# Champ de gravitation et champ de pesanteur de la Terre

par Georges GUINIER,
*Retraité*
123, rue de l'Université, 75007 Paris.

Le poids d'un corps est-il différent de la force de l'attraction newtonienne due à la Terre ? Pourquoi et dans quelles conditions un référentiel lié au sol de la Terre peut-il être considéré comme galiléen ? Pour répondre à l'une de ces deux questions, il faut aussi répondre à l'autre ; c'est ce que nous nous proposons de faire. Mais le problème est si délicat que la réponse sera longue ; que le lecteur veuille bien nous en excuser.

Considérons d'abord l'espace qui entoure la Terre et où gravitent les satellites artificiels. On rapporte le mouvement d'un tel satellite au *référentiel géocentrique,* dont l'origine est le centre O de la Terre et dont les axes sont parallèles à ceux de Copernic. Dans le référentiel de Copernic, ce référentiel géocentrique est animé d'un mouvement de translation quasi circulaire autour du Soleil. Comme cette translation n'est pas rectiligne et uniforme, ce référentiel ne devrait pas être galiléen ; heureusement, dans le cas considéré précédemment, il peut le devenir grâce à un artifice que nous allons préciser.

Dans le référentiel de Copernic, l'accélération $\vec{a}$ du point O, centre de la Terre, résulte de l'attraction exercée sur la Terre par les différents astres. Le Soleil a le rôle essentiel ; son action est si largement prépondérante qu'on peut, en première approximation, considérer qu'il agit seul. L'attraction de la Lune n'est qu'accessoire (1). Quant aux planètes, seules les attractions de certaines d'entre elles ne sont pas toujours négligeables ; désormais nous en ferons abstraction.

Dans le référentiel géocentrique, un satellite est soumis :

— à toutes les forces existant dans le référentiel de Copernic, c'est-à-dire aux attractions de la Terre, du Soleil et de la Lune,

(1) Confer *in fine* Appendice, pour la justification mathématique de ces affirmations.

— à une force d'inertie $-m \cdot \vec{a}$ ($m$ étant la masse du satellite).

Si, dans toute la région d'espace entourant la Terre, les champs de gravitation créés par le Soleil et la Lune étaient uniformes, la force d'inertie serait directement opposée à la résultante des forces d'attraction de ces deux astres ; tout se passerait comme si le satellite n'était soumis qu'à la force gravitationnelle due à la Terre. C'est pratiquement réalisé (1), comme l'exprime la règle que nous allons formuler, sans restriction ni nuances, sous la forme qui convient à la classe terminale, où elle est fréquemment utilisée.

**Pour la région d'espace qui entoure la Terre, le référentiel géocentrique s'impose ; il est galiléen ; le champ de gravitation qui y règne est uniquement dû à la Terre.**

Evidemment, un phénomène naturel, les marées, prouve la non-uniformité du champ dû à la Lune et au Soleil ; mais il s'agit d'un cas vraiment exceptionnel. Pour le mouvement d'un satellite artificiel, la règle ci-dessus énoncée permet une très bonne approximation ; toutefois, dans une étude tout à fait fine, il faut tenir compte d'un faible champ résiduel, traduisant le fait que les champs dus au Soleil et à la Lune ne sont pas rigoureusement les mêmes au centre de la Terre et là où se trouve le satellite (1). Désormais, comme les élèves de la classe terminale, nous admettrons la règle que nous venons de formuler.

Avant de poursuivre, introduisons pour la Terre le *modèle à symétrie sphérique*. Dans ce modèle simple, la Terre est une sphère de rayon $R$, formée de couches sphériques homogènes ; en général, on adopte la valeur du rayon équatorial :

$$R = 6{,}378 \times 10^6 \text{ m} ;$$

mais souvent on arrondit à : $R = 6{,}4 \times 10^6$ m.

