

Adaptation du récepteur au générateur en courant continu

par Philippe GIRONDEAU
CES Charlemagne, 57100 Thionville

Cet article traite du problème général de l'adaptation du récepteur au générateur, en courant continu : comment faut-il choisir les caractéristiques du récepteur (force contre-électromotrice et résistance interne) pour que le générateur qui l'alimente puisse fournir sa puissance électrique maximum.

Ce sujet est traité de deux façons différentes, mais également intéressantes : la partie théorique pourrait être donnée à faire en devoir à la maison, ou bien encore on pourrait utiliser le micro-ordinateur. La partie expérimentale trouvera naturellement sa place en travaux pratiques.

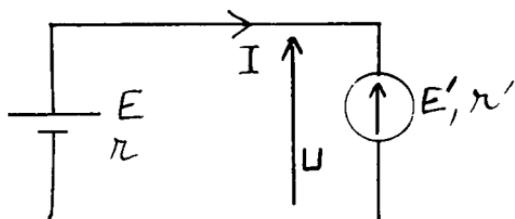
Le niveau de cet article est celui d'une classe de 1^{ère}.

1. ETUDE THEORIQUE

1.1. Problème posé

Considérons un générateur de caractéristiques données.

E pour sa f.e.m. et r pour sa résistance interne. Il alimente un récepteur de caractéristiques E' et r' (f.c.é.m. et résistance interne). On a alors :



$$I = \frac{E - E'}{r + r'}$$

$$\text{et } U = E - rI = E' + r'I$$

$$= \frac{r'E + rE'}{r + r'}$$

La puissance électrique du générateur est

$$P = U \cdot I = \frac{r' E + r E'}{r + r'} \cdot \frac{E - E'}{r + r'}$$

Remarque préalable

On se place dans le cas où $E > E'$.

L'expression de P est fonction de E' et de r' (E et r sont fixées).

Deux études sont possibles :

- P en fonction de E' avec r' comme paramètre.
- P en fonction de r' avec E' comme paramètre.

1.2. Etude de $P = f(E')$

Calculons

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dE'} &= \frac{d}{dE'} \left[\frac{1}{(r + r')^2} (E - E') (r' E + r E') \right] \\ &= \frac{1}{(r + r')^2} [E(r - r') - 2rE'] \end{aligned}$$

Cette dérivée s'annule pour

$$E' = \frac{E}{2} \left(1 - \frac{r'}{r}\right)$$

et pour cette valeur de la f.c.é.m. la puissance maximum $P_m = \frac{E^2}{4r}$,
mais à condition que $r' \leq r$.

— On a donc deux cas :

