que pour un gyroscope à Cardan avec cadre intérieur symétrique. Tel est le cas avec notre modèle. Exprimé en d'autres termes plus précis: ceci est toujours vrai, lorsque l'axe de la figure est en même temps axe d'inertie principal du cadre intérieur. Si tel n'est pas le cas, il peut se produire des dérives cinétiques même en position normale pour  $\beta_0 = 0$ . Par conséquent, dans les constructions d'appareils gyroscopiques particulièrement précis, il faut concevoir le cadre intérieur d'une façon appropriée et l'équilibrer le cas échéant aussi dynamiquement, permettant ainsi à l'axe de la figure de devenir axe d'inertie principal du cadre intérieur.

### b) Le gyroscope à Cadran lourd

Dans le chapitre 2.5 nous avons désigné par pendule gyroscopique, un gyroscope dont le centre de gravité se trouve sur l'axe de la figure mais ne coïncidant pas



avec le point de soutien. Ceci s'obtient facilement sur le modèle en apposant sur un seul côté un poids et en mettant l'axe du cadre intérieur en position horizontale (fig. 18). Dans les essais décrits pour ce cas de figure, l'inertie du cadre n'est pas sans effet sur le gyroscope sans toutefois être très importante. Uniquement par fort basculement en dehors de la position normale du cadre intérieur, cet effet peut devenir important et peut produire finalement dans le cas extrême où  $\beta_0 \approx 90^\circ$ , c.à.d. lorsque les plans des deux cadres sont près de se superposer, des phénomènes tout nouveaux. Nous voulons analyser ceci de plus près et pour cette raison étudier le pendule gyroscopique avec cadre extérieur à axe vertical.

Nous utilisons le modèle en position normale et nous fixons un des poids additionnels sur le cadre intérieur. Le rotor étant immobile, les plans des deux cadres coïncident dans la position d'équilibre. Si le poids se trouve en bas, le pendule est statiquement stable, s'il se trouve en haut, la position d'équilibre devient instable. On doit s'attendre conformément aux résultats du chapitre 2.5 que la position d'équilibre haute et instable peut être rendue stable par un moment cinétique assez important du gyroscope. Ceci est effectivement le cas, toutefois, il est nécessaire qu'une condition complémentaire soit remplie, laquelle n'est pas importante pour le pendule gyroscope normal: La présence de mouvement du système à Cardan n'est pas arbitraire, au contraire la vitesse de rotation  $\dot{\alpha}$  du cadre extérieur autour de l'axe du cadre extérieur doit se trouver entre deux limites exactement calculables  $\dot{\alpha}_1$  et  $\dot{\alpha}_2$ :

$$\dot{\alpha}_1 < \dot{\alpha} < \dot{\alpha}_2 . \quad (6)$$

Les calculs détaillés que l'on peut trouver dans l'article cité sous le N°11 du répertoire bibliographique, montrent que les deux valeurs limites  $\dot{\alpha}_1$  et  $\dot{\alpha}_2$  sont positives avec un poids placé en partie supérieure. Ceci signifie que le système même avec un moment cinétique très grand ne peut être stabilisé que lorsqu'on donne au système à Cardan un moment cinétique propre autour de l'axe de Cardan extérieur tel que cette condition (6) soit remplie. Dans ce but le cadre extérieur doit être lancé dans le sens de rotation du gyroscope. On peut facilement constater que le gyroscope ne conserve pas sa position verticale après sa libération quand le cadre extérieur ne tourne pas ( $\dot{\alpha} = 0$ ), mais qu'il exécute le plus souvent un mouvement mitigé de nutation et de précession autour de la position d'équilibre. Par contre, après une percussion appropriée de lancement du cadre extérieur, l'axe gyroscopique reste, dans le sens de la rotation du gyroscope, absolument immobile dans sa position verticale. Lorsque le rotor n'est pas lancé trop fortement, on peut facilement montrer que le système devient de nouveau instable lorsque le cadre extérieur a été percuté trop brutalement. La percussion dans le sens contraire à la rotation du gyroscope engendre un comportement, également, instable.



Ce qui est nouveau et étonnant c'est que la position d'équilibre inférieure, statiquement stable du pendule gyroscope n'est plus, pour tous les cas, dynamiquement stable. Avec le poids fixé en position basse, la vitesse limite inférieure  $\dot{\alpha}_1$  devient négative, tandis que la vitesse limite supérieure  $\dot{\alpha}_2$  continue à rester positive. On peut conclure que le système reste stable dans tous les cas, avec un cadre extérieur en position immobile. Toutefois, une instabilité peut se produire en percutant le cadre extérieur suffisamment fortement dans le sens de la rotation du gyroscope (le mieux avec un rotor tournant lentement) ou en faisant tourner le cadre extérieur dans le sens contraire à la rotation du gyroscope.

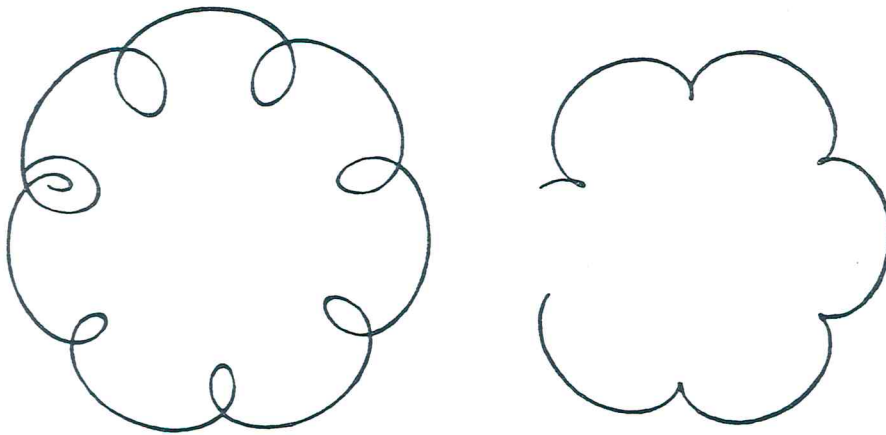


Fig. 23. Courbe de la trajectoire du sommet d'un gyroscope à Cardan, poids en haut.

Si l'on écarte un peu l'axe du gyroscope de sa position verticale, il se produit des mouvements qui suivant les conditions d'origine ont des caractéristiques différentes. La fig. 23 montre deux enregistrements de pendules gyroscopiques avec le poids placé en partie supérieure. Les deux relevés de la fig. 24 proviennent d'un pendule avec le poids placé dans le bas. On peut obtenir des relevés de ce type - ainsi que des variations multiples - si on fixe sur un palier d'appui du rotor du cadre intérieur une ampoule à source lumineuse ponctuelle et en photographiant les mouvements de ce point lumineux par le dessus.

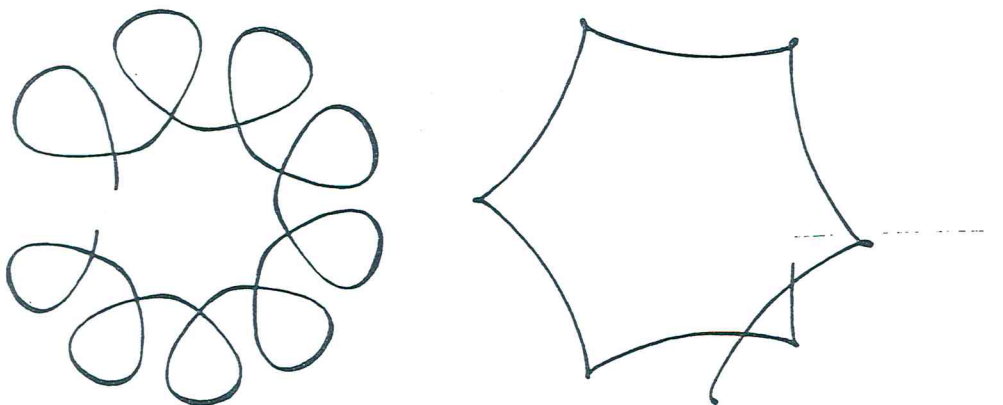


Fig. 24. Courbe de la trajectoire du sommet d'un gyroscope à Cardan, poids en bas.

### 3. LE GYROSCOPE ASYMETRIQUE

Si un gyroscope possède un ellipsoïde d'inertie avec trois axes principaux différents entre-eux, on dit qu'il est asymétrique. Le gyroscope asymétrique possède donc trois grands moments d'inertie principaux différents. Malgré que le gyroscope asymétrique ne joue pas un rôle particulier dans les applications techniques du gyroscope, nous allons le traiter ci-après non seulement pour son comportement particulièrement intéressant et attirant mais avant tout parce qu'il se prête bien pour approfondir nos connaissances générales des phénomènes gyroscopiques.

Pour l'exécution des expériences avec le gyroscope asymétrique nous disposons les poids-disques comme indiqué sur la figure 75: On fixe deux poids-disques sur le même secteur, mais un de part et d'autre des faces du disque. Nous rappelons expressément que pour toutes les expériences avec le gyroscope asymétrique un lancement à la main est suffisant, un entraînement trop rapide du gyroscope asymétrique, particulièrement à l'aide de la manivelle d'entraînement peut devenir dangereux et détruire l'appareil. En outre, les phénomènes gyroscopiques sont plus facilement observables avec un gyroscope tournant lentement.

#### 3.1 Les précessions

Le gyroscope asymétrique peut lui aussi exécuter des mouvements de précession, qui ne se distinguent ni qualitativement, ni quantitativement des précessions du gyroscope symétrique traitée précédemment. Une expérience va nous en convaincre. Nous utilisons le gyroscope sans poids additionnels, nous le lançons à la main et exerçons ensuite un couple sur le cadre intérieur. Celui-ci peut être produit soit en exerçant une pression avec le doigt, ou mieux en accrochant un ressort dans un œillet sur le cadre intérieur - ce qui est plus convaincant dans une présentation devant un cercle d'auditeurs - le cadre intérieur sera tourné utilement vers le haut pour l'expérience, l'œillet se trouvant ainsi en haut. L'allongement visible du ressort dont l'extrémité libre sera maintenue dans la main est une mesure de grandeur du couple agissant. Pour des raisons qui seront expliquées dans le paragraphe suivant, il est inutile de produire le couple en fixant un poids sur le cadre intérieur comme il a été procédé pour la précession du gyroscope symétrique. On obtiendra, autrement, des perturbations dues à des nutations. Si l'on veut, tout de même, exécuter l'expérience comme antérieurement, on doit, d'abord, fixer la paire de poids additionnels N°2 (grands poids) à l'endroit prévu à cet effet du cadre intérieur.



### 3.2 Les nutations

On utilise le gyroscope sans poids additionnels et on le lance légèrement. Si on produit des nutations par des percussions, l'extrémité de l'axe gyroscopique se déplace alternativement sur un petit et un grand cercle. Ceci est la première différence frappante par rapport aux nutations d'un gyroscope symétrique dans lequel l'axe restait constamment sur la surface d'une enveloppe d'un cône circulaire dont l'angle au sommet était plus ou moins grand suivant l'importance de la percussion produite. Dans le cas d'un gyroscope asymétrique le mouvement se déroule toujours entre deux cercles limites concentriques dont l'écartement réciproque croît avec la grandeur de l'asymétrie. La courbe de la trajectoire touche alternativement le cercle limite intérieur et le cercle limite extérieur (fig 25).

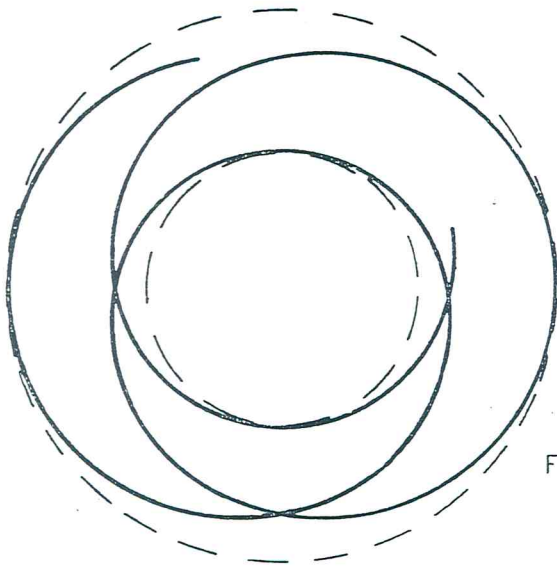


Fig. 25. Courbe de trajectoire de la pointe du gyroscope lors de la nutation d'un gyroscope asymétrique.