Le champ de gravitation de ce modèle est bien connu : le vecteur est dirigé vers le centre O de la Terre ; sa norme à la surface de la sphère terrestre est : $G_0 = 9{,}8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;

à l'altitude $h$, sa norme est donnée par la formule :

$$G = G_0 \cdot \left( \frac{\text{R}}{\text{R} + h} \right)^2$$

Cette formule est valable tant que $R + h$ est très petit devant la distance de la Terre au Soleil, environ $23\,000 \cdot R$ ; l'altitude $h$ peut donc valoir plusieurs fois le rayon $R$.

En fait, l'étude soignée des trajectoires effectivement suivies par les nombreux satellites artificiels a permis d'avoir une connaissance précise du champ de gravitation et d'en déduire la répartition des masses à l'intérieur de la Terre ; on a ainsi constaté que notre planète s'écarte assez peu du modèle à symétrie sphérique. Signalons en passant qu'on a fait une étude analogue pour les objets qui ont été satellisés autour de la Lune ; on a ainsi montré que cet astre s'écarte notablement, beaucoup plus que la Terre, du modèle sphérique.

Dans la vie courante, un corps est en mouvement s'il se meut par rapport au sol ; pour faire l'étude scientifique d'un tel mouvement, on prend un repère lié au sol, un *référentiel terrestre*. Il y a une multitude de repères terrestres, qui diffèrent par leurs origines et les directions de leurs axes ; mais ils sont tous immobiles les uns par rapport aux autres. Dans le référentiel géocentrique, ils sont tous animés du mouvement de rotation diurne autour de l'axe des pôles, rotation dont la période est le jour sidéral et la vitesse $\omega_0 = 7{,}29 \times 10^{-5}$ rad. s$^{-1}$. Quand on rapporte le mouvement à un référentiel terrestre, aux forces s'exerçant dans le référentiel géocentrique s'ajoutent deux forces d'inertie : la force centrifuge, la force de Coriolis.

Considérons le problème le plus simple : un solide, de masse $m$, est au repos dans un référentiel terrestre. On dit communément qu'il est soumis à deux forces directement opposées : son poids, la réaction du support ; désignons celle-ci par $\vec{T}$, puisque c'est la tension du fil, ou du câble, si le corps est suspendu ; on a :

$$m \cdot \vec{g} + \vec{T} = \vec{0}.$$

Analysons le même problème dans le référentiel géocentrique. Le solide, qui a un mouvement de rotation de vitesse $\omega_0$, est soumis à deux forces : la réaction $\vec{T}$, l'attraction de la Terre $m \cdot \vec{G}$. Si le lieu P de l'expérience se projette en N sur l'axe des pôles, on a :

$$m \cdot \vec{G} + \vec{T} = -m \cdot \omega_0^2 \cdot \overrightarrow{NP}.$$

En égalant les deux expressions de la réaction, on trouve :

$$\vec{g} = \vec{G} + \omega_0^2 \cdot \overrightarrow{NP}.$$

**Le champ de pesanteur $\vec{g}$ diffère du champ de gravitation $\vec{G}$.**

Certes, la différence est faible. La norme de la composante centrifuge est maximale à l'équateur, où elle vaut :

$\omega_0^2 \cdot R = 0{,}034$ m. s$^{-2}$, soit : $\omega_0^2 \cdot R/G_0 = 3{,}5 \times 10^{-3}$ ou $0{,}35$ %.

La direction du vecteur champ de pesanteur n'est pas celle du vecteur champ de gravitation ; leur angle dépend de la latitude $\lambda$, mais il est toujours petit :

$$\varepsilon \approx \frac{\omega_0^2 \cdot R \cdot \sin 2\lambda}{2 \cdot G_0}.$$

Sa valeur maximale, atteinte pour $\lambda = 45°$, est : $\varepsilon \approx 6'$.

Les résultats expérimentaux montrent que l'accélération de la pesanteur $g$ varie de 9,78 $m.s^{-2}$ à l'équateur à 9,83 $m.s^{-2}$ au pôle. Mais deux causes interviennent : la composante centrifuge et la non-sphéricité de la Terre.