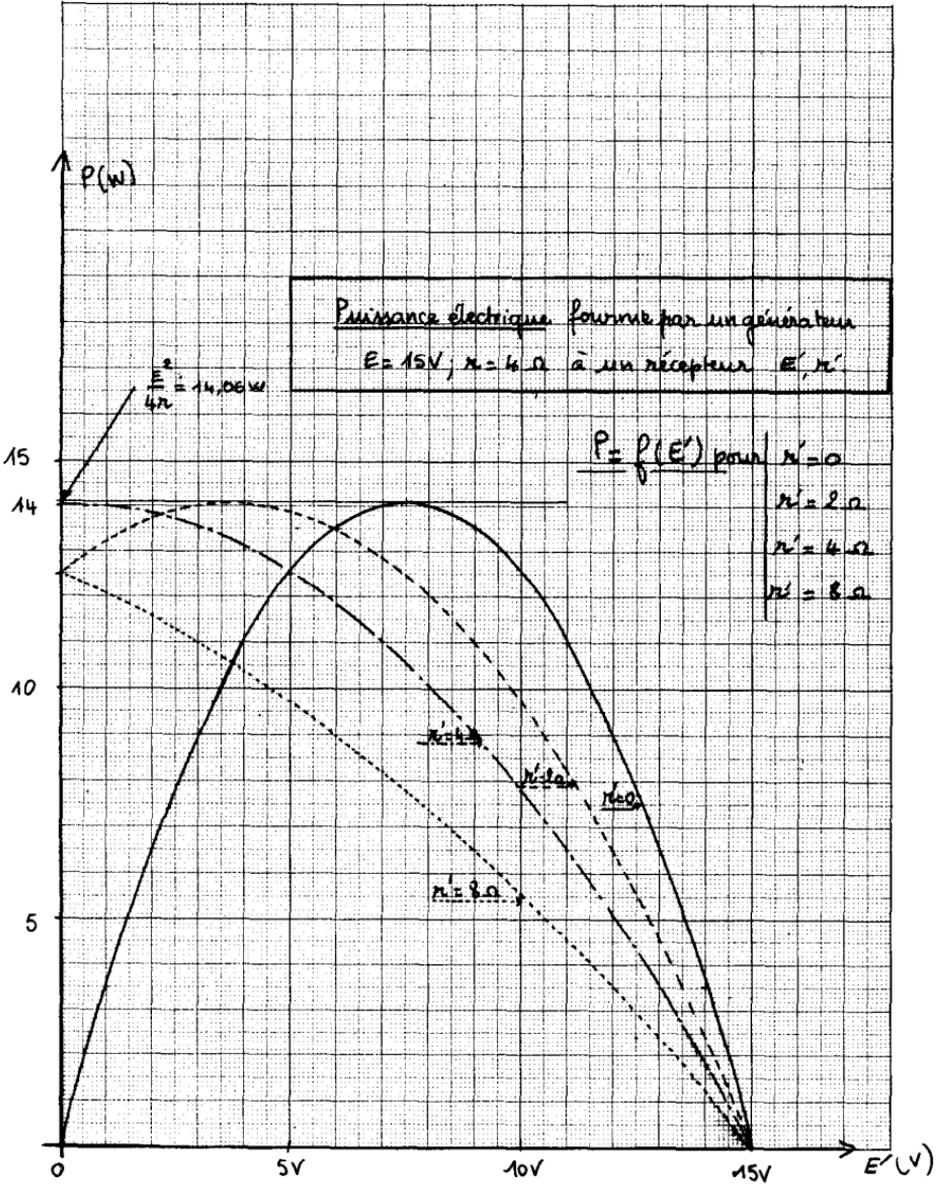
a) $r' \leq r$ alors $P_m = \frac{E^2}{4r}$ pour $E' = \frac{E}{2} \left(1 - \frac{r'}{r}\right)$

b) $r' > r$ le générateur fournit une puissance maximum quand $E' = 0$. Cette puissance

$$P'_m = \frac{r'}{(r + r')^2} E^2 < \frac{E^2}{4r} = P_m$$

Il est à remarquer que la grandeur $P_m = \frac{E^2}{4r}$ est une caractéristique du générateur.

Suivent quelques courbes tracées avec $E = 15 \text{ V}$ et $r = 4 \Omega$ pour plusieurs valeurs de r' . Ce genre de travail pouvant être confié au micro-ordinateur.



1.3. Etude $P = f(r')$

Calculons

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dr'} &= \frac{d}{dr'} \left[\frac{1}{(r+r')^2} (E - E') (r' E + r E') \right] \\ &= \frac{E - E'}{(r+r')^2} \left[\frac{2}{r+r'} (r' E + r E') + E \right] \end{aligned}$$

Cette dérivée s'annule pour $r' = r \left(1 - 2 \frac{E'}{E} \right)$

et pour cette valeur la puissance maximum délivrée par le générateur vaut encore $P_{\max} = \frac{E^2}{4r}$ mais à condition que $E' \leq \frac{E}{2}$ (condition pour que $r' \geq 0$)

— Là aussi, nous avons deux cas.

a) $0 \leq E' \leq \frac{E}{2}$, le générateur peut fournir sa puissance maximum

$$P_m = \frac{E^2}{4r} \text{ pour } r' = r \left(1 - 2 \frac{E'}{E} \right).$$

b) $\frac{E}{2} < E' < E$ le générateur ne peut fournir que $P'_m = E' \frac{E - E'}{r}$ pour $r' = 0$, avec encore $P'_m < P_m$.

Suivent quelques courbes tracées pour $E = 15 \text{ V}$ et $r = 4 \Omega$, de $P = f(r')$ pour différentes valeurs du paramètre E' .

Là aussi une étude au micro-ordinateur trouvera tout son intérêt.

1.4. En conclusion de cette étude théorique

— La puissance électrique maximum que peut fournir un générateur, est $P_m = \frac{E^2}{4r}$ et est une caractéristique de celui-ci.