Tandis que dans le cas du gyroscope symétrique, le cône de révolution roulant et le cône de révolution de base et en conséquence aussi le cône de nutation décrit par l'axe de la figure étaient des cônes circulaires, le cône de révolution roulant fixe par rapport au corps devient dans le cas du gyroscope asymétrique un cône elliptique, tandis que le cône de révolution de base fixe par rapport à l'espace devient un cône dont l'enveloppe s'interpénètre plusieurs fois et qui en général ne se referme pas nécessairement sur lui-même. La courbe de la section de ce cône avec un plan orthogonal à l'axe du cône donnerait une figure semblable à celle dessinée sur la fig. 25.

Une autre différence dans les nutations du gyroscope asymétrique par rapport à celles d'un gyroscope symétrique réside dans le fait que les nutations peuvent main-

tenant devenir instables suivant le rapport des moments d'inertie principaux, donc de la forme de l'ellipsoïde d'inertie. Le théorème général dit, que les nutations ne sont stables que lorsque la rotation s'effectue autour de l'axe du plus petit ou du plus grand moment d'inertie principal. Par contre, les nutations lors de rotation autour de l'axe du moment d'inertie moyen sont instables.

L'expérience montre l'exactitude de cette règle. Nous utilisons d'abord le gyroscope dans sa forme primitive sans poids additionnels sur le cadre intérieur. Dans ce cas, le moment d'inertie autour de l'axe gyroscopique est le plus grand des trois moments d'inertie principaux. Les nutations doivent être stables dans ce cas. Ce que l'expérience confirme.

En fixant des poids additionnels sur le cadre intérieur, nous pouvons maintenant agrandir d'une manière connue les moments d'inertie autour des axes transversaux du gyroscope. Nous le faisons d'abord en vissant sur le cadre intérieur, la paire de poids additionnels N°1 (petits poids). Ces poids sont calibrés de telle façon que l'un des moments d'inertie autour des axes transversaux du gyroscope soit plus grand, tandis que l'autre soit plus petit que le moment d'inertie autour de l'axe du gyroscope. L'axe du rotor devient donc ainsi axe du moment d'inertie principal moyen. Les nutations deviennent maintenant instables. Dans cette expérience le gyroscope ne sera lancé que modérément fort et libéré avec précaution. Une percussion n'est pas nécessaire étant donné qu'il existe toujours des forces érectrices (p. ex. balourds) qui provoquent des nutations. Par suite de l'instabilité, les mouvements deviennent tellement violents qu'ils font culbuter complètement le gyroscope. Cette culbute, ne dépendant uniquement que des rapports des moments d'inertie, est indépendante de la grandeur absolue de la vitesse de rotation du gyroscope. Même sur des gyroscopes tournant très lentement, cette instabilité est encore facilement observable.

Cette expérience, qui fait non seulement partie des plus belles expériences à exécuter avec le modèle de gyroscope présent, mais est certainement une parmi les plus belles de l'ensemble de l'enseignement sur le gyroscope, a nécessité des soins particuliers lors de la conception du modèle gyroscope. Le théorème énoncé sur l'instabilité des nutations se rapportent en effet strictement à un corps unique et non à un ensemble de trois corps comme nous le rencontrons en réalité sur le modèle du gyroscope. Les axes principaux nécessaires à la stabilité sont l'axe de rotation du gyroscope ainsi que les deux axes transversaux A et B de la fig. 75 de l'annexe, mais non les deux axes de Cardan. Les cadres des cardans doivent toutefois accompagner les mouvements du système. Ils apportent donc une contribution aux moments d'inertie autour des axes transversaux du gyroscope et celle-ci est de grandeur différente suivant la position du disque gyroscopique. Si un axe transversal du gyroscope coïncide avec l'axe de Cardan intérieur, cette contribution est faible étant donné qu'elle n'est formée que par le moment d'inertie du cadre intérieur. Par contre, après



une rotation de  $90^\circ$ , c.à.d. lorsque l'axe transversal du gyroscope tombe dans l'axe vertical, les moments d'inertie des deux cadres à Cardan s'ajoutent. Ceci a pour conséquence que les moments d'inertie autour des axes A et B oscillent entre certaines valeurs moyennes pendant la rotation du disque. L'amplitude de la variation dépend de la grandeur des moments d'inertie de deux cadres à Cardan. D'où l'intérêt à rendre les cadres aussi légers que possible pour maintenir les variations perturbatrices dans les limites étroites. D'autre part, l'asymétrie du gyroscope proprement dit, c.à.d. le disque avec les quatre poids-disques doit être d'une valeur telle qu'elle puisse dépasser la zone de variation des moments d'inertie autour des axes transversaux du gyroscope. En effet, l'exigence de faire du moment d'inertie autour de l'axe de rotation du gyroscope le moment moyen des trois moments d'inertie principaux et ceci indépendamment de la position respective du disque ne peut être remplie qu'à cette condition.

Pour compléter les connaissances, on procèdera encore à l'expérience de nutation pour le cas où le moment d'inertie autour de l'axe de rotation du gyroscope (axe de la figure) devient le plus petit des trois moments d'inertie principaux. Ceci s'obtient aisément en agrandissant d'une manière suffisante les moments d'inertie des cadres à Cardan, donc par fixation des poids additionnels  $N^{\circ}2$  sur le cadre intérieur. L'expérience, dans ce cas, redonne des nutations stables.

Le fait, que les mouvements de rotation du gyroscope asymétrique soient stables autour de deux des axes d'inertie principaux, mais instables autour du troisième peut aussi être montré par une autre expérience. Nous utiliserons pour ce faire le gyroscope d'abord sans poids additionnels. Comme les expériences précédentes l'ont montré, la rotation autour de l'axe propre au gyroscope est dans ce cas stable. Les deux axes d'inertie principaux, perpendiculaires à l'axe du gyroscope, sont donnés par les directions A et B de la fig. 75. Nous pouvons montrer que les rotations autour de l'axe B (axe du plus petit moment d'inertie principal) sont stables, et que par contre, les rotations autour de l'axe A (axe du moment d'inertie principal moyen) sont instables. Dans ce but, le disque gyroscopique est tourné jusqu'à ce que l'axe, autour duquel la rotation doit s'effectuer, se superpose avec l'axe de Cardan extérieur en position verticale. Si le disque gyroscopique possède la bonne position, le système est mis en rotation en lançant vigoureusement le cadre extérieur autour de l'axe extérieur de Cardan. Dans le cas d'un mouvement stable, le disque gyroscopique ainsi que le cadre intérieur gardent leur position d'origine relative à cadre extérieur. Par contre, dans le cas d'un mouvement instable, ils culbutent. Cette culbute peut être rendue très visible en collant des bandes de repérage ou en plaçant un cavalier élastique en tôle peint d'une certaine couleur sur le bord du rotor.

Il ne faut pas délivrer un trop petit moment cinétique au cadre extérieur, pour ces expériences, car celles-ci risquent d'être perturbées par des phénomènes de frottement. Après fixation par vis de la petite paire de poids addition-

nels sur le cadre intérieur, la rotation autour de l'axe du gyroscope est instable comme les expériences précédentes l'ont déjà montrée. Par conséquent les rotations autour des deux axes A et B doivent maintenant rester stables. Ceci aussi se laisse aisément démontrer par l'expérience. Dans ce cas A est l'axe du plus grand moment d'inertie principal et B celui du plus petit.

Avec la paire de poids additionnels N°2, les rotations autour de l'axe du gyroscope redeviennent stables. Par contre, les mouvements autour de l'axe transversal B du gyroscope deviennent alors instables, puisque cet axe est devenu celui du moment d'inertie principal moyen. Les rotations autour de l'axe A (axe du plus grand moment d'inertie principal) redeviennent stables.

Un mot encore au sujet de la signification pratique de l'expérience: Le gyroscope asymétrique se trouve réalisé dans l'hélice d'avion bipale. Si l'on choisissait les moments d'inertie de l'hélice même, ainsi que les parties motrices reliées à l'hélice, de telle façon que le moment d'inertie autour de l'axe du vilebrequin devienne le moment moyen des trois moments d'inertie principaux, il en résulterait un tremblement continu de l'ensemble du système puisque les nutations deviennent instables. En suspendant le moteur on fixe une limite à ce tangage des nutations. En pratique, le moteur, relié à l'hélice d'avion, dont les moments d'inertie s'ajoutent aux moments d'inertie autour des axes transversaux des hélices, est en général tellement lourd, que le moment d'inertie autour de l'axe du vilebrequin représente toujours le plus petit des trois moments d'inertie principaux.

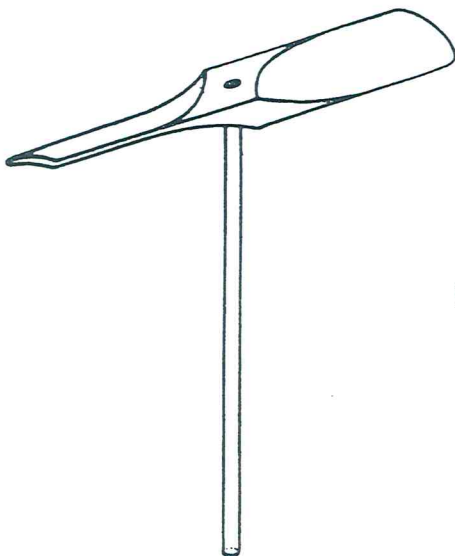


Fig. 26. Hélice d'avion-jouet servant à la démonstration de la stabilité des rotations autour des axes principaux.

A l'aide d'un modèle facilement réalisable, l'instabilité d'une hélice d'avion bipale peut être démontrée nettement. Une hélice fabriquée en tôle ou en bois est munie d'une tige (fig. 26) permettant de la faire tourner entre les mains (fig. 27). Si le choix de la longueur de la tige est judicieux, l'hélice d'avion se soulève dans



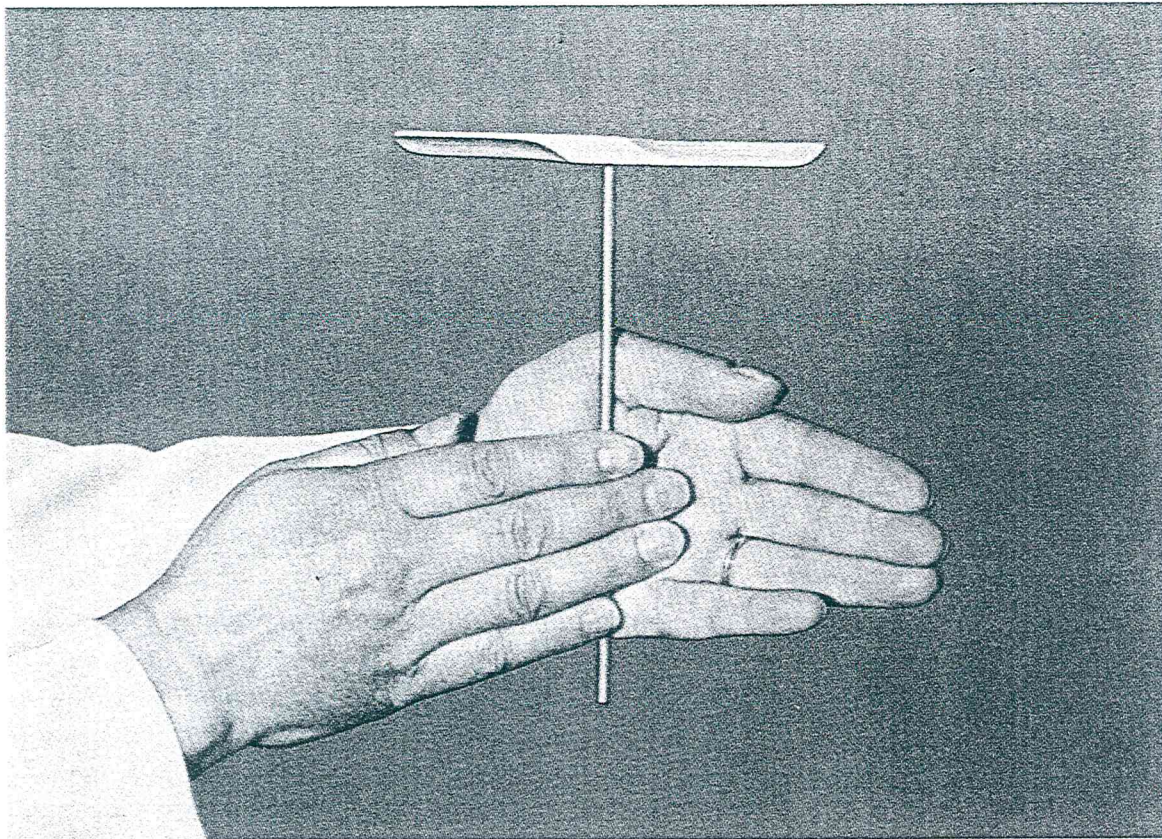


Fig. 27. Mise en rotation de l'hélice entre les mains.

l'air après mise en rotation et tourne d'une façon stable autour de l'axe de la tige. Ce cas peut se présenter avec une tige très courte (axe de la tige = axe du plus grand moment d'inertie principal) et également avec une tige suffisamment longue (axe de la tige = axe du plus petit moment d'inertie principal). Pour certaines longueurs de tige intermédiaires (axe de la tige = axe du moment d'inertie principal moyen) il n'est pas possible d'obtenir un vol stable. En essayant avec différentes longueurs de tige, on trouve facilement les trois cas possibles.