Si le solide est en mouvement dans le référentiel terrestre, il intervient en outre la force d'inertie de Coriolis : $-m \cdot \vec{a}_C$, avec $\vec{a}_C = 2 \cdot \vec{\omega}_0 \wedge \vec{v}_r$ ; $\vec{v}_r$ est la vitesse dans le référentiel terrestre. Cherchons à évaluer la norme de $a_C$ pour la comparer à $\vec{G}_0$.

$$a_C = \|\vec{a}_C\| < 2 \cdot \omega_0 \cdot v_r$$

si $v_r = 10$ $cm.s^{-1}$, $a_C < 1{,}5 \times 10^{-5}$ $m.s^{-2}$, $a_C/G_0 \approx 10^{-6}$ ;

si $v_r = 360$ $km.h^{-1}$, $a_C < 1{,}5 \times 10^{-2}$ $m.s^{-2}$, $a_C/G_0 \approx 10^{-3}$.

On constate qu'il faut que la vitesse soit grande, au moins 100 $m.s^{-1}$, pour que la force de Coriolis soit de l'ordre de grandeur de la force centrifuge et atteigne le millième de l'attraction newtonienne de la Terre.

Or, pour bien des mouvements sur la Terre, on estime qu'il est satisfaisant que données expérimentales et résultats de l'étude théorique coïncident à 1 % près ; cette faible précision s'explique notamment par la difficulté d'introduire dans les calculs des données suffisamment exactes pour les frottements, surtout s'il s'agit de frottements entre solides. On pourrait donc penser qu'il est possible, au moins en première approximation, de négliger les deux forces d'inertie, centrifuge et de Coriolis ; l'erreur, ainsi volontairement commise, ne serait que de l'ordre de $10^{-3}$. En fait, on ne peut pas se satisfaire de cette façon de voir et de très graves objections conduisent à la rejeter. La Mécanique est une science rigoureuse et précise ; la Mécanique céleste a ces qualités d'une façon extraordinaire. Même si elle l'est assez souvent, la Mécanique terrestre n'est pas toujours grossièrement approximative ; en particulier, pour les mouvements qui permettent de mesurer $g$, la précision atteint sûrement $10^{-5}$, peut-être $10^{-6}$. Il est indispensable de tenir compte de ce fait, ce qui conduit à adopter la définition suivante.

**Le poids d'un corps est la somme de l'attraction newtonienne de la Terre et d'une composante centrifuge due à la rotation de cette Terre autour de l'axe des pôles.**

**Dans un référentiel terrestre, tout corps est soumis à son poids, ainsi défini.**

Cette définition du poids permet, dans un référentiel terrestre, de traiter simplement, c'est-à-dire sans faire intervenir de forces d'inertie :

— tout problème de Statique de façon rigoureuse,

— un problème de Dynamique, si la force de Coriolis n'a pas d'effet, soit parce qu'elle est neutralisée par les liaisons imposées, soit parce qu'elle est négligeable vis-à-vis des incertitudes dues à diverses causes et notamment aux frottements.

En fait, rares sont les cas où la force de Coriolis a un effet soit important, soit seulement décelable ; ils peuvent être considérés comme des exceptions au caractère galiléen d'un référentiel terrestre. Nous ne citerons que les plus notables, en commençant par les mouvements qui n'ont d'importance que du point de vue théorique : le pendule de Foucault, le phénomène connu sous le nom de déviation vers l'Est des projectiles ; on dit souvent que ces mouuvements prouvent la rotation de la Terre, ce qui est une façon, frappante et juste, de dire qu'ils seraient inexplicables si un référentiel terrestre était rigoureusement galiléen. Mais il y a aussi des systèmes mécaniques de haute précision qui ont des applications pratiques importantes : pour les gyrocompas, il est nécessaire de compenser au mieux les effets des forces d'inertie de Coriolis grâce à des dispositifs appropriés. Il ne faut évidemment pas oublier un phénomène naturel d'intérêt majeur : les vents ; dans leur explication théorique, les forces de Coriolis jouent le rôle principal ; c'est pourquoi elles sont citées dans maints manuels scolaires de géographie. Enfin, on pourrait penser aux tourbillons qui prennent naissance lors de la vidange d'un récipient plein d'eau, d'un lavabo par exemple ; toutefois, pour que la force de Coriolis impose le sens de rotation du tourbillon, il est nécessaire que le dispositif soit parfaitement symétrique ; l'existence de dissymétries peu faciles à découvrir *a priori* semble rendre aléatoire une vérification expérimentale. Ce dernier exemple illustre la difficulté de la mise en évidence expérimentale des forces de Coriolis dues à la rotation de la Terre. Cela justifie l'adoption d'une règle simple, évidemment non rigoureuse mais généralement valable ; elle s'impose en classe terminale, car toutes les exceptions sont absolument hors programme ; nous en donnons ci-après une formulation qui convient aux élèves de cette classe.