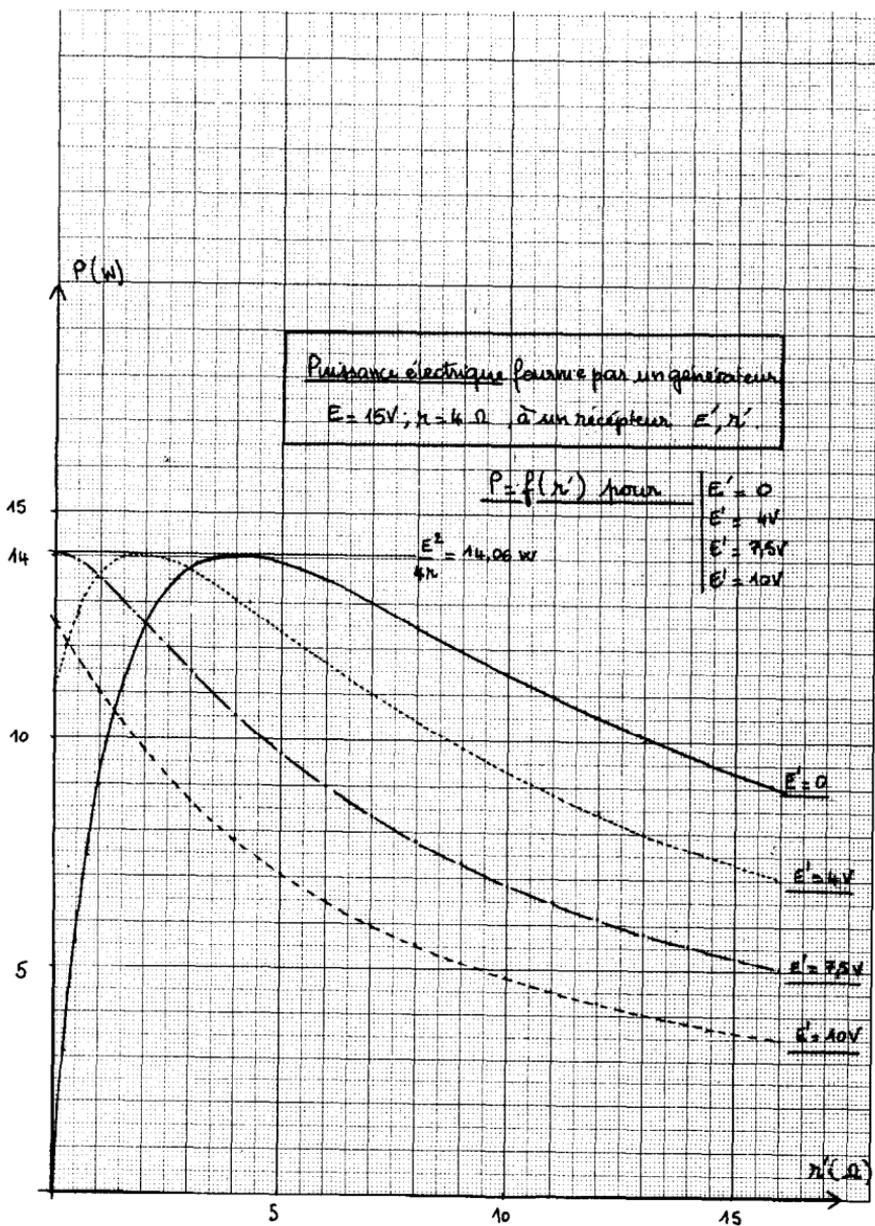
— Il ne peut la fournir que si les caractéristiques du récepteur sont telles que :

$$0 \leq E' \leq \frac{E}{2} \quad \text{et} \quad 0 \leq r' \leq r$$

Cette puissance sera alors délivrée pour

$$r' = r \left(1 - 2 \frac{E'}{E} \right) \quad \text{ou} \quad E' = \frac{E}{2} \left(1 - \frac{r'}{r} \right)$$

(deux expressions équivalentes).



- Si $E' > \frac{E}{2}$ ou si $r' > r$ le générateur ne fournit pas sa puissance maximum $P_m = \frac{E^2}{4r}$ mais une puissance plus faible P'_m , calculée pour $E' = 0$ ou $r' = 0$ suivant le cas.