Dans cette expérience, seule la présentation de la stabilité avec des tiges très courtes risque de poser quelques difficultés. Avec un modèle d'hélice d'environ 20 cm d'envergure, la tige ne doit pas dépasser une longueur de 1 à 2 cm, de sorte que l'hélice puisse tout juste encore être mise en rotation entre deux doigts. L'expérience réussit le mieux, lorsque l'hélice est assez plate et large, car à cette condition le moment d'inertie autour de l'axe de la tige est nettement différent de celui autour de l'axe transversal perpendiculaire à la direction longitudinale de l'hélice.

Une variante de cette expérience sera rapidement survolée: Une brique, une boîte à cigares ou un morceau de bois de forme correspondante est un gyroscope asymé-



trique avec trois axes d'inertie principaux A, B et C différents entre-eux (fig. 28). Il est facile et possible de lancer un tel type de corps en l'air en lui faisant exécuter des rotations rapides et stables autour des axes A (plus petit moment d'inertie principal) ou C (plus grand moment d'inertie principal). Par contre, on ne réussira pas, même en s'exerçant intensivement à obtenir des rotations rapides et stables autour de l'axe B (moment d'inertie principal moyen).

Por présenter cette expérience, les différentes surfaces latérales seront peintes en couleurs vives différentes. Dans le cas d'instabilité, la culbute du gyroscope est alors nettement reconnaissable à partir des changements de couleur de la face tournée vers l'observateur.

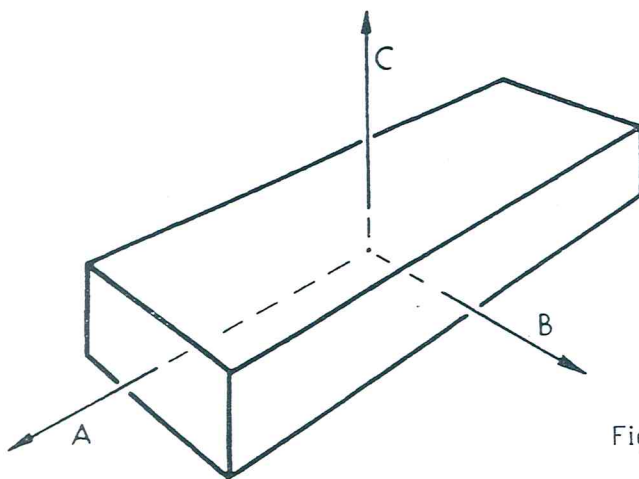


Fig. 28. Parallélépipède avec trois moments d'inertie principaux différents entre-eux.

### 3.3 Le gyroscope assujetti

Le gyroscope asymétrique et assujetti se différencie également dans son comportement par rapport à celui du gyroscope symétrique et assujetti. Ces différences apparaissent dans les différentes possibilités de mouvements instables. Ces nouvelles instabilités sont toutefois valables exclusivement en cas de nutations. Par contre, les principes énoncés pour le gyroscope symétrique concernant la stabilité des précessions dans les différents cas d'assujettissement statiquement stable, instable et mitigé, gardent leur validité. Nous allons très rapidement ci-après traité le problème de stabilité du gyroscope asymétrique à base de quelques expériences. Un approfondissement sur ces phénomènes extrêmement intéressants conduirait trop loin dans cet ouvrage. Toutefois, si un lecteur désirait approfondir plus amplement ce sujet, et



particulièrement, sa théorie, nous le renvoyons aux présentations très explicites du chap. 10 du livre de Grammel (voir le répertoire bibliographique à la fin de ce cahier).

#### **a) L'axe de la figure est l'axe du plus grand moment d'inertie principal**

Dans ce cas, on emploie l'appareil sans poids additionnel. L'assujettissement est réalisé, comme déjà pour le pendule gyroscopique symétrique, par ressorts accrochés entre les deux cadres à Cardan ainsi qu'entre le cadre extérieur et les tiges montantes du socle de base. Nous assujettissons le cadre intérieur avec la paire de ressort N°4 (les ressorts les plus faibles) tandis que nous employons la paire de ressorts N°3 pour l'assujettissement du cadre extérieur. Après accrochage des ressorts, le gyroscope sera lancé modérément fort et on observera les oscillations produites lors du ralentissement du mouvement. Le constat du résultat nous permet de dire que le pendule gyroscopique est stable et qu'il possède, seulement dans une plage déterminée assez basse des vitesses de rotation, une résonance légère c.à.d. un accroissement des amplitudes. Cette résonance peut être influencée en position et grandeur par modification des deux assujettissement par ressorts.

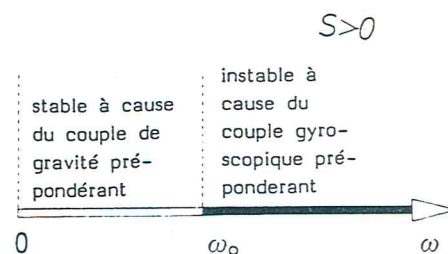
Un assujettissement du gyroscope par un couple de gravité ne peut pas être obtenu dans ce cas avec les poids additionnels existants car en apposant un des petits poids additionnels, l'axe du gyroscope n'est déjà plus l'axe du plus grand moment d'inertie principal pour toutes les positions du disque gyroscopique. Si l'on persiste à entreprendre des expériences avec un assujettissement par couple de gravité, il faut se fabriquer d'autres poids additionnels ou chercher une position plus basse du centre de gravité, en collant, par exemple, de la plastiline (cire).

#### **b) L'axe de la figure est axe du moment d'inertie principal moyen**

Dans ce cas, nous commençons les expériences avec un assujettissement du gyroscope à l'aide d'un couple de gravité. Nous plaçons à cet effet l'axe du cadre extérieur en position horizontale. Puis on visse un des deux grands poids additionnels en un point de suspension de l'axe du gyroscope sur le cadre intérieur. Ce poids correspond en grandeur exactement à celle nécessaire pour que le moment d'inertie autour de l'axe du gyroscope devienne pour toute position du disque gyroscopique le moment moyen des trois moments d'inertie principaux. Dans ce cas, les nutations du gyroscope libre étaient - comme les expériences l'ont montré dans le paragraphe précédent - instables pour toutes les vitesses de rotation. On peut s'attendre à se trouver en présence d'une instabilité même avec un gyroscope assujetti quand les forces gyroscopiques ont une influence prépondérantes, donc pour des vitesses de rotation élevées. Par contre, le gyroscope sera stable pour des faibles vitesses de rotation, par conséquent, les forces de l'assujettissement statiquement stable prédominent.

L'expérience suivante le confirme. Le gyroscope est lancé modérément fort, puis on place son axe en position verticale, de telle sorte que le poids se trouve dans le bas. Lorsque la vitesse d'entraînement est correctement choisie, le gyroscope commence des mouvements de nutations immédiatement après sa libération, lesquels lui font faire finalement une culbute complète. Il est instable. Si l'on laisse le gyroscope lentement finir ses mouvements, il se met, après un certain temps, de lui-même au repos et exécute des oscillations stables autour de la position d'équilibre inférieure, statiquement stable. La limite de la stabilité peut être constatée sans difficulté, en exécutant l'expérience avec un gyroscope entraîné avec des vitesses différentes et en le libérant à partir de la position d'équilibre. La fig. 29 donne un aperçu sur la stabilité du gyroscope dans le cas présent, c.à.d. pour un couple de gravité statiquement stable ( $S > 0$ ).

Fig. 29. Plages de stabilité du gyroscope lourd asymétrique avec assujettissement statiquement stable et rotation autour de l'axe du moment d'inertie principal moyen.



Nous exécutons maintenant la même expérience avec un assujettissement statiquement instable, donc avec le poids placé en haut. On peut s'attendre à ce que le gyroscope soit instable pour des grandes vitesses de rotation, donc pour une prépondérance des forces gyroscopiques. De même il va être instable pour des très faibles vitesses de rotation vu que le poids est en haut. Mais on est surpris par le fait qu'il existe entre les deux plages de vitesses de rotation, une, où le gyroscope est en mesure d'exécuter des mouvements stables. Nous relançons le gyroscope modérément fort et mettons l'axe du gyroscope en position verticale, mais de telle façon que le poids se trouve en haut, puis nous le libérons avec précaution. Pour une vitesse de rotation suffisamment grande, le gyroscope produit immédiatement des nutations et exécute une culbute complète. Pour des rotations plus lentes du gyroscopes, les nutations ne conduisent plus à une culbute mais amènent l'axe du gyroscope de nouveau dans sa position statiquement instable avec des amplitudes plus ou moins grandes. Les mouvements sont ainsi devenus stables. Cette stabilité se maintient jusqu'à ce que l'influence du couple de gravité devienne trop grande et produise le renversement du gyroscope. La figure 30 donne un aperçu sur les conditions de stabilité dans le cas d'un assujettissement statiquement instable par un couple de gravité ( $S < 0$ ).



Fig. 30. Plages de stabilité d'un gyroscope lourd asymétrique avec assujettissement statiquement instable et rotation autour de l'axe du moment d'inertie principal moyen.

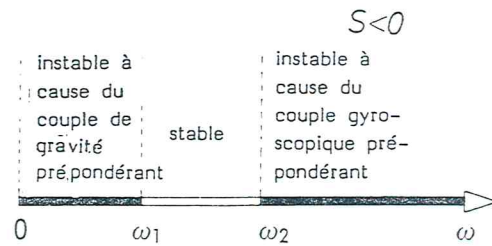
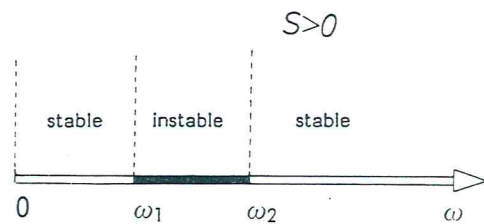


Fig. 31. Plages de stabilité d'un gyroscope lourd asymétrique avec assujettissement statiquement stable et rotation autour de l'axe du plus petit moment d'inertie principal.



L'expérience avec un assujettissement statiquement stable peut naturellement aussi être exécutée avec une liaison par ressort. Dans ce cas on montre que le gyroscope est instable pour des vitesses de rotation élevées et stable par contre pour des vitesses faibles.

### c) L'axe de la figure est l'axe du plus petit moment d'inertie principal

Nous allons enfin exécuter des expériences en ajoutant au grand poids additionnel placé sur un côté, un des deux petits poids additionnels que nous plaçons sur l'autre côté du cadre intérieur. Par conséquent, l'axe du gyroscope devient l'axe du plus petit des trois moments d'inertie principaux.