**Un référentiel terrestre est galiléen ; chaque corps y est soumis à son poids ; il y règne le champ de pesanteur.**

Pour montrer la cohérence de ce que nous venons d'exposer, nous allons pousser son application jusqu'au paradoxe en envisageant le cas du *satellite géostationnaire ou synchrone.* Dans le référentiel géocentrique, ce satellite est synchrone : il décrit, dans le plan de l'équateur, un cercle de rayon $R + h$ à la vitesse $\omega_0$ ; l'attraction de la Terre, pour laquelle nous adopterons le modèle à symétrie sphérique, est responsable de ce mouvement :

$$m \cdot \omega_0^2 \cdot (R + h) = m \cdot G_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$$

comme on le sait, on trouve : $h \approx 36\,000$ km.

Dans le référentiel terrestre, ce satellite géostationnaire est immobile au-dessus d'un point de l'équateur, à l'altitude $h$ ; une seule force peut agir sur lui : son poids ; celui-ci doit donc être nul :

$$m \cdot \left[ G_0 \cdot \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 - \omega_0^2 \cdot (R + h) \right] = 0.$$

On trouve, bien entendu la même équation pour $h$. A propos de cet exercice, de cet amusement plutôt, il convient de faire une remarque.

Pour le satellite géostationnaire, le référentiel terrestre permet une solution simple, parce qu'il y est immobile. Pour tout autre satellite, ce référentiel est inutilisable, pour cause d'incommodité : la force de Coriolis est trop importante. Nous allons illustrer cette affirmation en imaginant que la Lune est remplacée par un satellite décrivant, dans le plan de l'équateur terrestre, un cercle de rayon $60 \cdot R$. Dans le référentiel géocentrique, il est facile de calculer sa vitesse angulaire de révolution $\omega$ :

$$m \cdot \omega^2 \cdot (60 \cdot R) = m \cdot G_0 \cdot \frac{1}{60^2} \Rightarrow \omega = 2{,}67 \times 10^{-6} \text{ rad. s}^{-1}.$$

La durée de révolution est de 27 jours 6 heures.

Dans le référentiel terrestre, la vitesse angulaire est :

$$\omega' = \omega_0 - \omega = 7{,}02 \times 10^{-5} \text{ rad. s}^{-1},$$

ce qui correspond à une période de 24 heures 50 minutes. Ce mouvement a lieu sous l'action d'une force centripète qui, par unité de masse du satellite, vaut : 1,885 N. kg$^{-1}$. Cette force est la résultante de 3 autres (2) qui, par ordre de normes décroissantes, sont :

| | | |
|---|---|---|
| Force de Coriolis, centripète, $2 \cdot m \cdot \omega_0 \cdot \omega' \cdot (60 \cdot R)$ | : | $-3{,}915$ N.kg$^{-1}$ |
| Force centrifuge, $m \cdot \omega_0^2 \cdot (60 \cdot R)$ | : | $+2{,}033$ N.kg$^{-1}$ |
| Force de gravitation, centripète | : | $-0{,}003$ N.kg$^{-1}$ |
| Résultante, centripète | : | $-1{,}885$ N.kg$^{-1}$ |

Soulignons que, dans cet exercice comme dans le précédent, l'usage du référentiel terrestre est une sorte d'acrobatie intellectuelle, qui ne convient absolument pas à un débutant, à un élève de la classe terminale. Mais un lecteur averti peut ainsi constater la parfaite cohérence des lois de la Mécanique et vérifier que le système des forces appliquées à un solide dépend du référentiel choisi.

