

## Référentiel et loi de force

par Marcel MANCINI,  
Lycée Ismaël-Dauphin,  
Rue Pierre-Fabre, 84300 Cavaillon.

Nous nous proposons de déterminer comment se transforment les orbites képlériennes des planètes du système solaire lorsque leur mouvement est rapporté au référentiel terrestre. L'ordinateur va nous permettre, à grande économie de calculs, de mener à bien notre problème.

L'exemple étudié permettra de mettre l'accent sur le fait que la découverte d'une loi de force nécessite l'emploi d'un « bon » référentiel, le référentiel de COPERNIC ici, qui permet à NEWTON de trouver la loi de Gravitation.

### 1) MISE EN EQUATION DU PROBLEME.

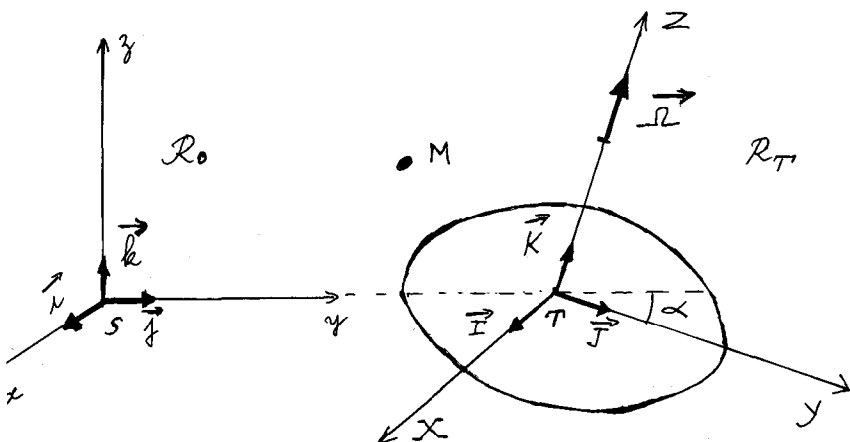


Fig. 1

$R_0$  est le référentiel de COPERNIC, origine  $S$ , quasiment centre du Soleil.

$R_T$  est le référentiel terrestre, origine T.

$\alpha$  est l'angle entre le plan de l'équation terrestre et le plan de l'écliptique ( $\alpha = 23^\circ 27'$ ).

$\vec{\Omega}$  est le vecteur rotation de la Terre.

M est une planète.

Dans ce qui suit, nous négligerons les champs autres que le champ de gravitation solaire. Le but est de déterminer la trajectoire de M par rapport à  $R_T$ .

Rappelons que l'accélération absolue du centre d'inertie de la planète M (accélération par rapport au référentiel  $R_o$ ) peut s'écrire :

$$\vec{a}_M = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

avec :

$\vec{a}_r$  : accélération relative (accélération de M dans  $R_T$ ),

$\vec{a}_e$  : accélération d'entraînement (accélération par rapport à  $R_o$  du point Q coïncidant de M à l'instant  $t$  ; le point coïncidant Q est un point fixe du solide de référence Terre auquel on associe  $R_T$  et à l'instant  $t$ , M et Q ont mêmes coordonnées dans  $R_T$ , mais ces dernières varient au cours du temps pour M alors qu'elles sont constantes pour Q),

$\vec{a}_c$  : accélération de CORIOLIS.

Le vecteur rotation instantanée  $\vec{\Omega}$  de la Terre par rapport à  $R_o$  étant constant (en négligeant le phénomène de précessions des équinoxes et le ralentissement de la rotation de la Terre eu égard la durée d'observation), on peut écrire directement :

$\vec{a}_e = \vec{a}_T - \Omega^2 \overrightarrow{HM}$ , H étant la projection du point M sur l'axe  $(T, \vec{\Omega})$  (fig. 2) et  $\vec{a}_T$  étant le vecteur accélération du centre d'inertie de la Terre dans  $R_o$ .

$\vec{a}_c = 2 \vec{\Omega} \wedge \vec{v}_r$ ,  $\vec{v}_r$  étant le vecteur vitesse relative, c'est-à-dire le vecteur vitesse de M par rapport à  $R_T$ .