Pour un assujettissement statiquement stable (grand poids en bas) le gyroscope doit être stable pour des grandes vitesses de rotation vu que dans ce cas le gyroscope non assujéti est stable. De même le gyroscope doit être stable pour des petites vitesses de rotation par suite de l'influence prépondérante du couple de gravité stable. Entre les deux extrêmes, il existe toutefois une plage de vitesses de rotation pour laquelle le gyroscope devient instable et culbute. La fig. 31 donne un aperçu de ces conditions. Pour cette expérience, il convient de lancer le gyroscope un peu plus fortement pour atteindre la plage stable supérieure. Il faut procéder avec des précautions particulières, le gyroscope étant encore très près de la limite de la stabilité. Si on veut obtenir avec certitude la plage supérieure stable, les moments d'inertie doivent être agrandis en ajoutant d'autres poids additionnels

(plastiline). Lors du ralentissement lent des vitesses de rotation, les oscillations des nutations deviennent toujours plus fortes jusqu'à ce que finalement le gyroscope culbute. Cette instabilité se maintient pour une plage étendue de vitesse de rotation. Seulement pour des vitesses de rotation relativement faibles, le gyroscope redevient stable. Pour un assujettissement statiquement instable (grand poids en haut) nous obtenons des mouvements stables pour des très grandes vitesses de rotation (forces gyroscopiques prépondérantes) mais par contre une instabilité pour des petites vitesses de rotation (forces de gravité prépondérantes), ce que d'ailleurs on escomptait. Ceci aussi peut être démontré clairement par l'expérience.

Là aussi l'assujettissement statiquement stable peut être réalisée par des ressorts. Pour cela, nous assujettissons le cadre intérieur de la façon la plus appropriée à l'aide de la paire de ressorts N°4 (ressorts faibles) et le cadre extérieur avec la paire de ressort N°3. Puis on lance le gyroscope et on observe le ralentissement. Les oscillations deviennent, dans une plage déterminée des vitesses de rotation, tellement fortes que le gyroscope doit être arrêté car il culbuterait et détériorerait les ressorts. Après avoir traversé cette plage de vitesses de rotation, d'ailleurs relativement petite, le gyroscope redevient stable. Il faut signaler que l'assujettissement par des forces différentes des deux cadres à cardan influence les phénomènes de stabilité.

Les expériences de stabilité sur le gyroscope asymétrique traitées ici ont également une importance pratique pour l'étude des vibrations qui se produisent sur des moteurs d'avions suspendus élastiquement et à hélice bipale. L'axe de l'hélice d'avion est, à cause des grandes masses de l'avion qui participent aux oscillations, toujours l'axe du plus petit moment d'inertie principal. L'assujettissement est statiquement stable. Il en résulte, comme les expériences l'ont montrée, une plage complète de vitesses de rotation pour laquelle on peut s'attendre à des oscillations croissantes. Le problème du constructeur est de situer cette plage, par un choix judicieux de la constante élastique de la suspension des moteurs, telle qu'elle ne crée pas de perturbations en marche.

### **3.4 Le gyroscope asymétrique avec deux degrés de liberté**

Lorsqu'on rend l'assujettissement dans un plan très rigide empêchant le gyroscope de se mouvoir dans ce plan, on obtient un pendule gyroscopique avec deux degrés de liberté seulement. Là aussi des plages instables peuvent se présenter.

Pour exécuter les expériences on commence par assujettir le cadre extérieur en bloquant la vis moletée sur le socle de l'appareil. Le cadre intérieur est assujetti



au cadre extérieur fixe en y accrochant la paire de ressorts N°1 (assujettissement vigoureux). Le gyroscope est utilisé sans poids additionnel. Il faut veiller pendant cette expérience à ce que la planche du socle soit bien appliquée sur la table. La moindre instabilité doit être éliminée en calant l'appareil avec des coins. Pour cette expérience on lance le gyroscope modérément fort et on observe le ralentissement. Là aussi de fortes oscillations apparaissent dans une plage déterminée des vitesses de rotation. Le gyroscope doit ensuite être maintenu pour éviter une détérioration des ressorts. Après passage de la plage critique le gyroscope redevient stable.

Le système représente dans cette expérience rien d'autre qu'un oscillateur, dont le moment d'inertie oscille périodiquement. Lorsque les poids du disque se trouvent sur le dessus ou le dessous du disque, le moment d'inertie est grand, lorsqu'ils se trouvent à droite ou à gauche de celui-ci, le moment d'inertie est petit. Pendant une rotation du disque gyroscopique le moment d'inertie traverse deux fois son maximum et son minimum. De tels systèmes à moment d'inertie à variation périodique se retrouvent souvent en pratique, par exemple dans tous les moteurs à piston. Les parts, fournies au moment d'inertie autour de l'axe du moteur par les parties du piston dans leur mouvement alternatif, sont différentes suivant la position de l'axe. Par conséquent, le moment d'inertie varie périodiquement. Mais ces mêmes phénomènes peuvent aussi se présenter avec des systèmes à assujettissement variable. Ainsi on a observé, sur des locomotives à entraînement électrique, lors de leur fonctionnement, des importants phénomènes d'oscillations dont l'origine était la suspension élastique de l'entraînement de l'arbre d'embrayage se modifiant avec la position des roues.

Ce qui est intéressant, c'est que la plage instable précédemment observée lors de l'expérience disparaît immédiatement lorsque l'assujettissement rigide du cadre extérieur est supprimé. Le gyroscope retrouve alors sa tranquillité de marche pour toutes les vitesses de rotation. Apparemment rien n'a été modifié dans l'expérience car le gyroscope n'utilise absolument pas sa liberté retrouvée autour de l'axe verticale. Le seul fait de retrouver sa liberté suffit à le tranquilliser et à supprimer l'instabilité.

### **3.5 Réglage d'un corps asymétrique oscillant dans l'axe du plus grand moment d'inertie**

L'expérience décrite ici fait partie normalement du domaine de l'étude supérieure des vibrations - comme d'ailleurs l'expérience du chapitre précédent et celle du chapitre suivant - , étude très voisine d'ailleurs du domaine de l'étude des effets gyroscopiques et qui se chevauche en certains points. Un corps asymétrique réagit

à une oscillation provoquée par l'extérieur en cherchant à ramener l'axe de son plus grand moment d'inertie principal vers l'axe de l'oscillation imposée. Une expérience va nous le rendre visible.

Le gyroscope est, dans ce but, ou bien assujéti rigidement à l'axe extérieur à Cardan ou simplement retenu à la main. On accroche entre le cadre intérieur et le cadre extérieur des ressorts pas trop faibles (soit la paire de ressort N°2) afin que le système soit assujéti élastiquement autour de l'axe à Cardan intérieur. Le disque gyroscopique n'est pas lancé pour cette expérience. Il devrait plutôt être complètement immobile au début de l'expérience. Si maintenant, on percute le cadre intérieur, il exécute des oscillations autour de l'axe à Cardan intérieur. Le corps asymétrique (disque gyroscopique) subit ainsi une oscillation imposée par l'extérieur. Le disque commence immédiatement à tourner pour permettre aux poids-disques de se situer à la plus grande distance de l'axe à Cardan intérieur, car dans cette position l'axe du plus grand moment d'inertie principal rejoint l'axe de l'oscillation imposée. Par suite de son inertie, le disque oscille encore au-delà de cette position, rebrousse chemin et exécute des oscillations qui s'amortissent autour de la position d'équilibre nommée pour s'arrêter finalement après un certain temps dans cette position.

Cette expérience peut être réalisée avec différentes positions de départ du disque. Dans chaque cas, l'axe du plus grand moment d'inertie principal (axe A de la fig. 75) rejoint par rotation l'axe de l'oscillation imposée. L'expérience réussit parfaitement lorsque le cadre intérieur exécute de fortes oscillations, toujours obtenues grâce à un assujétissement de rigidité correspondante et une percussion suffisamment forte.

L'expérience est importante, par exemple, pour la compréhension de l'erreur de roulis des navires et des compas gyroscopiques. Un navire subissant le roulis maintient difficilement son cap particulièrement lorsque ses axes principaux (axe longitudinal et transversal) ne concordent pas avec la ligne des crêtes des vagues; l'axe du plus grand moment d'inertie (axe transversal) cherchant à ce moment là à se ramener dans l'axe de l'érecteur (ligne des crêtes des vagues). (Indépendamment de ceci, s'y ajoutent encore des forces hydrodynamiques qui compliquent énormément le comportement global).

Avec un compas gyroscopique qui représente - particulièrement dans sa forme primitive de compas monogyroscopique - toutes les caractéristiques d'un appareil asymétrique, des indications fortement entachées d'erreur peuvent se présenter, sur des navires subissant le roulis, le gyroscope cherchant à ramener par rotation oscillante l'axe de son plus grand moment d'inertie principal dans l'axe du roulis. Cette erreur de roulis a seulement été éliminée resp. ramenée à des valeurs acceptables lorsque le compas a été constitué d'un système approximativement symétrique en utilisant trois gyroscopes.



### 3.6 Découplage des oscillations d'un corps symétrique en cas d'oscillations autour des axes des moments d'inertie principaux

Commençons avec une expérience: Le gyroscope est assujéti fortement autour de l'axe à Cardan intérieur (soit la paire de ressorts N°2) et faiblement autour de l'axe à Cardan extérieur (paire de ressorts N°3 ou 4). En outre, on doit empêcher la rotation du disque gyroscopique autour de son axe à l'aide, par exemple, de bandes collantes. Le disque gyroscopique doit donc conserver pendant les essais la position fixée précédemment par rapport au cadre intérieur.

On provoque maintenant par percussion des oscillations du cadre intérieur autour de l'axe de Cardan intérieur de telle façon que dans la mesure du possible aucun couple n'agisse autour de l'axe de Cardan extérieur. Ceci s'obtient facilement après un peu d'entraînement. On observe les oscillations du cadre extérieur pour différentes positions du disque gyroscopique. A la suite de cette expérience on constate: le système ne peut exclusivement osciller autour de l'axe de Cardan intérieur que dans le cas où cette axe est un axe d'inertie principal. Par conséquent, seulement dans les cas où l'axe A ou l'axe B de la fig. 25 coïncide avec l'axe de Cardan intérieur, il est possible de provoquer des oscillations pures du cadre intérieur, sans qu'en même temps, le cadre extérieur soit entraîné dans les oscillations. Pour toute autre position du disque gyroscopique, on constatera toujours, des oscillations autour des deux axes malgré une percussion faite avec dextérité.

D'une façon générale, on peut dire: Les mouvements d'un corps asymétrique avec plusieurs degrés de liberté ne sont désaccouplés que si le corps exécute des oscillations autour d'un seul de ses axes de moment d'inertie principal.

Cette expérience a surtout une importance pratique dans les problèmes de suspension élastique d'appareils sensibles à la direction (p. ex. compas ou gyroscope directionnel). On essaye souvent par une suspension élastique d'éviter aux appareils très sensibles les oscillations perturbatrices extérieures. Cette suspension doit néanmoins répondre à deux conditions: en premier lieu, le point moyen de la suspension élastique doit se confondre avec le centre de gravité de l'appareil (car autrement toute accélération linéaire provoque des oscillations torsionnelles), en second lieu, les axes principaux de la suspension élastique doivent coïncider avec les axes principaux d'inertie, car autrement, - comme l'a montré l'expérience présente - chaque oscillation torsionnelle autour d'un axe a pour conséquence de provoquer des oscillations de couplage.

### 3.7 L'influence de l'inertie du cadre

L'inertie du cadre de Cardan joue pour le gyroscope asymétrique également un certain rôle. En excluant les influences quantitatives qui doivent être prises en considération, par exemple, pour le calcul des fréquences de nutation, l'inertie du cadre modifie le comportement de la stabilité. La stabilité du gyroscope à Cardan dépend en effet non seulement des rapports des moments d'inertie, mais également de la position respective du système à Cardan. Comme déjà indiqué dans le cas du gyroscope symétrique, l'inclinaison du cadre intérieur a aussi sur le gyroscope asymétrique une importance décisive. Le gyroscope, stable en position normale peut, dans certaines plages d'inclinaison devenir instable.