Un autre point doit être élucidé : jusqu'à quelle altitude la notion de poids est-elle valable ? a-t-on le droit de considérer le poids d'un satellite géostationnaire ? Pour répondre, analysons une mesure statique du poids d'un corps et les conditions qui la rendent réalisable ou imaginable. En principe, c'est très simple : il suffit d'accrocher le corps à un dynamomètre ; encore faut-il un crochet, pour suspendre le dynamomètre, et un observateur, pour lire ce qu'il indique. Mais il y a en outre une condition essentielle : crochet et observateur doivent être, par rapport au sol de la Terre, soit immobiles, soit animés d'un mouvement rectiligne et uniforme. Il est classique de poser en classe terminale des exercices où le système, corps accroché à un dynamomètre, est dans une cage d'ascenseur ou dans un wagon de chemin de fer ; les résultats sont trop connus pour qu'il soit utile de les rappeler ici. La mesure dynamométrique d'un poids est facile au sommet d'une tour ou d'une montagne ; elle est possible dans la nacelle d'un ballon ou dans la carlingue d'un avion en vol horizontal, rectiligne, à vitesse constante. Il est donc certain que la notion de poids est valable au moins jusqu'à l'altitude maximale atteinte par les avions et les ballons stratosphériques, soit plus de 40 000 mètres. Qu'en est-il aux altitudes très supérieures, là où gravitent les satellites ? Certes, des cosmonautes y séjournent, mais ils sont en état d'impesanteur. Y parler de poids est donc un non-sens. Toutefois, il y a une exception, unique et paradoxale : le cas d'un satellite géostationnaire ; bien entendu, l'impesanteur y règne, mais comme il est immobile au-dessus d'un

(2) Dans l'un comme dans l'autre référentiel, l'action du Soleil est négligeable ; voir Appendice *in fine*.

point de l'équateur terrestre, il n'est pas illogique d'affirmer que le poids d'un corps y est nul.

Cette analyse confirme le bien-fondé d'une pratique courante : à la surface de la Terre et tant que l'altitude ne dépasse pas quelques dizaines de milliers de mètres, il est commode de choisir un référentiel terrestre, où règne le champ de pesanteur ; si le mouvement a lieu à plus de 100 km du sol, il convient de le rapporter au référentiel géocentrique, où existe le champ de gravitation de la Terre.

Remarquons en passant qu'il est impossible de mesurer avec un dynamomètre la force de gravitation due à la Terre : il est en effet impossible de disposer, et même d'imaginer, un crochet immobile dans le référentiel géocentrique. La seule détermination expérimentale du champ de gravitation est d'ordre dynamique ; nous l'avons déjà signalée.

Voyons rapidement comment varie l'intensité de la pesanteur $g$ en fonction de l'altitude $h$. Pour obtenir une formule simple, valable en première approximation, deux simplifications s'imposent ; elles sont d'ailleurs amplement justifiées.

1° On néglige la composante centrifuge, ce qui revient à identifier le champ de pesanteur $\vec{g}$ avec le champ de gravitation $\vec{G}$.

2° On admet que $G$ varie comme l'indique la formule précédemment donnée ; mais comme obligatoirement $h \ll R$, il convient d'utiliser une formule d'approximation. En conclusion, on a :

$$g = g_0 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot h}{R}\right).$$

Il est temps de revenir au sujet central et de conclure ce trop long article. Il est facile de distinguer les champs de gravitation et de pesanteur de la Terre, si on ne se préoccupe pas du niveau d'enseignement.

*Dans le référentiel géocentrique règne le champ de gravitation dû à la Terre ; tout corps y est seulement soumis à l'attraction newtonienne de la Terre.*

*Dans un référentiel terreste règne le champ de pesanteur ; tout corps y est soumis à son poids.*

*Le poids est la somme de la force gravitationnelle de la Terre et d'une composante centrifuge due à la rotation de la Terre.*

Ces formules conviennent à l'étudiant qui sait qu'il faut préciser le référentiel avant de faire le bilan des forces appliquées.