Nous en déduisons :

$$\vec{a}_r = \vec{a}_M - \vec{a}_e - \vec{a}_c \quad \text{avec} \quad \vec{a}_M = -k \frac{\vec{SM}}{r^3(S, M)};$$



ou :

$$13,34 \cdot 10^{19} \times (864)^2 \cdot 10^4 \frac{m}{j^2} \times m^2 = 0,996 \cdot 10^{30} \frac{m}{j^2} \times m^2.$$

D'après l'unité de distance choisie,

$$\mathcal{G} \cdot M_S = 0,996 \cdot 10^{30} \times 10^{-10} \times (10^{-10})^2 = 0,996 \frac{u_d}{j^2} \times u_d^2$$

dont la valeur sera arrondie à 1. Avec ces nouvelles unités, les accélérations seront exprimées en  $u_d/j^2$ .

— Il convient évidemment d'exprimer les composantes de l'accélération relative  $\vec{a}_r$  dans la base  $(\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$  :

$$\vec{SM} = \vec{ST} + \vec{TM} = \vec{ST} + (\vec{IX} + \vec{JY} + \vec{KZ}).$$

Comme  $\vec{TS} = \vec{I}X_S + \vec{J}Y_S + \vec{K}Z_S$  ( $X_S, Y_S, Z_S$  sont les coordonnées relatives du Soleil dans  $R_T$ ), alors :

$$\vec{SM} = \vec{I}(X - X_S) + \vec{J}(Y - Y_S) + \vec{K}(Z - Z_S).$$

On obtient en définitive :

$$\vec{a}_r = \left\| \begin{array}{l} -\frac{(X - X_S)}{r^3_{(S, M)}} - \frac{X_S}{r^3_{(S, T)}} + \Omega^2 X + 2\Omega \cdot \dot{Y} \\ -\frac{(Y - Y_S)}{r^3_{(S, M)}} - \frac{Y_S}{r^3_{(S, T)}} + \Omega^2 Y + 2\Omega \cdot \dot{X} \\ -\frac{(Z - Z_S)}{r^3_{(S, M)}} - \frac{Z_S}{r^3_{(S, T)}} \end{array} \right\|$$

Nous remarquons au passage, comme cela était prévisible, que la trajectoire de M relativement à  $R_T$  n'est pas plane. Nous nous intéressons à la projection de la trajectoire dans le plan de cote  $Z = 0$ .

## II) LE PROGRAMME.

Nous l'écrirons en BASIC, et suivant les valeurs numériques fournies à l'ordinateur, on pourra utiliser ou non la méthode du pas « variable » (voir références).

Pour la facilité d'écriture, nous conviendrons d'associer les symboles suivants aux éléments cinématiques :

$$X \rightarrow G; \quad Y \rightarrow K; \quad \dot{X} \rightarrow V; \quad \dot{Y} \rightarrow W;$$

$X_S \rightarrow E; \quad Y_S \rightarrow F; \quad \dot{X}_S \rightarrow Q; \quad \dot{Y}_S \rightarrow U; \quad H$  est le pas d'incrément

$$r_{(S, M)} = r_1; \quad r_{(S, T)} = r_2.$$

1 $\phi$  Input E $\phi$ , F $\phi$ , Q $\phi$ , U $\phi$ , G $\phi$ , K $\phi$ , V $\phi$ , W $\phi$ , s.

2 $\phi$  E = E $\phi$  : F = F $\phi$  : Q = Q $\phi$  : U = U $\phi$  : G = G $\phi$  : K = K $\phi$  :  
V = V $\phi$  : W = W $\phi$ .

3 $\phi$  Gosub 25 $\phi$ .

$$4\phi H = \frac{s}{\text{SQR}(V \uparrow 2 + W \uparrow 2)}.$$

$$5\phi V = V + A_1 * H.$$

$$6\phi W = W + B_1 * H.$$

$$7\phi G = G + V * H.$$

$$8\phi K = K + W * H.$$

$$9\phi Q = Q + A_2 * H.$$

$$10\phi U = U + B_2 * H.$$

$$11\phi E = E + Q * H.$$

$$12\phi F = F + U * H.$$

$$13\phi \text{ORIGIN } 300, 180.$$

$$14\phi \text{PLOT } 11.5 * G, 11.5 * K.$$

$$15\phi \text{GOTO } 30.$$

$$25\phi r_1 = \text{SQR}((G - E)^2 + (K - F)^2).$$

$$26\phi r_2 = \text{SQR}(E^2 + F^2).$$

$$27\phi A_1 = \frac{(E - G)}{r_1/r_1/r_1} - \frac{E}{r_2/r_2/r_2} + 39.438 * G + 12.56 * W$$

