Calcul littéral - Calcul numérique (1er cycle)

par M. CALVEZ
C.E.S. Fontenelle, 76000 Rouen

CALCUL LITTÉRAL

1. CONSTAT

Les élèves éprouvent beaucoup de difficultés face à un calcul littéral, nos collègues enseignants de seconde le constatent... et nous le reprochent parfois. Les enfants ne voient en général pas l'intérêt d'un tel calcul et le perçoivent souvent comme «une invention des professeurs de physique afin de faire des mathématiques». De plus la notion de variable leur échappe totalement...

De manière très modeste nous pouvons probablement faire que la situation change. L'idéal est de travailler en collaboration avec les collègues de mathématiques, c'est ce que je fais le plus souvent possible dans mon collège.

2. POURQUOI LE CALCUL LITTÉRAL ?

Il est indispensable cela ne fait pas de doute. Son utilisation est un gain de temps, il oblige à raisonner, il permet d'aborder le problème de l'homogénéité des formules...

Pour convaincre l'élève de son utilité il faut le placer dans une situation telle qu'il ne puisse pas échapper au calcul littéral.

3. QUELQUES EXEMPLES

3.1. Calculer le volume de divers fils cylindriques :

1er fil $d = 3$ mm $L = 15$ m

2^e^ fil d = 3 mm L = 30 m

3^e^ fil d = 9 mm L = 15 m

...

Le calcul littéral montrera $\left(V = \pi \frac{d^2}{4} \times L\right)$ que V est proportionnel à L pour un fil de diamètre donné ce qui est assez intuitif mais aussi que V est proportionnel à d^2 pour L donnée ce qui l'est moins.

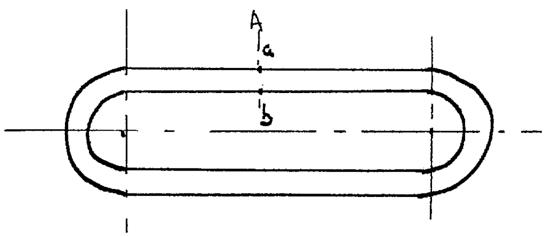
3.2. Un récipient a sa partie creuse en forme de parallélépipède rectangle à base carrée (a = 5 cm).

On verse dans le récipient un volume V = 45 cm^3 de liquide puis 90 cm^3 - 15 cm^3 - 30 cm^3 - 120 cm^3 (chaque fois que l'on verse le liquide on a pris soin de vider le récipient).

Calculer, dans chaque cas, la hauteur h atteinte par le liquide.

$V = a^2 \times h$ donc $h = \frac{V}{a^2}$ montre que h est proportionnel à V.

3.3. Une piste est formée de deux lignes droites de longueur L et de deux parties circulaires aux extrémités. Le demi cercle extérieur a un rayon R, le cercle intérieur a un rayon r.



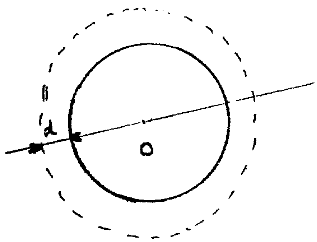
Deux coureurs partent ensemble de la ligne de départ A l'un (b) reste à la corde, l'autre (a) «fait» l'extérieur. Ils se déplacent à la même vitesse constante v.

Calculer la durée t qui s'écoule entre les passages des deux coureurs sur la ligne A après un tour, la largeur de la piste étant 5 m, v = 25 $km.h^{-1}$

$$t_a = \frac{2L + 2\pi r}{v} \qquad t_b = \frac{2L + 2\pi R}{v}$$

$t = t_a - t_b = \dfrac{2\,\pi\,(R - r)}{v} = 2\,\pi\,\dfrac{l}{v}$ l étant la largeur constante de la piste. L n'intervient donc pas, pas plus que R et r. Seules la largeur de la piste et la vitesse v interviennent.