Mais dans les classes terminales, il faut concilier deux impératifs : ne pas dépasser le programme ; ne pas habituer les élèves à un langage qui sera considéré comme gravement fautif au niveau supérieur. Cela me semble possible grâce aux propositions qui suivent.

**Sur la Terre et tant que l'altitude ne dépasse pas quelques dizaines de milliers de mètres, un corps est dans le champ de pesanteur ; il est soumis à son poids.**

**Dans l'espace entourant la Terre, à plus d'une centaine de kilomètres du sol, un corps est soumis à l'attraction de la Terre ; il est dans le champ de gravitation de celle-ci.**

Plusieurs remarques s'imposent. Dans les règles précédentes, parce qu'elles sont voulues simples et pragmatiques, le champ de pesanteur et le champ de gravitation dû à la Terre apparaissent comme étrangers l'un à l'autre, ne pouvant coexister au même point de l'espace. La réalité, plus complexe, est bien différente. Passer du champ de gravitation au champ de pesanteur, c'est moins changer de région de l'espace que changer de point de vue ; mais il me paraît impossible de le faire comprendre sans faire allusion à un changement de référentiel, c'est-à-dire à ce qu'il convient d'éviter.

Ceci dit, notons que le champ de pesanteur peut être défini à partir de données expérimentales ; aucune définition théorique du poids n'est utile. Il existe sur tous les continents un grand nombre de stations où l'intensité de la pesanteur a été mesurée, où elle est connue avec cinq décimales.

Certes, les élèves savent que sur la Terre on prend un référentiel terrestre, tandis que pour étudier le mouvement d'un satellite, le choix du référentiel géocentrique s'impose. Mais il n'est pas utile de signaler l'existence d'un lien entre le choix du référentiel et la nature du champ.

C'est parce que la Terre tourne autour de l'axe des pôles que le champ de pesanteur diffère du champ de gravitation. Pour un astre qui n'aurait pas de rotation propre, le champ de pesanteur serait identique au champ de gravitation. D'ailleurs, on parle d'*impesanteur* à l'intérieur d'un satellite artificiel pour affirmer que, dans le référentiel de ce satellite, le champ de gravitation est nul. Bien plus, à la surface de la Terre, lorsque la précision ne dépasse pas $10^{-2}$, on peut, et même on doit, considérer comme identique le champ de pesanteur et le champ de gravitation.

**A 1 % près, en tout point de la surface de la Terre, on a :**

$$g_0 = G_0 = 9{,}8 \text{ m.s}^{-2}.$$

Mais lorsqu'on déclare qu'en France $g = 9{,}81\ \mathrm{m.s^{-2}}$, on tient compte du fait que la Terre n'est pas sphérique et surtout qu'elle tourne ; implicitement, on distingue la pesanteur de l'attraction gravitationnelle.

La solution qui vient d'être proposée peut sembler raisonnable ; elle se heurte toutefois à une difficulté : le langage utilisé dans certains sujets de baccalauréat. Les exercices concernant les satellites sont nombreux ; dans la plupart, il est fait état du champ de gravitation ; mais dans quelques-uns, le langage est incorrect, comme le prouve cet extrait d'un sujet donné par les Annales de 1983. « On suppose que le repère géocentrique... est « galiléen. A la surface de la Terre, l'intensité du champ de « pesanteur est : $g_0 = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. A l'altitude $h$, elle est égale à :

$$g_h = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}. \text{ »}$$

Il aurait été souhaitable que la dernière phrase fut :

A l'altitude $h$, l'intensité du champ de gravitation est :

$$G_h = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}.$$

Je remercie le professeur Michel HULIN et mon collègue H. GIÉ ; leurs pertinentes et subtiles remarques m'ont beaucoup aidé pour la mise au point de la rédaction de cet article.

## APPENDICE

Rappelons les valeurs numériques que nous allons utiliser ; elles sont arrondies, car notre but est seulement d'évaluer assez grossièrement les normes de quelques champs de gravitation.

Masse du Soleil : $M_S = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg

Masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg

Masse de la Lune : $M_L = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg.