$$28\phi B_1 = \frac{(F - K)}{r_1/r_1/r_1} - \frac{F}{r_2/r_2/r_2} + 39.438 * K - 12.56 * V$$

$$29\phi A_2 = \frac{-E}{r_2/r_2/r_2} + 39.438 * E + 12.56 * U$$

$$30\phi B_2 = \frac{-F}{r_2/r_2/r_2} + 39.438 * F - 12.56 * Q$$

$$31\phi \text{RETURN}.$$

*Commentaires concernant le programme et valeurs numériques fournies à l'ordinateur :*

$A_1$  correspond à  $\ddot{X}$ ,  $B_1$  à  $\ddot{Y}$ ;  $A_2$  correspond à  $\ddot{X}_S$ ,  $B_2$  à  $\ddot{Y}_S$ .

La ligne 130 fixe l'origine des coordonnées relatives compte tenu des dimensions de l'écran, la ligne 140 permet la plus grande représentation possible pour  $K = f_{(G)}$ .

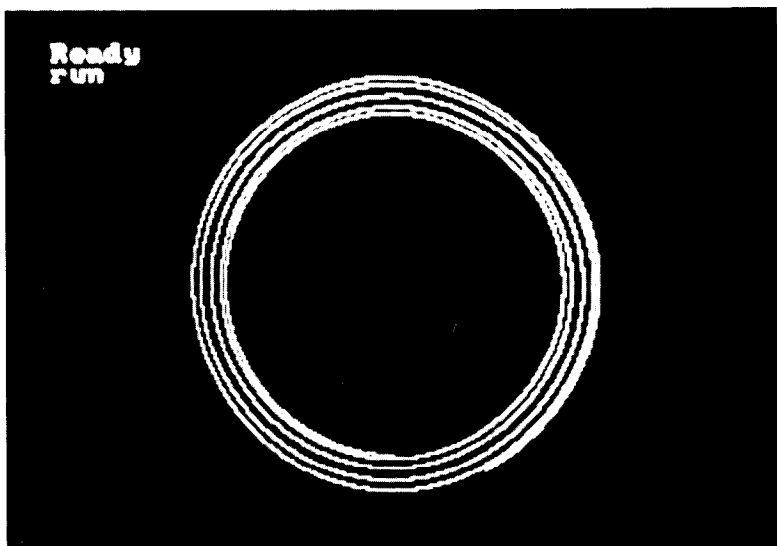


Photo 1. — Trajectoire de  $M/R_T$ .

Le « rayon » est proche de sa valeur maximale.

D : point de départ sur la photo 2.

Les valeurs fournies à l'ordinateur correspondent à une planète qui se trouverait assez proche du Soleil, à une distance telle que à  $t = 0$   $d(S, M) = 1,5 u_d$  ou  $15 \cdot 10^6$  km.

On verra en appendice comment on peut déterminer, à  $t = 0$ , les composantes scalaires du vecteur vitesse  $\vec{v}_r$  de la planète M ou du Soleil S relativement au référentiel terrestre  $R_T$ .

Dans l'ordre, on introduit :

$\emptyset$ ,  $-13.7559$ ,  $-86.129\emptyset$ ,  $\emptyset$ ,  $\emptyset$ ,  $-12.38\emptyset3$ ,  $-78.3883$ ,  
 $\emptyset$ ,  $\emptyset.\emptyset\emptyset5$ .

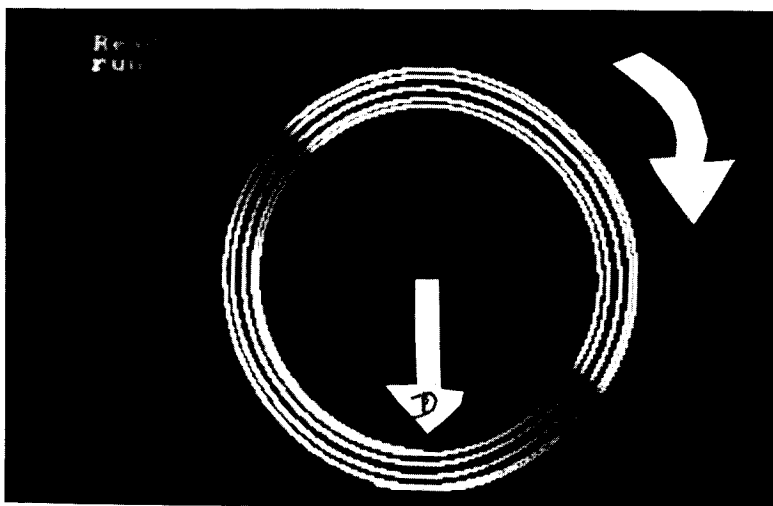


Photo 2. — Trajectoire de M à  $t = 5$  j.