Remarque

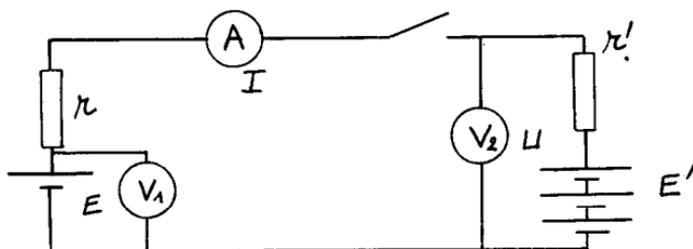
Quand le générateur fournit $P_m = \frac{E^2}{4r}$, à ses bornes il existe une tension $U = \frac{E}{2}$, et il débite un courant d'intensité $I = \frac{I_{cc}}{2} = \frac{E}{2r}$

Autrement dit $P_m = \frac{E \cdot I_{cc}}{4}$ avec E tension à vide, I_{cc} courant de court-circuit.

2. ETUDE EXPERIMENTALE

2.1. Schéma du montage

Le problème est d'obtenir un générateur où $E = \text{constante}$. Or, les alimentations courantes ne permettent pas cela. Le plus simple est d'utiliser une batterie d'accumulateurs : même hors d'usage pour faire démarrer une voiture, elle permettra d'avoir E bien fixe, pour les intensités débitées (180 mA maximum).



- E est donc une batterie de voiture $E = 12,52 \text{ V} = \text{Cte}$ vérifiée pour un voltmètre (facultatif) (n° 1).
- r est une résistance de $68 \Omega - 2 \text{ W}$ (au moins).
- r' est un ensemble de 2 boîtes de résistances multiples de 10Ω et de 100Ω . Elles doivent pouvoir supporter 200 mA . (La boîte $\times 10$ peut suffire alors $r' \leq 100 \Omega$).
- E' représente plusieurs accumulateurs Cd. Ni, $1,2 \text{ V}$ ($1,8 \text{ Ah}$ - courant de charge maxi 180 mA). La résistance de ces accumulateurs est inférieures à l'ohm - donc négligeable.

2.2. Mesures

E' étant choisi par le nombre d'accumulateurs Cd.Ni en série, on relève U et I en fonction de r' . Le voltmètre V_1 permet de mesurer E' ($I = 0$).

La puissance électrique fournie par le générateur se calcule par $P = UI$. On admettra que les appareils sont parfaits, et que ce produit représente bien la puissance du générateur (les appareils de mesures sont des multimètres Jeulin CL 2000).

2.3. Interprétation des résultats

a) $P = f(E')$ r' est le paramètre.

— $r' = 0$, P est maximum à 566 mW pour $E' = 6,18$ V, ce qui est proche de

$$\frac{E}{2} = 6,26 \text{ V}$$

— $r' = 40 \Omega$, le maximum de $P = 569$ mW s'observe pour $E' = 2,46$ V.

$$\text{La théorie conduit à } E' = \frac{E}{2} \left(1 - \frac{r'}{r}\right) = 2,58 \text{ V}$$

Là aussi l'accord existe.

— $r' = 70 \Omega$, le maximum de $P = 570$ mW se produit pour $E' = 0$ V, ce que confirme la théorie puisque $r' \approx r$.

— $r' = 100 \Omega$, mêmes observations, mais en plus le maximum de P (548 mW) est inférieur aux valeurs précédentes 570 mW.

b) Les valeurs du maximum de P sont toutes voisines de 570 mW.

$$E = 12,52 \text{ V. Le calcul de } r, \text{ à l'aide de } P_m = \frac{E^2}{4r}$$

conduit à $r = 68,7 \Omega$, ce qui coïncide parfaitement avec la valeur choisie.

c) $P = f(r')$ E' est le paramètre.

— $E' = 0$, P est maximum = 570 mW pour $r' = 70 \Omega$, donc pratiquement $r = 68 \Omega$.

— $E' = 1,24$ V ; 2,46 V ; 3,68 V et 4,92 V, le maximum de P est encore très proche de 570 mW (respectivement 569 mW, 569 mW, 567 mW et 568 mW). Ce maximum se produit pour $r' = 50 \Omega$, 40 Ω , 30 Ω et 10 Ω , alors que l'étude théorique prévoit $r' = r \left(1 - 2\frac{E'}{E}\right)$ (54 Ω , 41 Ω , 28 Ω , 14 Ω).

- Enfin si $E' > \frac{E}{2} = 6,26 \text{ V}$, donc pour $E' = 7,38 \text{ V}$ et $8,90 \text{ V}$ la valeur du maximum de P n'est plus 570 mW , mais respectivement 540 mW et 400 mW , et ce nouveau maximum s'observe bien pour $r' = 0$.