Avant d'expliquer cet effet, décrivons d'abord l'expérience. Nous utilisons, pour commencer, le modèle sans poids additionnels. En position normale, pour laquelle les plans des deux cadres sont orthogonaux entre-eux, les rotations du rotor autour de son axe sont stables. Ceci a déjà été démontré au chapitre 3.2. Nous augmentons progressivement l'inclinaison du cadre intérieur et nous libérons le gyroscope après chaque nouvelle inclinaison. On constate que le système après dépassement d'une inclinaison  $\beta_1$  déterminée devient instable, de sorte que le gyroscope culbute complètement sans qu'il soit nécessaire d'effectuer une percussion particulière. Si on renouvelle l'expérience avec une inclinaison de plus en plus grande, on constate qu'au delà d'une autre valeur limite  $\beta_2$  de l'inclinaison, des rotations stables redeviennent possibles. La constatation expérimentale est en conséquence la suivante: Si l'angle d'inclinaison  $\beta$  du cadre intérieur se trouve entre des valeurs limites déterminées  $\beta_1$  et  $\beta_2$ , les rotations du rotor autour de son axe de figure sont instables. La condition d'instabilité est donc:

$$\beta_1 < \beta < \beta_2$$

Pour des valeurs plus petites ou plus grandes de  $\beta$ , c.à.d. pour  $\beta < \beta_1$  ou  $\beta > \beta_2$  le gyroscope reste stable. Nous renouvelons maintenant l'expérience après avoir fixé les petits poids additionnels sur le cadre intérieur. Dans ce cas, nous avons pour la position normale  $\beta = 0$  un comportement instable. Toutefois, on peut facilement remarquer en faisant varier l'inclinaison que des rotations stables sont possibles dans la mesure où l'inclinaison est plus grande que la valeur limite  $\beta_3$ . En augmentant encore davantage l'inclinaison, le système reste stable. L'expérience indique donc une instabilité pour  $\beta < \beta_3$  et une stabilité pour  $\beta > \beta_3$ .

Si on renouvelle l'expérience avec les grands poids additionnels, la stabilité existe pour toute valeur de  $\beta$ .



Pour expliquer ce comportement reprenons les indications du chapitre 3.2 qui disaient que les rotations sont instables lorsque celles-ci s'effectuent autour de l'axe du moment d'inertie principal moyen. Nous avons désigné le moment d'inertie autour de l'axe du rotor par  $J_z$ . Si l'on désigne maintenant les moments d'inertie principaux autour des axes principaux A et B visibles sur la fig. 75 (Annexe) par  $J_A$  et  $J_B$  la condition d'instabilité peut être exprimée par la double inéquation:

$$J_A > J_z > J_B. \quad (8)$$

Dans un gyroscope à suspension à la Cardan, les cadres de Cardan contribuent aussi aux moments d'inertie autour des axes transversaux. Ces contributions sont différentes suivant la position angulaire du rotor et suivant l'inclinaison du cadre intérieur. L'influence de la position du rotor peut être éliminée en effectuant le calcul avec certaines valeurs moyennes ou valeurs effectives  $J_{Aeff}$  et  $J_{Beff}$ , qui elle-mêmes redépendent des moments d'inertie du rotor et du cadre, mais également de l'angle d'inclinaison  $\beta$ . Un calcul de ces valeurs effectives conduit aux courbes représentées sur la fig. 32. Leur allure correspond complètement à la courbe déjà montré sur la fig. 22 concernant le gyroscope à cardan symétrique.

Fig. 32. Les moments d'inertie effectifs du gyroscope à Cardan asymétrique dans le cas  $J_z > J_{A_0} > J_{B_0}$ .

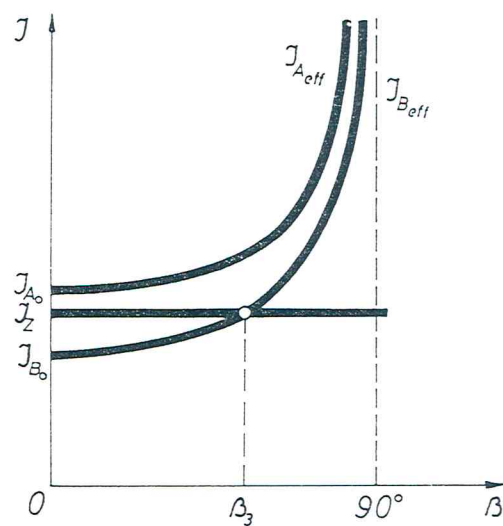
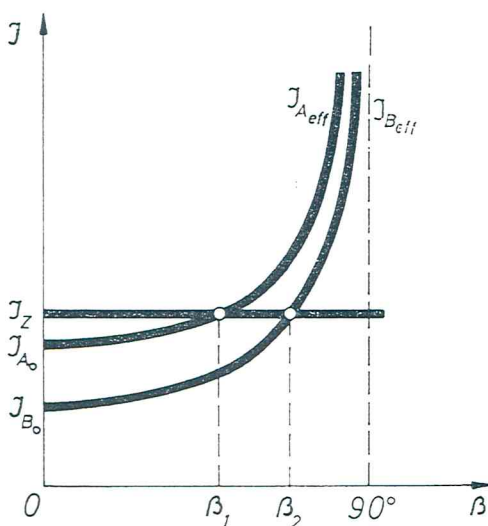


Fig. 33. Les moments d'inertie effectifs du gyroscope à Cardan asymétrique dans le cas  $J_{J_0} > J_z > J_{B_0}$ .

Le moment d'inertie du rotor  $J_z$  est indépendant de l'inclinaison du cadre. Si on le reporte sur le diagramme de la fig. 32, on obtient une droite horizontale. Elle coupe les courbes de  $J_{Aeff}$  et  $J_{Beff}$  aux points de valeur  $\beta = \beta_1$  et  $\beta = \beta_2$ . Pour de petits angles d'inclinaison  $\beta < \beta_1$ ,  $J_z$  est plus grand que les deux moments d'inertie effectifs. Si le rotor tourne autour de son axe de la figure, cette rotation correspond alors à celle autour de l'axe du plus grand moment d'inertie; elle est stable. Dans le cas  $\beta_1 < \beta < \beta_2$  la valeur de  $J_z$  se situe entre les deux autres valeurs. On remplit ainsi la condition d'instabilité (8) dans la mesure où l'on remplace dans la formule les moments d'inertie  $J_A$  et  $J_B$  par les valeurs effectives correspondantes. En utilisant ces valeurs effectives, on peut donc transposer au gyroscope à Cardan, les règles applicables à un corps unique. Pour des inclinaisons  $\beta > \beta_2$ ,  $J_z$  devient, le plus petit des trois moments d'inertie et les rotations redeviennent stables.

Les courbes de la fig. 32 sont valables pour le modèle sans poids additionnels. En ajoutant des poids additionnels, les moments d'inertie autour des axes transversaux deviennent plus grands, tandis que  $J_z$  reste inchangé. Le diagramme prend l'allure de la fig. 33. Comme  $J_{Aeff} > J_z$ , la droite horizontale possède un seul point d'intersection de valeur  $\beta = \beta_3$  avec la courbe  $J_{Beff}$ . Pour des plus petites valeurs de  $\beta$  la condition d'instabilité (8) est remplie: pour des inclinaisons plus prononcées, la rotation a lieu autour de l'axe du plus petit des moments d'inertie, de sorte que nous nous retrouvons en présence d'une stabilité. En utilisant les grands poids additionnels les courbes des moments d'inertie effectifs émigrent tellement vers le haut qu'il n'existe plus de points d'intersection avec la droite  $J_z$ . Nous nous trouvons alors en stabilité permanente parce que la rotation autour de l'axe du rotor correspond dans ce cas toujours à une rotation autour de l'axe du plus grand moment d'inertie principal.



## 4. LES PHENOMENES GYROSCOPIQUES

Les lois gyroscopiques traitées jusqu'à présent font partie inhérente de la vie quotidienne. Nous les rencontrons en technique partout où il existe des pièces tournantes: par exemple sur les véhicules et les moteurs et même dans le sport et le jeu. Expliquer ces phénomènes gyroscopiques à l'aide des connaissances générales acquises dans les chapitres précédents, tel sera à présent notre objectif. Vu le nombre important d'effets gyroscopiques qui se présentent, nous ne pouvons prétendre traiter ici l'intégralité de ces phénomènes. Au contraire, nous allons en extraire quelques cas typiques mais particulièrement intéressants et les décrire et expliquer. Les lecteurs qui désireraient approfondir la matière sont priés de se reporter aux ouvrages indiqués dans le répertoire bibliographique.

Seul le rotor symétrique sera employé dans les expériences, avec le modèle de gyroscope, décrites dans ce chapitre. La disposition des poids-disques est en conséquence à choisir suivant la fig. 74

### 4.1 Disque, rond de bière et boomerang

Un bel exemple de conservation de direction de l'axe d'un gyroscope presque complètement exempt de forces nous est offert par le jet du disque. Un disque correctement lancé tourne autour de son axe de symétrie. Comme il possède un moment d'inertie important (l'extérieur du disque est cerclé d'un anneau en fer), un disque en rotation représente un gyroscope avec un moment cinétique remarquable. Les couples des forces aérodynamiques qui agissent sur le disque pendant le jet sont tellement faibles qu'ils ne peuvent engendrer qu'une précession lente et imperceptible de l'axe gyroscopique. Le disque conserve donc, pendant sa trajectoire, pratiquement son plan de lancement d'origine et son vol est approximativement celui représenté schématiquement sur la fig. 34. Par suite de sa trajectoire courbe, le disque subira, sur une seule face l'influence de l'écoulement d'air, et ceci déjà sur la dernière



Fig. 34. La trajectoire du disque.

portion de la branche ascendante, mais surtout sur la branche descendante de la trajectoire. Il possède un certain angle d'attaque et agit, par conséquent, comme une surface portante. Ceci a pour conséquence que le disque correctement lancé, vole plus loin que la parabole d'un projectile correspondant (courbe en trait plein de la fig. 34). Il "plane" plutôt suivant la courbe représentée en traits interrompus. (Remarquons accessoirement que si le disque est mal lancé, on peut souvent observer de beaux mouvements de nutation si le disque "fasseille" (bat au vent)).

Les forces aérodynamiques allongent donc la portée du disque lancé, mais elles ne provoquent pas de modification dans la direction de l'axe cinétique grâce au grand moment cinétique. Les conditions changent, lorsque le moment cinétique du disque devient plus faible. Pour un tel essai, le rond de bière se reète remarquablement. Le rond de bière lancé, tournant sur lui-même, conserve d'abord la direction de son axe de symétrie (axe cinétique). Toutefois, s'il reçoit, par suite de la courbure de sa trajectoire, une incidence, des forces aérodynamiques vont être engendrées qui - contrairement au disque - ne seront pas plus petites que les forces gyroscopiques. Abstraction faite que le rond de bière agit aussi en surface portante, c.à.d. qu'il plane, il subit, en outre, un couple qui par son action cherche à faire pivoter le disque autour de l'axe A-A représenté sur la fig. 35, dans le sens de

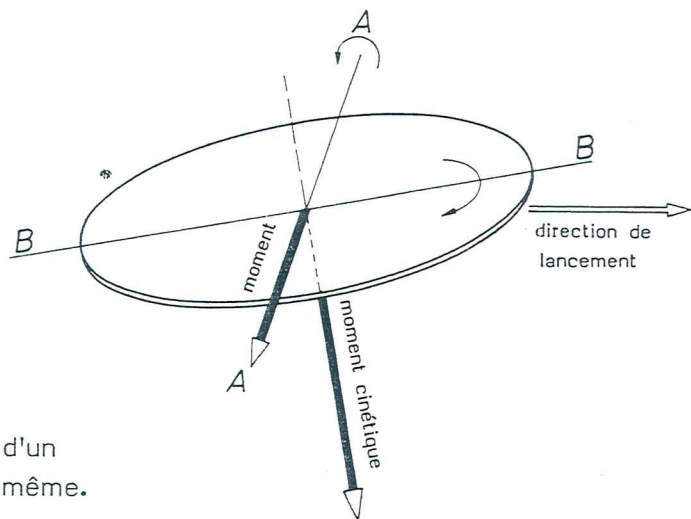


Fig. 35. Explication du comportement d'un disque lancé tournant sur lui-même.

la flèche du dessin. Le gyroscope réagit à ce couple, en cherchant à ajuster, le plus rapidement possible, son axe cinétique tournant dans le même sens, et dirigé vers le bas pour un gyroscope tournant à droite, avec le couple agissant des forces aérodynamiques. Le disque va donc (pour un observateur situé à l'arrière) pivoter à gauche autour de l'axe B-B. En général, on obtiendra la trajectoire suivante: Le "rond de bière", lancé tournant sur lui-même, vole d'abord dans la direction de lancement sur un parcours déterminé. Puis, à la suite de l'angle d'incidence obtenu entretemps, il s'élève néanmoins plus haut que la trajectoire correspondante



d'un projectile. En même temps il amorce une lente rotation à gauche du plan du disque. Cette rotation le fera un peu dévier vers la gauche puisque les forces aérodynamiques le tirent aussi, à présent, vers le côté. Finalement lorsque le rond de bière s'est mis, par suite de la rotation latérale, en position verticale, il tombe le plus souvent, subitement.