La flèche droite indique le point de départ. L'autre le sens de la rotation de M/RT.

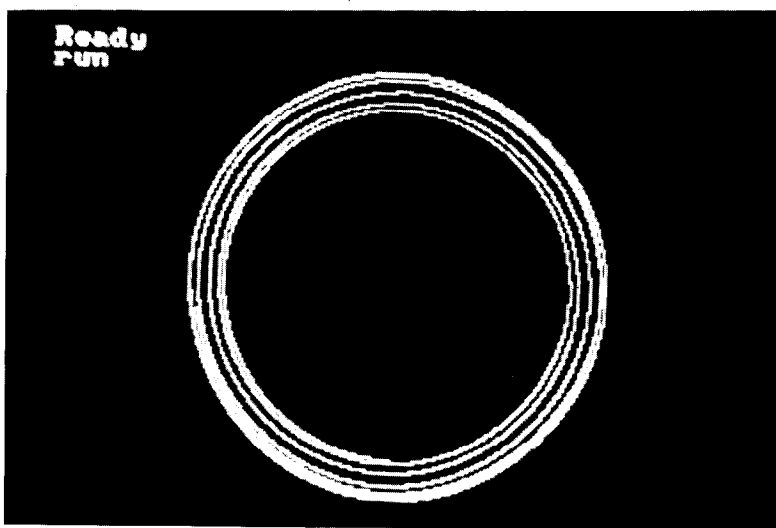


Photo 3. — Trajectoire de M à  $t = 6,25$  j.

Le « rayon » commence à décroître à  $t = 5,25$  j. Pour  $t > 6,3$  j, les zones en blanc vont devenir de plus en plus épaisses car «  $r$  » décroît.

Remarquer la *complexité* de la trajectoire dans  $R_T$ .

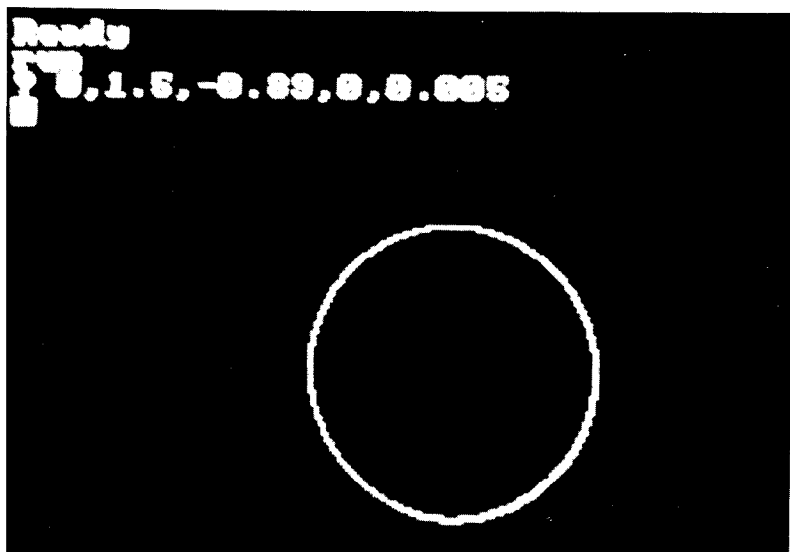


Photo 4. — Trajectoire de M dans le référentiel de COPERNIC : pratiquement un cercle.

**Remarque :**

Compte tenu de la trajectoire quasiment circulaire de M dans le référentiel de COPERNIC, on peut utiliser un pas H constant de valeur 0.00007 à 0.0001.

Examen de la trajectoire entre  $t = 0$  et  $t = 10$  jours.