Précision

Pour la dernière valeur de E' ($8,90 \text{ V}$), j'ai utilisé une pile ronde de $1,5 \text{ V}$ au lieu d'un accumulateur Cd.Ni. Le prix de ceux-ci étant assez élevé, notre choix était limité.

d) Quand le générateur délivre $P_m = 570 \text{ mW}$

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{I_{cc}}{2} = \frac{1}{2} \frac{E}{r} = 92 \text{ mA} \\ U &= \frac{E}{2} = 6,26 \text{ V} \end{aligned} \right\} \text{ en théorie}$$

Ce qui s'observe par $E' = 0$ $90 \text{ mA} < I < 97 \text{ mA}$
 $5,88 \text{ V} < U < 6,35 \text{ V}$

Pour $E' = 1,24 \text{ V}$ $U = 6,05 \text{ V}$ et $I = 94 \text{ mA}$

Pour $E' = 2,46 \text{ V}$ $U = 6,24 \text{ V}$ et $I = 91 \text{ mA}$

Pour $E' = 3,68 \text{ V}$ $U = 6,5 \text{ V}$ et $I = 87 \text{ mA}$

3. CONCLUSION

La mise en place de cette manipulation en travaux pratiques demande des batteries d'automobiles et des petits accumulateurs. Il est donc souhaitable de récupérer des batteries usagées : elles feront encore du travail au lycée où l'intensité demandée est faible.

Pour les petits accumulateurs, il faudra en acheter, mais je signale qu'on en trouve dans les mobiles auto-porteurs des tables à coussin d'air.

Pour limiter le nombre de ces petits accumulateurs, on peut choisir E plus faible, mais r doit rester entre 50 et 100Ω d'abord pour limiter I , afin que E demeure bien fixe, et ensuite afin de pouvoir utiliser une boîte de résistances multiples de 10Ω .

Tableau de mesures

Les valeurs de I sont arrondies au mA et celles de P au mW.

R' Ω	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	E'(v)
U (V)	0,29	1,72	2,91	3,89	4,74	5,33	5,88	6,35	6,77	7,12	7,43	0
I (mA)	182	160	142	127	114	105	97	90	84	78	74	
P (mW)	53	276	412	493	541	560	570	570	567	559	548	
U (V)	1,51	2,82	3,90	4,77	5,45	6,05	6,53	6,96	7,33	7,64	7,93	1,24
I (mA)	164	143	126	113	103	94	87	81	75	70	66	
P (mW)	247	402	493	541	561	569	567	561	551	539	526	
U (V)	2,78	3,88	4,91	5,61	6,24	6,76	7,2	7,59	7,91	8,2	8,44	2,46
I (mA)	144	126	111	100	91	83	77	71	66	62	59	
P (mW)	399	490	544	564	569	564	554	541	526	511	495	
U (V)	4,10	5,01	5,83	6,5	7,04	7,48	7,86	8,18	8,46	8,71	8,93	3,68
I (mA)	123	109	97	87	79	73	67	62	58,3	55	51	
P (mW)	505	548	567	567	558	544	528	510	493	476	459	
U (V)	5,22	6,12	6,82	7,43	7,86	8,24	8,58	8,80	9,04	9,26	9,44	4,92
I (mA)	106	93	82	73,4	67,2	61,5	56,4	53	50	46,7	44	
P (mW)	554	568	562	545	528	507	484	469	451	432	415	
U (V)	0,43	7,19	7,78	8,24	8,62	8,92	9,2	9,47	9,61	9,79	9,94	6,18
I (mA)	88	77	68	62	56	51	47,5	44	41	39	37	
P (mW)	566	554	531	508	484	459	437	413	399	382	365	
U (V)	7,6	8,19	8,68	9,06	9,36	9,61	9,82	10	10,18	10,32	10,43	7,38
I (mA)	71	62	55	49,7	45	42	39	36	33	31	30	
P (mW)	540	509	479	450	424	400	379	360	340	324	309	
U (V)	9,52	9,90	10	10,22	10,42	10,64	10,75	10,83	10,93	11,04	11,12	8,90
I (mA)	42	38	36	33	30	26,5	25,6	24	22,5	21,2	20	
P (mW)	400	374	359	336	312	282	275	260	246	234	222	