Dans le cas d'un rond de bière lancé par un gaucher, les mêmes phénomènes interviennent, toutefois, avec le signe inverse. - Une expérience très simple mais très enrichissante, qui avec certaines précautions peut aussi être exécutée dans un local fermé.

L'action simultanée des forces gyroscopiques et des forces aérodynamiques est dans le cas du boomerang encore plus compliquée que lors du jet du rond de bière. Par la conception astucieuse de sa forme (planche plate légèrement vrillée en forme de crochet dont la section a une forme aérodynamique), la trajectoire d'un boomerang correctement lancé, n'a plus aucune similitude avec la parabole d'un projectile. De plus, on peut obtenir avec un boomerang des portées du jet nettement plus grandes qu'avec, par exemple, une pierre de même poids. Le phénomène le plus surprenant avec le boomerang c.à.d. son retour à son point de départ, peut s'expliquer par la réaction des forces aérodynamiques sur le moment cinétique gyroscopique du boomerang tournant sur lui-même et l'influence résultante sur la trajectoire. Pour de plus amples détails, il convient, toutefois, de se reporter aux explications détaillées de ce problème dans le livre de Schuler (répertoire bibliographique N°3).

## 4.2 La déviation latérale des projectiles

L'action simultanée des forces gyroscopiques et aérodynamiques permet aussi d'expliquer le fait, que des projectiles longs en rotation dévient latéralement du plan vertical déterminé par la ligne de tir. Des projectiles sans moment cinétique sont instables pour des formes usuelles de projectiles. Les forces aérodynamiques engendrées sur la trajectoire du tir feraient immédiatement basculer le projectile. Ce défaut est éliminé en communiquant au projectile un certain moment cinétique le long de son axe longitudinal. Néanmoins, ce moment cinétique ne doit pas devenir trop grand, sinon le projectile resterait pratiquement stable en direction et l'inclinaison longitudinale d'origine serait conservée jusqu'à l'objectif. En proportionnant correctement le moment cinétique, on peut donc obtenir que l'axe longitudinal du projectile garde au moins approximativement la direction de la trajectoire de tir. Le couple des forces aérodynamiques cherche à culbuter le projectile autour de l'axe transversal, horizontal, exactement comme dans le cas du rond de bière. Le gyroscope réagit à ce couple avec une précession qui fait dériver la pointe du projectile latéralement en dehors du plan de la trajectoire de tir, et ce à droite pour des

projectiles avec moment cinétique à droite et à gauche pour des projectiles avec moment cinétique à gauche, comme on peut facilement l'expliquer par la loi de la tendance au parallélisme de même sens des axes de rotation. Par cette dérive latérale du projectile en dehors de son plan de trajectoire de tir, il s'en suit une modification de la direction du couple des forces aérodynamiques ainsi que celle de la direction ultérieure du mouvement de l'axe cinétique. Le projectile décrit de ce fait un genre de cône de précession. Ce qui est important pour la compréhension de la déviation latérale des projectiles est donc le fait que l'axe du cône de précession, qui en effet coïncide avec la direction du tir, se décale, également, par suite de la courbure de la trajectoire. Si la modification de la direction du tir s'exécute plus lentement que le mouvement de précession du projectile, celui-ci pourra néanmoins décrire complètement son cône de précession. Toutefois, l'angle du sommet du cône sera dans le cas du projectile à moment cinétique à droite plus grand vers la droite, que vers la gauche, de sorte que le milieu de l'axe longitudinal du projectile dévie du plan de la trajectoire de tir vers la droite. Par contre, si la vitesse de précession est plus lente que la rotation dans la trajectoire, le projectile ne peut pas décrire complètement son cône de précession, mais déviara dès le début vers la droite. Dans les deux cas, la force aérodynamique provoque une dérive latérale vers la droite du projectile en position inclinée.

Aux mouvements de précession traités ici s'ajoutent, en réalité, encore des nutations du projectile qui compliquent davantage les phénomènes. Mais une étude de ces subtilités nous conduirait trop loin.

A l'aide d'une expérience très simple, on peut représenter, au moins quantitativement, la dérive latérale de tir. Pour ce faire, nous devons simuler l'effet des forces aérodynamiques d'une manière quelconque. Nous le réaliserons par un assujettissement statiquement instable du gyroscope à l'aide d'un ressort. On visse d'abord, comme le montre la fig. 36, l'étrier du ressort sur un côté de l'axe sortant du cadre intérieur. On accroche, entre l'extrémité de l'étrier et le petit anneau fixé sur le cadre extérieur, un ressort faible. Ce ressort a le même effet sur le gyroscope que les forces aérodynamiques sur le projectile. Il cherche, en effet, à faire tourner le gyroscope lors d'une petite déviation autour de la direction de celle-ci. Lorsque l'axe du gyroscope est en position horizontale, le couple du ressort est nul, de la même façon que les forces aérodynamiques n'exercent aucun couple sur un projectile se trouvant avec son axe longitudinal dans la direction de la trajectoire de tir. Le couple commence seulement à agir lorsque la direction du tir et l'axe du projectile s'écartent entre eux. La courbure résultante de la trajectoire de tir est simulée dans l'expérience, en inclinant le socle de l'appareil de façon que cette inclinaison corresponde à celle de la trajectoire de tir, le mieux, en soulevant lentement le bord arrière du cadre (fig. 36). Après avoir préparé l'appareil (accrochage du ressort) le gyroscope (gyroscope symétrique sans poids additionnels!) est lancé avec son axe en position horizontale. Cette position correspond à celle d'un projectile tiré horizontalement. Dans les tout premiers instants, le ressort n'exerce aucun cou-



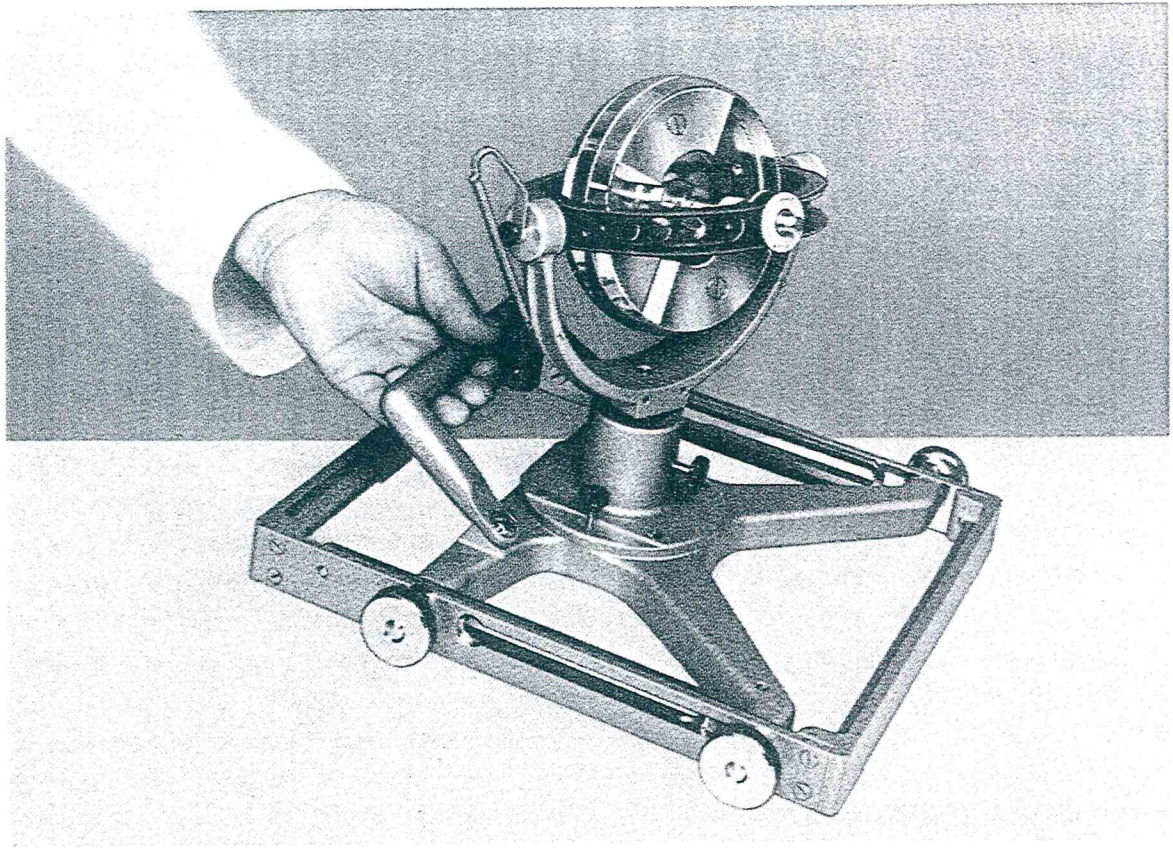


Fig. 36. Expérience pour l'explication de la déviation latérale des projectiles.

ple, l'axe du gyroscope (axe du projectile) et le socle (plan constitué par la direction du tir et les horizontales qui lui sont perpendiculaires) étant parallèles. On relève, maintenant, lentement la cadre par l'arrière, d'un angle correspondant à la variation angulaire dans le temps de l'inclinaison de la trajectoire de tir. Le ressort engendre alors un couple auquel le gyroscope répond par une précession. Cette précession fait dévier, dans le cas d'un gyroscope tournant à droite (moment cinétique à droite) la pointe du projectile vers la droite; vers la gauche dans le cas d'un moment cinétique à gauche. Les forces aérodynamiques agissant sur le projectile en position inclinée provoquent une dérive qui se fait remarquer finalement par un décalage latéral sur l'objectif visé.

Pour l'exécution de l'expérience, le gyroscope est fortement lancé. Le mieux est d'arrêter l'expérience après une dérive du gyroscope d'environ 20 à 30 degrés, car au-delà les conditions d'expérience ne correspondent plus aux conditions réelles.