Du fait que la distance TM varie lentement, au bout d'un jour, la trajectoire est voisine d'un cercle de centre T ( $\|\vec{\Omega}\| = 2\pi \text{ rad/j}$ ), puis le rayon se met à croître car M s'éloigne de T, il passera ensuite par un maximum, etc.

**III) LE CARACTERE ABSTRAIT DU CONCEPT DE FORCE ET LA NECES-SITE DE DEFINIR LA FORCE A L'AIDE D'UNE LOI DE FORCE.**

Il est facile d'imaginer les difficultés des Physiciens pré-newtoniens, qui, faisant les observations dans le référentiel terrestre ne pouvaient arriver à une loi permettant d'expliquer le mouvement.

C'est à partir du moment où l'on eut conscience que le référentiel Terre était « mauvais » pour l'étude de tels mouvements que les choses devinrent claires.



— Revenons sur quelques points qui nous paraissent militer en faveur de la définition de la force par une loi de force et qui montrent l'insuffisance de la définition du concept de force par ses effets.

La Mécanique est une Théorie et en tant que telle elle obéit à un certain nombre de règles. La Théorie utilise des objets ABSTRAITS, dont le mode d'expression le plus commode est le langage de l'Algèbre.

Faut-il à tout prix vouloir systématiquement trouver une interprétation concrète à tous les objets d'une Théorie ?

On sait que cela n'est pas toujours possible, voire même souhaitable.

La liste des exemples à donner serait longue et c'est à notre avis une erreur de considérer la « force-objet-concret » définie par ses effets.

Lorsqu'on définit la force par ses effets, cela implique que ces derniers soient définis de manière univoque, ce qui est inexact car ils dépendent du référentiel où ils sont observés. On postule alors l'existence de référentiels privilégiés (les référentiels galiléens) et on convient que ces effets seront observés dans de tels référentiels. Mais malheureusement, le sens physique à donner à l'existence de tels référentiels n'est pas résolu. MACH est l'un des premiers à s'être posé la question d'une définition physique des référentiels galiléens en relation avec la distribution de matière dans l'Univers (Principe de MACH). A l'heure actuelle, la question reste ouverte. Le critère de définition consiste à faire référence au « Principe d'Inertie » pour des systèmes dont on peut raisonnablement penser qu'ils ne sont pas « perturbés » par un système extérieur.

C'est évidemment par l'expérience qu'on arrive à trouver les lois de force, ainsi que les référentiels d'inertie.

#### Remarque 1 :

\* Ne pas définir la force par ses effets ne signifie nullement que les effets soient niés. Ces derniers sont bien réels, appartiennent à la réalité sensible. La Théorie, dont la force est l'un des objets, N'EST PAS cette réalité, mais une explication de cette réalité.

Il paraît donc peu raisonnable de distinguer la « force réalité physique » de sa représentation abstraite, la réalité de la force étant confondue avec celle de ses effets.

**Remarque 2 :**

\* On peut faire l'objection suivante : les effets d'une force ne sont pas forcément dépendants du référentiel si l'on songe par exemple aux déformations que peut subir un corps. Nous n'envisageons pas ici les effets statiques de la force qui peuvent d'ailleurs persister lorsque la force cesse d'être appliquée.

**Remarque 3 :**

\* Le fait que les lois de force se trouvent dans les « bons » référentiels n'interdit nullement de travailler dans des référentiels non galiléens quand cela s'avère plus simple. Il suffit alors d'introduire les facteurs correctifs cinématiques constitués par les « forces d'inertie ». Au sujet de ces dernières, si l'on y réfléchit, l'accélération attribuée à un système et née du seul mouvement de l'observateur se traduit en terme de « force d'inertie ». Ces « forces d'inertie » ne traduisent aucune interaction physique, elles sont simplement la conséquence du fait que c'est l'observateur, lui, qui subit les forces d'interaction. En définitive, l'absence de forces d'interaction ne peut produire, de quelque manière que ce soit, d'accélération.

La Mécanique doit prévoir le mouvement des corps à partir de conditions initiales données. Pour arriver à ce but, on fait appel au Principe fondamental qui relie par le signe d'égalité deux concepts de nature différente. La force d'une part, la « quantité d'accélération » d'autre part. Il faut donc connaître la force  $F$ , d'où la notion fondamentale de loi de force.