3.4. On entoure une sphère de rayon R à l'aide d'un fil, on ne fait qu'un seul tour dans un plan contenant le centre o. On prend un deuxième fil plus long que le premier de 1 m et on le place autour de la sphère de façon qu'il forme un cercle de centre o situé dans le même plan que le précédent. Calculer la distance d qui sépare ce deuxième fil de la sphère (cf schéma) dans les cas suivants.



– a R = 5 cm

– b R = 24 m

– c R = 200 km

– d R = 6400 km

C'est long et compliqué si on s'engage dans un calcul numérique et le résultat échappe certainenemt. En fait le calcul littéral conduit à $d_{(m)} = \dfrac{1}{2\,\pi}$ d est donc indépendant de R. Étonnant !

3.5. Un cylindre est formé de deux cylindres homogènes de même diamètre mis bout à bout, leurs axes sont confondus. La longueur de l'un est l_1, la longueur de l'autre est l_2. Les masses volumiques des matières qui les forment sont respectivement ρ_1 et ρ_2. Déteminer les position du centre de gravité de l'ensemble. On donne :

$$\rho_1 = 4\ \mathrm{g/cm^3}\ (\text{ou } 4\ \mathrm{g} \times \mathrm{cm^{-3}}) \qquad \rho_2 = 5\ \mathrm{g/cm^3}$$

$$l_1 = 5\ \mathrm{cm} \qquad l_2 = 8\ \mathrm{cm}$$

Évidemment le diamètre des cylindres n'était pas donné c'est une incitation à faire le calcul littéral.

3.6. Lorsque l'intérêt du calcul littéral est bien admis on peut disposer de quantités d'exemples :

– volume d'une bague de forme cylindrique ;

– volume (et masse) d'un métal déposé sur un électrode cylindrique par exemple (épaisseur constante) ;

– rapport des volumes de deux sphères dont on donne les rayons ou les diamètres...

Dans tout problème ou exercice, il faudra obliger l'élève à faire le calcul littéral d'abord. Il faudra donc donner dans le texte les grandeurs par des lettres et ne faire apparaître les valeurs numériques qu'en fin de texte.

CALCUL NUMÉRIQUE

1. Comme on vient de le voir le calcul numérique fait suite au calcul littéral.

2. L'expression littérale de la grandeur recherchée étant trouvée il faut préciser les unités.

3. Dans le premier cycle la grosse difficulté reste l'utilisation des puissances de 10. Là, comme pour les calculs littéraux, il convient de mettre l'élève de 4^e ou de 3^e dans une situation telle qu'il ne puisse pas s'en passer sans risquer l'erreur (c'est difficile au début mais à force de pratiquer...). Les situations concrètes sont faciles à trouver dans les nouveaux programmes (atomes, molécules, électrons, astronomie).

L'élève de 3^e se sort également très mal d'exercices simples de conversion sur les unités de volume, de masse.

4. Il serait souhaitable d'entraîner plus souvent les élèves au calcul mental (estimer l'ordre de grandeur).

5. La notion de proportionnalité n'est pas bien comprise. Pour trop d'élèves de 3^e, si x croît quand y croît alors x et y sont proportionnels. Le tableau de proportionnalité est utile car il oblige à réfléchir (je ne peux faire

le tableau de proportionnalité que... s'il y a proportionnalité). Plutôt que de faire le produit en croix il est préférable d'utiliser le coefficient de proportionnalité. Enfin pour comprendre la proportionnalité, il faut aussi placer l'enfant dans des situations où elle n'existe pas.

6. La notion de pourcentage passe mal. Là encore c'est une pratique trop peu fréquente qui est la cause de l'échec. Des exemples empruntés à la vie quotidienne permettaient de clarifier les choses.

Évidemment ce n'est pas avec notre modeste horaire que nous pouvons remédier à tout cela mais la collaboration avec le collègue de mathématiques peut, petit à petit, améliorer la situation.

Ces réflexions sont le résultat d'un stage de 4 $\times$ 3 h soit 12 h auquel ont participé des collègues physiciens et mathématiciens du 1er et du 2^{e} cycle (intitulé du stage : liaison math-physique 3^{e} - 2^{e}).