Distance de la Terre au Soleil : $d = 1{,}5 \times 10^{11}$ m $= 23\,000 \cdot R$

Distance de la Lune à la Terre $d_L = 3{,}85 \times 10^{8}$ m $= 60 \cdot R$

Constante de la gravitation : $G = 6{,}7 \times 10^{-11}$ SI.

Dans le RÉFÉRENTIEL DE COPERNIC, évaluons les champs de gravitation agissant sur la Terre.

Norme du champ dû au Soleil : $E_S = \dfrac{G \cdot M_S}{d_S{}^2} = 5{,}9 \times 10^{-3}$ N.kg$^{-1}$

Norme du champ dû à la Lune : $E_L = \dfrac{G \cdot M_L}{d_L{}^2} = 3{,}3 \times 10^{-5}$ N.kg$^{-1}$.

Puisque $E_L/E_S = \dfrac{1}{180} = 0{,}56\ \%$, l'attraction de la Lune n'est qu'accessoire.

L'accélération de la Terre, de son centre O, est évidemment :

$$\vec{a} = \vec{E}_S(\mathrm{O}) + \vec{E}_L(\mathrm{O}).$$

Dans le RÉFÉRENTIEL GÉOCENTRIQUE, en un point P voisin de la Terre, le champ résultant est :

$$\vec{E}_T(\mathrm{P}) + \vec{E}_S(\mathrm{P}) + \vec{E}_L(\mathrm{P}) - \vec{a}\,;$$

le premier terme représente le champ dû à la Terre :

$$\vec{E}_T(\mathrm{P}) = -\frac{G \cdot M_T}{\mathrm{OP}^3} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}}.$$

Si les champs dus au Soleil et à la Lune étaient uniformes dans toute la région d'espace considéré, on aurait :

$$\vec{E}_S(P) = \vec{E}_S(O), \qquad \vec{E}_L(P) = \vec{E}_L(O),$$

et par suite : $\vec{E}_S(P) + \vec{E}_L(O) - \vec{a} = \vec{0}.$

Le seul champ de gravitation serait celui dû à la Terre ; c'est ce qu'exprime la règle généralement admise. Toutefois, cette règle n'est qu'une approximation ; en toute rigueur, au champ $\vec{E}_T$ s'ajoutent deux champs résiduels dus au Soleil et à la Lune :

$$\overrightarrow{\Delta E_S} = \vec{E}_S(P) - \vec{E}_S(O), \qquad \overrightarrow{\Delta E_L} = \vec{E}_L(P) - \vec{E}_L(O).$$

Si la distance OP $= d$ est donnée, la direction et la norme d'un de ces champs résiduels varient considérablement avec la position du point P ; mais pour apprécier l'influence d'un tel champ, l'importance de son rôle éventuel, il suffit d'évaluer la valeur maximale de sa norme ; celle-ci est obtenue lorsque la droite OP passe par le centre de l'astre qui attire. Si $E = \dfrac{G \cdot M}{d^2}$, on a :

$$\Delta E = \left| -2 \cdot G \cdot \frac{M}{d^3} \cdot \Delta d \right| = E \cdot \frac{2 \cdot \Delta d}{d}.$$

Pour les actions du Soleil et de la Lune, on a donc :

$$\frac{\Delta E_L}{\Delta E_S} = \frac{E_L}{E_S} \cdot \frac{d_S}{d_L} = 2{,}15.$$

Le Soleil, plus lointain et bien plus massique, crée, dans le référentiel de Copernic, un champ plus intense et plus proche de l'uniformité que celui de la Lune. Celle-ci, parce qu'elle est beaucoup plus proche, donne, dans le référentiel géocentrique, un champ résiduel deux fois plus important que celui du Soleil.

Il est évident que ce résultat est valable aussi dans le *référentiel terrestre.* Ainsi s'explique un fait bien connu : c'est le mouvement apparent de la Lune qui impose la périodicité des marées. Le Soleil ne fait que moduler leurs amplitudes : marées de vives eaux, si les deux actions se conjugent ; marées de morte-eau, si elles se contrarient (1).