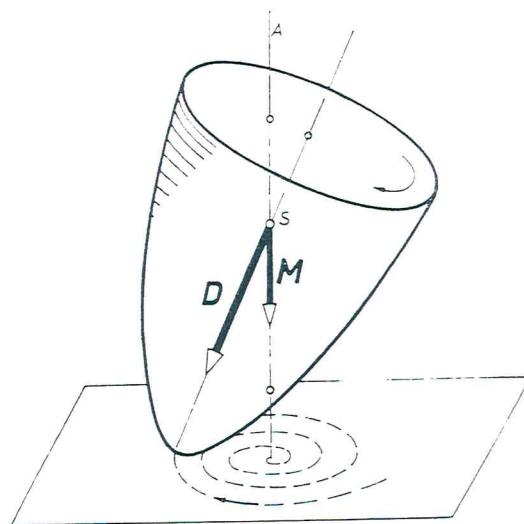
### 4.3 La toupie, le cerceau d'enfant et la bicyclette

Le jouet d'enfant bien connu, c.à.d. la toupie effectuant ses danses sur un plan horizontal, engendre toute une série de phénomènes gyroscopiques intéressants. Déjà le fait que la toupie tournant assez rapidement, danse d'une façon stable et ne tombe pas s'explique facilement par le mouvement de précession. Exactement comme dans le cas des forces aérodynamiques agissant sur un projectile, la force de pesanteur cherche à renverser la toupie. La pesanteur exerce donc un couple auquel le gyroscope (la toupie) réagit, comme il est connu, par une déviation perpendiculaire à la direction du mouvement que la force de pesanteur cherche à lui imposer. Comme la direction du couple se modifie continuellement avec la direction de l'axe de la toupie, celui-ci décrit un cône de précession dont l'axe de symétrie est la direction verticale. Cette expérience correspond exactement aux phénomènes décrits lors de l'étude du pendule gyroscopique symétrique avec un assujettissement statiquement instable (chapitre 2.5 b). Aussi, dans le cas de la toupie, la stabilité n'est assurée que pour une rotation suffisamment rapide de celle-ci. En-dessous d'une vitesse de rotation déterminée, la toupie tombe, et d'autant plus rapidement que le centre de gravité de la toupie est situé plus haut par rapport au plan de base et que la toupie elle-même est plus élancée (rapport des moments d'inertie!).

Contrairement aux expériences avec le modèle de gyroscope, il n'existe pas de point fixe chez la toupie. Il faut uniquement que le point d'appui, donc la pointe de la toupie, se trouve dans le plan horizontal. Ce type différent d'appui (de suspension) a pour conséquence de produire un effet totalement différent des forces de frottement. Tandis que sur le modèle de gyroscope à suspension à la Cardan avec assujettissement statiquement instable, l'angle au sommet du cône de précession devient constamment plus grand par suite des influences de frottement dans les suspensions à la Cardan, la toupie dansant sur une base plane se redresse par suite des forces de frottement que subit sa pointe sur la base d'appui. Le cône de précession décrit par la toupie devient donc toujours plus mince jusqu'à ce que finalement l'axe de symétrie de la toupie vienne mourir en position verticale de repos (elle "dort"). Ce phénomène s'explique à l'aide du théorème du parallélisme de même sens des axes de rotation. Sur un plan horizontal, les forces de frottement agissant sur la pointe de la toupie produisent deux effets. Premièrement, la vitesse de rotation de la toupie est un peu freinée. Cet effet est d'abord d'importance secondaire, la toupie et le plan d'appui ne se touchant qu'en un seul point, donc sur une toute petite surface. Deuxièmement, la pointe de la toupie inclinée cherche à se déplacer par roulement dans le sens de sa rotation sur le plan d'appui (frottement de roulement!). Elle impose par là à la toupie une rotation autour de l'axe vertical passant par le centre de gravité  $S$  (fig. 37). La toupie cherche alors à amener son axe cinétique  $D$ , tournant dans le même sens, vers l'axe imposé et en conséquence se redresse. Ce redressement ne s'effectue pas immédiatement à cause de l'action



Fig. 37. La toupie.



simultanée du couple de gravité. La pointe de la toupie décrit plutôt sur le plan d'appui une spirale qui converge de plus en plus vers son centre. Après redressement complet de la toupie, le couple de rétablissement disparaît, parce que le bras de levier correspondant s'annule. Il ne reste alors que la première quote-part provenant du couple de frottement qui freine de plus en plus la toupie. Si la vitesse de rotation tombe de ce fait en-dessous de la valeur assurant la stabilité, la toupie tombe en exécutant des mouvements très bizarres constitués par des précessions et des nutations.

Pendant une certaine époque, on était friand de la fameuse toupie nommée "Tipp-top" ou "toupie lève-toi". Ce jouet remarquable permet d'observer, particulièrement bien, le redressement. La toupie est constituée d'un corps de base de forme sphérique auquel on a coupé une calotte. A l'endroit de la section on a fixé une courte tige. Le centre de gravité se trouve légèrement en-dessous du centre de la sphère, de sorte que le corps non tournant prend une position, sur un plan horizontal, telle que représentée sur la fig. 38, à gauche. Si on lance, à présent, la toupie en la faisant tourner fortement par sa tige, elle commence immédiatement après sa libération à quitter sa position d'équilibre statiquement stable. Par suite du concours de la pesanteur, du frottement et des forces gyroscopiques, cette position devient dynamiquement instable. La toupie se renverse complètement, se met finalement sur la tige et continue à tourner d'une façon stable dans la position indiquée sur la fig. 38 à droite, aussi longtemps que le moment cinétique existant le lui permet.

Ce qu'il convient de noter c'est que le vecteur moment cinétique conserve dans cette expérience la même direction verticale par rapport à l'espace en phase initiale et finale. Par conséquent, il pivote de  $180^\circ$  par rapport au corps de toupie.

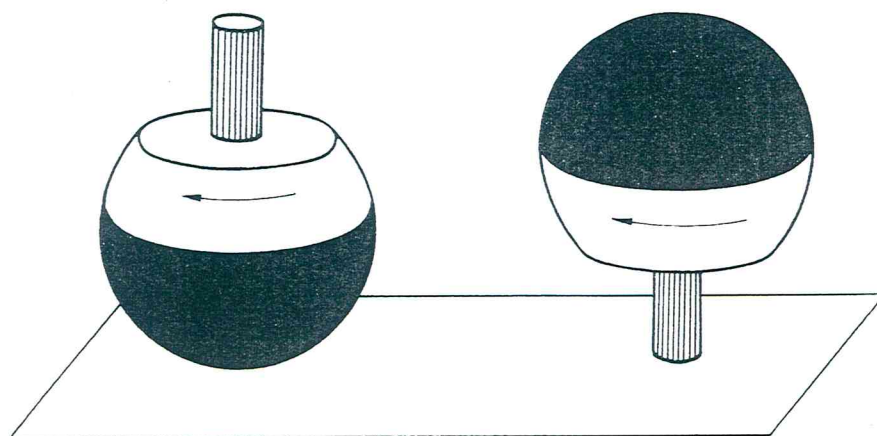


Fig. 38. Toupie "Relève-toi" avant et après le renversement.

On peut montrer le redressement d'un gyroscope dansant sur sa pointe d'une façon très probante avec des oeufs durs ou des pierres plates de forme elliptique comme on les trouve souvent dans les rivières ou à la plage. Si l'on pose ces corps sur le dessus d'une table, ils prennent une position dans laquelle le centre de gravité est situé le plus bas possible. Si l'on impose, maintenant, à l'oeuf ou à la pierre, dans cette position, une forte rotation autour de l'axe normal vertical, ils se redressent immédiatement par suite de l'effet des forces gyroscopiques et de frottement et tournent finalement autour de l'axe longitudinal respectivement axe du plus petit moment d'inertie principal.

D'ailleurs, on peut, grâce à cette expérience, distinguer facilement un oeuf cuit d'un oeuf non cuit. Un oeuf non cuit permet bien une rotation autour de son axe transversal, lorsqu'on le fait tourner le temps nécessaire pour que son contenu liquide se mette également en rotation. Mais jamais, un oeuf non cuit dansera sur la pointe, même lorsqu'il a été lancé très fortement. Les forces agissantes dans l'intérieur liquide de l'oeuf le renverseraient immédiatement après sa libération. Dans l'esprit de la définition donnée au départ, un oeuf non cuit ne représente, en effet, pas un gyroscope, son corps n'étant pas rigide. On ne doit donc pas transposer les lois gyroscopiques, hâtivement, à des corps non rigides ou liquides. Un oeuf cuit, par contre, n'est pas un corps rigide idéal, toutefois, les lois gyroscopiques peuvent encore être appliquées, les vitesses de rotation étant relativement faibles. L'oeuf dansant se redresse nettement plus rapidement que la toupie. Cela provient du plus grand rayon de la pointe ce qui engendre un plus grand couple de frottement. Par contre, une toupie avec une pointe très fine, dansant sur une plaque en verre, ne se redresse que très lentement, car le couple de frottement engendrant le redressement y est très faible.



La stabilité du cerceau d'enfant s'explique aussi par l'effet des forces gyroscopiques. Le cerceau roulant, comme, somme toute, chaque roue roulante, représente, en effet, un gyroscope avec un vecteur moment cinétique dirigé vers la gauche. Lorsque le cerceau est expulsé en dehors de son plan vertical, par une perturbation quelconque, un couple de gravité, engendré par suite d'un écartement du centre de gravité (centre du cerceau) de la verticale passant par le point d'appui, agit en cherchant à renverser le cerceau. Le gyroscope s'oriente ensuite, en tournant dans le même sens, vers l'axe du couple. Cette action est engendrée par une rotation autour de l'axe normal donc par modification de la direction de marche. Pour des cerceaux roulant suffisamment vite, le point d'appui arrive de cette manière à se replacer en dessous du centre de gravité, celui-ci ayant tendance à conserver la trajectoire qu'il vient de prendre. Toutefois, le point d'appui continue à se déplacer latéralement par suite de la modification de direction du plan du cerceau.

Un cerceau ou une roue tournant très rapidement ne se renversera donc pas sous l'effet de perturbations (inégalité de la trajectoire de roulement, etc.), mais subira uniquement une modification correspondante de sa direction. Toutefois, si le cerceau tourne lentement, ce qui, en général, est le cas avec des cerceaux d'enfant, l'énergie d'avancement ne suffit pas au centre de gravité pour poursuivre sa ligne droite. Le point d'appui n'arrive plus, dans ce cas, à se replacer sous le centre de gravité, mais rest toujours placé latéralement par rapport à celui-ci. Par suite de l'existence de la position inclinée permanente du cerceau, il y a aussi action permanente en cette position du couple de gravité correspondant, ce qui provoque une précession régulière autour de son axe normal. Le cerceau tourne alors en rond. Par suite de la diminution de la vitesse de roulement due au frottement au sol, et donc par là du moment cinétique, la vitesse de précession devient toujours plus grande, les cercles deviennent toujours plus serrés, jusqu'à ce que, finalement, le cerceau se renverse.

Il est intéressant de constater que les enfants jouant au cerceau savent tirer profit, après quelques exercices rapides, des lois gyroscopiques, pour donner une autre direction au cerceau. En effet, ils n'essayent pas de tourner le cerceau directement autour de l'axe normal, mais ils exercent une pression légère, latérale avec le bâton sur la partie supérieure. Ils produisent alors un couple qui permet au gyroscope de faire un mouvement de précession dans la direction souhaitée.

Les mêmes forces qui dominent les jeux du cerceau des enfants, nous permettent aussi de rouler facilement en bicyclette. Les forces gyroscopiques sont en effet tellement favorables à faire tourner la roue-avant toujours dans un tel sens qu'une éventuelle déviation latérale du centre de gravité de sa position d'équilibre est de nouveau annulée. Rouler en bicyclette statiquement instable n'exige, par conséquent, pas d'adresse particulière. Le cycliste doit seulement apprendre à ne pas entraver davantage les forces gyroscopiques par des mouvements inadaptés. Les forces gyroscopiques remplissent leur office d'autant mieux que la bicyclette avance

plus rapidement, car alors, les forces gyroscopiques l'emportent nettement sur les forces de pesanteur dans le bilan des forces. Ceci explique l'expérience journalière de tout cycliste à savoir qu'il est plus facile de rouler vite que lentement.

Signalons, en passant, que la roue-avant est aussi soumise à une couple non dû aux forces gyroscopiques, mais qui exerce le même effet ce qui simplifie le fait de rouler en bicyclette. Ce couple est engendré par suite de la position du point d'appui de la roue-avant sur la route, situé derrière l'axe prolongé de la tige du guidon.

Nous ne pouvons pas approfondir, ici, plus amplement les phénomènes gyroscopiques très importants et intéressants qu'on peut encore constater sur les roues et jeux de roues. Les intéressés sont de nouveau renvoyés à la bibliographie correspondante.