Il n'est pas inutile, peut-être, d'employer suivant le cas, deux symboles d'égalité différents. Par définition, le vecteur quantité de mouvement est  $\vec{p} \stackrel{\text{def}}{=} m \vec{v}_1$ , la masse volumique d'un corps homogène  $w \stackrel{\text{def}}{=} \frac{M}{V}$ . Mais le postulat dynamique s'énonce

$\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt}$  avec  $\vec{p} \stackrel{\text{def}}{=} m \vec{v}_1$ . Signalons que cette nuance est soi-

gneusement distinguée dans le langage PASCAL où l'on note : = pour « l'égalité d'affectation » et = pour l'égalité conditionnelle.

**IV) QUAND DESCARTES ANNONCE LA PHYSIQUE THEORIQUE.**

Pour terminer, méditons ce passage du « DISCOURS DE LA MÉTHODE » : « Tout ce que j'ai reçu jusqu'à présent pour le plus vrai et assuré, je l'ai appris des sens ou par les sens ; or j'ai

quelquefois éprouvé que ces sens étaient trompeurs et il est de la prudence de ne se fier à ceux qui nous ont une fois trompé... C'est une chose qui m'est à présent manifeste que les corps mêmes ne sont pas proprement connus par les sens... mais par le seul entendement et qu'ils ne sont pas connus de ce qu'ils sont vus ou touchés, mais seulement de ce qu'ils sont entendus ou bien compris par la pensée. »

---

## REFERENCES

- *Mécanique*, volume 1, par Hubert GIÉ et Jean-Pierre SARMANT (Collection Flamme orange). J.-B. Baillière.
  - *Bulletin de l'Union des Physiciens*, N° 672, page 749.
-

## APPENDICE

Les valeurs numériques pour  $V_0$  et  $Q_0$  sont obtenues à partir de la loi de composition des vitesses :

$\vec{v}_r = \vec{v}_M - (\vec{v}_T + \vec{\Omega} \wedge \vec{TM})$  pour  $M$  et  $\vec{v}_r = -(\vec{v}_T + \vec{\Omega} \wedge \vec{TS})$  pour la vitesse relative du Soleil  $S$  dans  $R_T$ .

En se reportant à la fig. 1,

$$\vec{v}_r = \vec{i} v_{Mx} + \vec{j} v_{My} - [\vec{i} v_{Tx} + \vec{j} v_{Ty} + \Omega \vec{K} \wedge (X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K})]$$

$$\text{A } t = 0, \vec{i} = \vec{I}.$$

$$v_r = \vec{I} v_{Mx} + (\vec{J} \cos \alpha - \vec{I} \sin \alpha) v_{My} - [\vec{I} v_{Tx} + (\vec{J} \cos \alpha - \vec{I} \sin \alpha) \cdot v_{Ty} + \Omega \vec{K} \wedge (X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K})] \text{ car } \vec{J} = \vec{j} \cos \alpha + \vec{i} \sin \alpha \text{ et par suite } \vec{j} = \vec{J} \cos \alpha - \vec{I} \sin \alpha.$$

$$\vec{v}_r = \vec{I}(v_{Mx} - v_{Tx} - v_{My} \sin \alpha + v_{Ty} \sin \alpha) + \vec{J}(v_{My} \cos \alpha - v_{Ty} \cos \alpha) - \Omega \vec{K} \wedge (X\vec{I} + Y\vec{J} + Z\vec{K}).$$

Finalement, pour la planète  $M$  :

$$\vec{v}_r = \vec{I}(v_{Mx} - v_{Tx} - v_{My} \sin \alpha + v_{Ty} \sin \alpha + \Omega Y) + \vec{J}(v_{My} \cos \alpha - v_{Ty} \cos \alpha - \Omega X).$$

$$v_{Mx} = -0,8900 \text{ } u_d/j.$$

$$v_{Tx} = \frac{-15 \times 6,28}{365} = -0,2580 \text{ } u_d/j.$$

$$v_{My} = 0.$$

$$v_{Ty} = 0.$$

$$\dot{X}_0 = V\phi = -78,3883 \text{ } u_d/j.$$

$$Q\phi = -v_{Tx} + v_{Ty} \sin \alpha + \Omega Y_S = -86,1290 \text{ } u_d/j \text{ pour } S.$$

$$\text{A } t = \phi \quad d(S, M) = 1,5 \text{ } u_d \text{ et } d(S, T) = 15 \text{ } u_d.$$