Evaluons à la surface de la Terre, c'est-à-dire pour $\Delta d = R$, la norme maximale du champ résiduel dû à la Lune :

---

(1) Seule est considérée ici la cause principale des marées ; des faits géographiques, comme la forme d'une mer ou le tracé d'une côte, jouent un rôle important dans le phénomène observé localement.

$$\Delta E_L = E_L \cdot \frac{2 \cdot R}{60 \cdot R} = 1{,}1 \times 10^{-6}\ \mathrm{N.kg^{-1}} \approx 10^{-7} \cdot g,$$

et celle du champ résiduel du Soleil :

$$\Delta E_S = E_S \cdot \frac{2 \cdot R}{23\,000 \cdot R} = 5{,}1 \times 10^{-7}\ \mathrm{N.kg^{-1}} \approx 10^{-7} \cdot g/2.$$

La Lune et le Soleil font varier le champ de gravitation et le champ de pesanteur ; mais ces variations, de l'ordre du dix-millionième, sont si faibles qu'elles sont parfaitement négligeables dans la presque totalité des cas. Il faut des circonstances exceptionnelles pour qu'elles puissent être la cause principale d'un phénomène important, celui des marées.

Considérons maintenant le cas d'un satellite artificiel, en prenant l'exemple du satellite géostationnaire, parce qu'il est relativement éloigné de la Terre : OP $= 4{,}2 \times 10^7$ km $= 6{,}6 \cdot R$.

Norme du champ dû à la Terre :

$$E_T = G_0 \left(\frac{R}{6{,}6 \cdot R}\right)^2 = 0{,}225\ \mathrm{N.kg^{-1}}.$$

Norme maximale du champ résiduel dû à la Lune :

$$\Delta E_L = E_L \cdot \frac{2 \times 6{,}6 \cdot R}{60 \cdot R} = 7{,}2 \times 10^{-6}\ \mathrm{N.kg^{-1}} \approx 3 \times 10^{-5} \cdot E_T.$$

Norme maximale du champ résiduel dû au Soleil :

$$\Delta E_S = E_S \cdot \frac{2 \times 6{,}6 \cdot R}{23\,000 \cdot R} = 3{,}4 \times 10^{-6}\ \mathrm{N.kg^{-1}} \approx 1{,}5 \times 10^{-5} \cdot E_T.$$

On constate que la règle admise, champ de gravitation uniquement dû à la Terre, est amplement justifié dans tous les exercices proposés en classe terminale. En particulier, lorsqu'on admet pour la Terre le modèle à symétrie sphérique, il faut négliger les attractions de la Lune et du Soleil.

Passons maintenant au satellite naturel, ou plutôt au satellite imaginaire, considéré dans le texte et qui remplace la Lune.

Dans le *référentiel de Copernic,* on a :

Norme du champ dû au Soleil : $E_S = 5{,}9 \times 10^{-3}\ \mathrm{N.kg^{-1}}$.

Norme du champ dû à la Terre :

$$E_T = G_0 \cdot \left(\frac{R}{60 \cdot R}\right)^2 = 2{,}7 \times 10^{-3}\ \mathrm{N.kg^{-1}}.$$

Dans le *référentiel géocentrique,* comme dans le *référentiel terrestre,* on a :

Norme du champ dû à la Terre : $E_T = 2{,}7 \times 10^{-3}$ N.kg$^{-1}$.

Valeur maximale de la norme du champ résiduel dû au Soleil :

$$\Delta E_S = E_S \cdot \frac{2 \times 60 \cdot R}{23\,000 \cdot R} = 3{,}1 \times 10^{-5} \text{ N.kg}^{-1} \approx 10^{-2} \cdot E_T.$$

On constate que l'action du Soleil doit être négligée dans les calculs que nous avons faits à propos du satellite imaginaire. Par contre, à la précision des observations astronomiques, l'influence du Soleil sur la Lune est très notable dans le référentiel géocentrique ; c'est pourquoi l'étude théorique du mouvement de la Lune est un problème difficile, l'exemple type du problème dit des trois corps.