#### 4.4 Le broyeur à meules et l'hélice d'avion

Les forces gyroscopiques agissent d'une façon particulièrement favorable dans le broyeur à meules. Essayons de l'expliquer sur un modèle simplifié et observons pour ce faire la disposition représentée sur la fig. 39: Une roue tournant librement autour

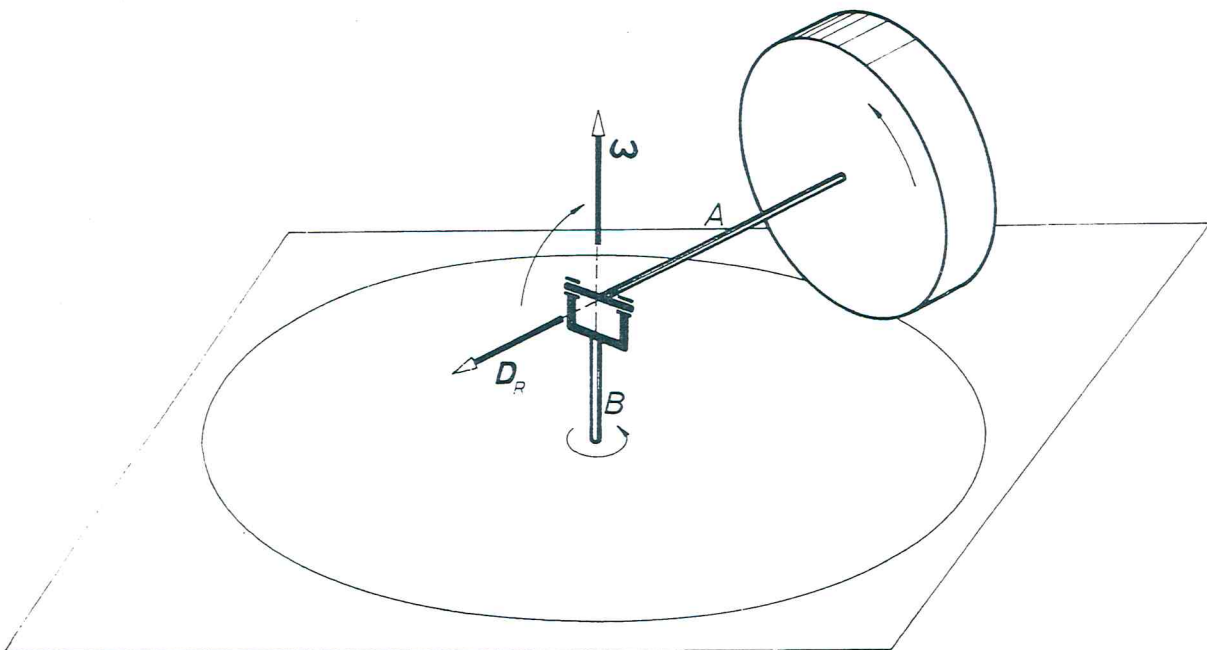


Fig. 39. Explication des effets gyroscopiques dans le broyeur à meules.



d'un axe horizontal A, peut rouler suivant un cercle sur une plaque de base horizontale. Ce mouvement est provoqué et maintenu par un entraînement forcé de l'axe A par l'intermédiaire d'un type d'articulation à Cardan fixé sur un axe B vertical et lui-même entraîné.

Soit une rotation autour de l'axe B s'effectuant avec une vitesse angulaire  $\omega$ , dont la flèche du vecteur est dirigé vers le haut. La roue développante possède dans ce cas, la quantité  $D_R$  du moment cinétique, dirigée suivant l'axe de la roue A et provenant du mouvement de roulement. Cette composante du moment cinétique modifie en permanence sa direction étant donné qu'elle accompagne l'axe A dans sa rotation. D'après les lois expliquées antérieurement, le système réagit à cette rotation forcée en essayant d'amener le vecteur moment cinétique  $D_R$  parallèle et de même sens à l'axe de la rotation forcée  $\omega$ . Dans notre cas, l'axe A a donc, par conséquent, tendance à se redresser suivant le sens de la flèche dessinée en trait fin. Il en résulte des forces de réaction qui d'une part poussent la chape de suspension vers le haut et d'autre part pressent la roue vers le bas. La composante de la force de réaction (force de poussée) citée en premier doit être absorbée par les paliers de l'axe d'entraînement B, la deuxième composante de la force engendre une pression plus forte de la roue sur la base, pression qui peut considérablement dépasser celle due au poids. Ce fait est utilisé pour produire dans les broyeurs à meules une plus forte pression de broyage. La construction d'un tel broyeur correspond en principe au croquis de la fig. 39, mais on utilise, en réalité, toujours deux roues de broyeur, décalées de  $180^\circ$  et dont les axes peuvent chacun pivoter sur lui-même.

Examinons un autre exemple d'effet gyroscopique de pièces tournantes à savoir l'avion monomoteur (fig. 40). Son hélice possède un vecteur moment cinétique dirigé

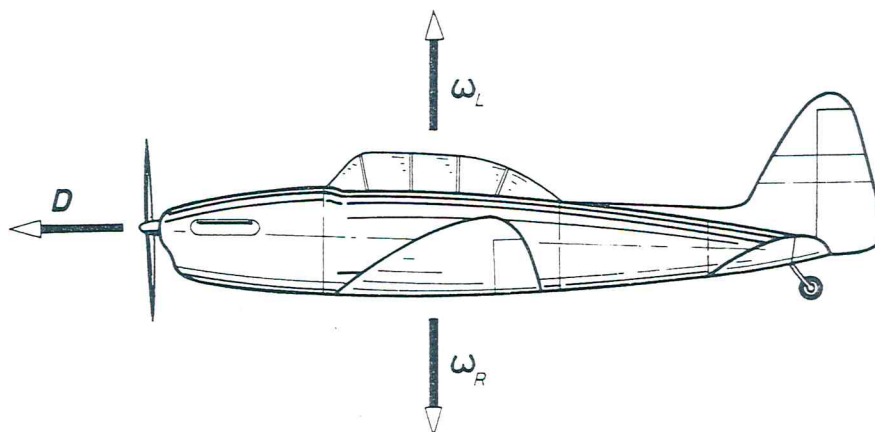


Fig. 40. Pour l'explication de l'effet gyroscopique de l'hélice.

dans la direction du vol, lorsque la rotation, vue du pilote, se fait vers la droite. Si l'avion exécute, maintenant, un virage, le vecteur moment cinétique  $\mathbf{D}$  subira une rotation dans le plan horizontal. Suivant le sens de la direction de la rotation de la courbe, le vecteur  $\boldsymbol{\omega}$  de la rotation forcée est dirigé vers le haut (virage à gauche) ou vers le bas (virage à droite). Par suite de la modification de direction imposée du moment cinétique, des forces gyroscopiques prennent naissance et celles-ci cherchent à amener le vecteur  $\mathbf{D}$  parallèle et dans le même sens à la direction du vecteur  $\boldsymbol{\omega}$ . Dans un virage à droite le nez de l'avion piquera vers le bas, tandis que dans un virage à gauche, l'effet contraire sera obtenu. De cette manière, on se trouve en présence d'un comportement de vol complètement différent suivant que l'avion exécute des virages à droite ou à gauche; un fait bien connu des pilotes expérimentés.

Avec des avions bi-moteurs cet effet peut être renforcé si les deux hélices tournent dans le même sens. Par contre, l'effet gyroscopique d'hélices tournant dans le sens contraire l'une par rapport à l'autre n'a plus d'influence sur le comportement en vol les forces gyroscopiques se compensant mutuellement. Toutefois, les forces complémentaires doivent être absorbées par la cellule de l'avion. La tendance, des hélices tournant dans le sens contraire l'une par rapport à l'autre, qui consiste à amener leurs vecteurs moment cinétique parallèles et de même sens à l'axe de la rotation imposée, conduit ici à des contraintes dans les ailes portantes par gauchissement.

En principe, les phénomènes traités ici se produisent aussi sur des turboréacteurs sans hélices. Dans ce cas, ce sont les éléments rotatifs de la turbine qui forment le gyroscope. Par suite de plus petit diamètre des rotors des turbines et malgré leurs vitesses de rotation plus élevées, les moments cinétiques sont nettement plus petits que ceux des hélices de sorte que les effets décrits ci-devant sont, en général, de faible importance pour des avions à turbo-réacteurs. Enfin les effets gyroscopiques disparaissent complètement sur des avions à réaction sans éléments tournants.

## 4.5 La terre et les satellites

La terre tourne chaque jour une fois autour de son axe. Même si on ne peut pas la considérer comme un solide rigide, de nombreux faits géophysiques peuvent pourtant s'expliquer par des effets gyroscopiques. Comme sa vitesse de rotation est très lente, la déformation du corps de la terre ainsi que la mobilité des masses d'eau existantes à sa surface ont visiblement une réaction peu importante. Nous pouvons donc raisonner comme si la terre était un gyroscope avec un moment cinétique coïncidant approximativement avec l'axe de rotation (axe nord-sud).



Le gyroscope terrestre peut exécuter des mouvements de nutation et de précession. Les moments d'inertie de la terre autour de l'axe de rotation respectivement autour des axes transversaux sont peu différents l'un de l'autre, la terre étant pratiquement une sphère. D'après la formule (4) du chapitre 2.2, il en résulte que la fréquence de nutation  $\omega_n$  est de très près égale à la fréquence de rotation  $\omega$ . Cette affirmation n'est toutefois significative que pour un observateur qui considère les mouvements de la terre de "l'extérieur" (par ex. du soleil). Mais en tant qu'habitants de la terre, nous participons nous-mêmes à la rotation de la terre, de sorte que nous sommes principalement intéressés par le mouvement de l'axe de rotation par rapport au corps de la terre. Comme l'expérience décrite au chapitre 2.2 avec le disque de Maxwell l'a montré, la vitesse de déplacement de l'axe de rotation par rapport au gyroscope est dépendante des rapports des moments d'inertie. Avec un corps, de forme sphérique idéale, ayant des moments d'inertie identiques dans tous les sens, cette vitesse de déplacement devient nulle. Avec un corps de forme presque sphérique, comme tel est le cas effectivement avec la terre, elle est très petite. Des mesures ont indiqué que l'axe de la terre effectue une révolution suivant un cône de nutation en 430 jours. L'angle au sommet de ce cône est tellement petit, que la courbe d'intersection avec la surface de la terre est un cercle, entourant le pôle moyen, d'un diamètre d'environ 10 mètres seulement. Ces déplacements du pôle peuvent être perçus et mesurés par les observatoires astronomiques dans les variations périodiques très faibles de la latitude géographique. La durée de 430 jours est appelée **période de Chandler** d'après l'auteur de la découverte.

Nous observons aussi des précessions, donc des mouvements de déviation de la terre produits par des couples extérieurs. Les couples de précession sont engendrés par suite des forces d'attraction du soleil et de la lune qui s'ajoutent aux forces centrifuges dues à la rotation sur l'orbite. En principe, ces faits peuvent s'expliquer à partir du dessin de la fig. 41, sur laquelle on a représenté la terre comme un corps

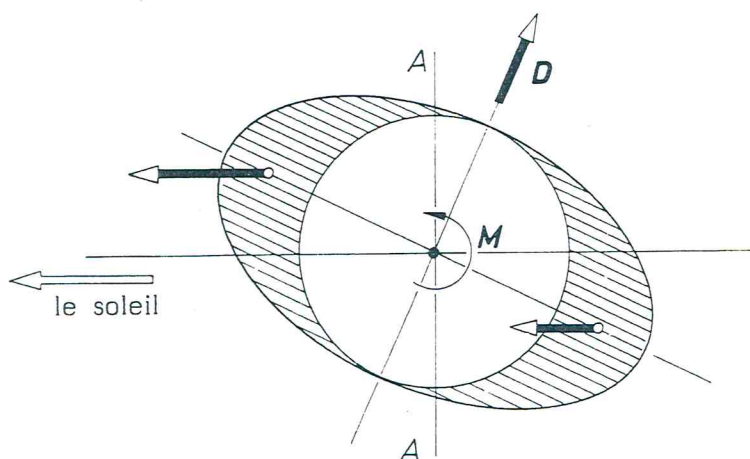


Fig. 41. Explication du mouvement de précession de la terre.