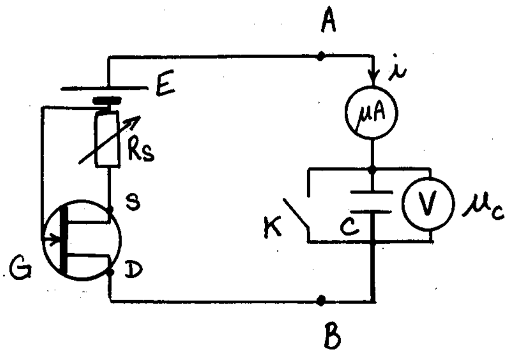
Charge d'un condensateur à courant constant

par Philippe GIRONDEAU,
Lycée Charlemagne, 57100 Thionville.

Cet article propose une étude de charge de condensateur par un courant d'intensité constante. L'intérêt réside en particulier dans la simplicité du montage permettant d'obtenir cette intensité constante, d'où une perte de temps moindre consacrée à la vérification des montages.

I. SCHEMA DU MONTAGE UTILISE.

1. Montage.



2. Matériel utilisé.

* E : est la source de tension + 15 V, — 15 V (E = 30 V) qui alimente nos pHmètres.

* R_s : est une boîte de résistances multiples de 10 kΩ.

* Le transistor à effet de champ est du type canal N BF 244 A.

* Entre A et B nous disposons d'un générateur de courant dont l'intensité se règle à l'aide de R_s.

* Les deux appareils de mesure sont des multimètres numériques Jeulin.

Pour le voltmètre, la résistance interne $R_v = 10\ M\Omega$.

* Le condensateur a une capacité $C = 1\,000\ \mu F$ et est du type polarisé. Il peut supporter jusqu'à 25 V.

II. ETUDE EXPERIMENTALE.

1. Les mesures.

— L'interrupteur K étant en position « fermé », il permet de bien décharger le condensateur avant de commencer les mesures et il permet aussi d'ajuster l'intensité du courant de charge *i*.

— Au moment où on ouvre K, le chronomètre est déclenché et la charge commence à cet instant : on relève alors la tension aux bornes du condensateur u_c, le temps, et l'intensité *i*, ceci pour différentes valeurs de R_s.

$R_s = 10\ k\Omega$.

t (s)	20	40	60	80	100	120	140	160
u_c (V)	3,6	6,8	10,3	13,5	16,6	19,6	22,4	25
i (µA)	202	202	202	202	201	200	200	200

$R_s = 20\ k\Omega$.

t (s)	40	80	120	160	200	240	280	320
u_c (V)	3,6	7,2	10,6	13,9	17,1	20,1	22,9	25,6
i (µA)	106	106	105	105	105	104	104	103

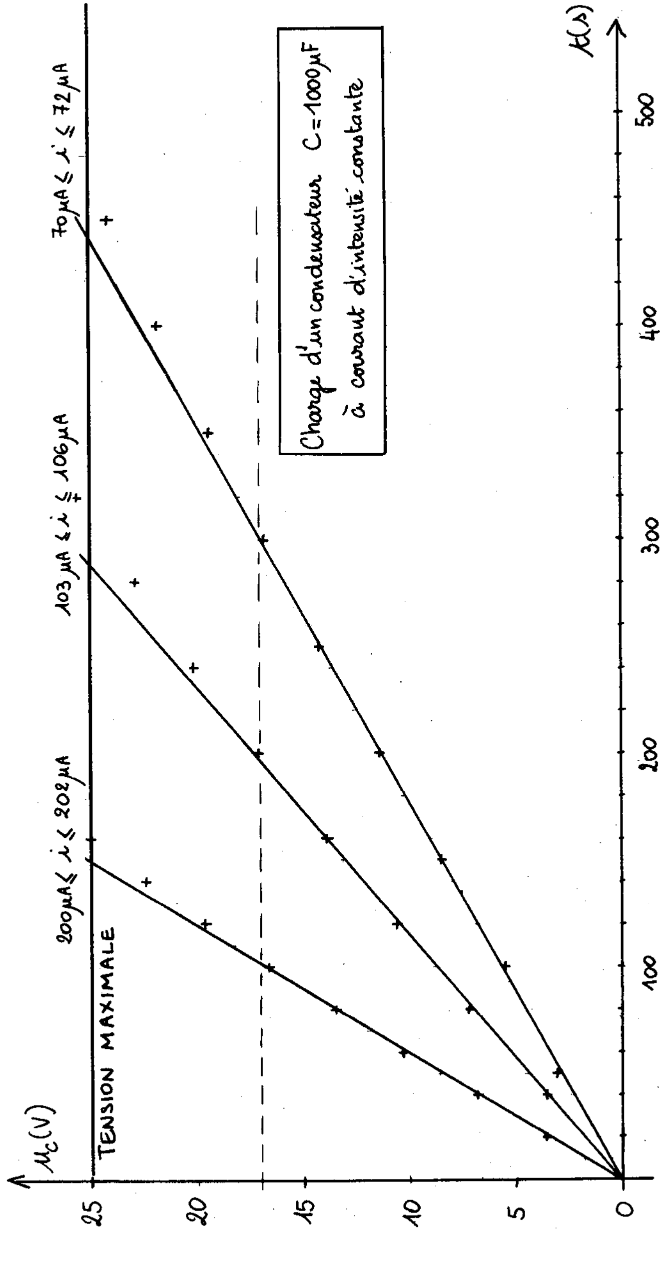
$R_s = 30\ k\Omega$.

t (s)	50	100	150	250	300	350	400	450
u_c (V)	3,1	5,5	8,5	14,2	16,8	19,4	21,8	24,1
i (µA)	72	72	72	72	72	71	71	70

2. Première interprétation des courbes.

* La charge d'un condensateur, initialement déchargé, à courant d'intensité $i = C^{te}$, s'effectue suivant la loi :

$$\boxed{u_c = \frac{i}{C} \cdot t}$$


Charge d'un condensateur C = 1000 µF
à courant d'intensité constante
TENSION MAXIMALE
200 µA ≤ i ≤ 202 µA
103 µA ≤ i ≤ 106 µA
70 µA ≤ i ≤ 72 µA
u_c (V)
t (s)
0
5
10
15
20
25
100
200
300
400
500

donc la courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ est une droite passant par l'origine et de pente $\dfrac{i}{C}$.

* La détermination graphique de $\dfrac{i}{C}$ et la mesure de i, permettent le calcul de C.

$R_s = 10\ k\Omega$	$R_s = 20\ k\Omega$	$R_s = 30\ k\Omega$
Pour $u_c < 17$ V	Pour $u_c < 17$ V	Pour $u_c < 17$ V
$\dfrac{i}{C} \simeq 0{,}162$ V/s	$\dfrac{i}{C} \simeq 0{,}0852$ V/s	$\dfrac{i}{C} \simeq 0{,}056$ V/s
(coeff. de corrélation) $= 0{,}9997$	(coeff. de corrélation $= 0{,}9997$)	(coeff. de corrélation $= 0{,}9997$)
$i \simeq 201\ \mu A$	$i \simeq 105\ \mu A$	$i \simeq 71\ \mu A$
$\Rightarrow C \simeq 1\,240\ \mu F$	$C \simeq 1\,230\ \mu F$	$C \simeq 1\,270\ \mu F$

Donc 3 valeurs de C sensiblement égales, et de l'ordre de 1 250 µF. Le constructeur indique 1 000 µF.

* C étant le même dans les 3 cas, la pente des droites est proportionnelle à i (c'est une autre façon de constater que C est constant).

Dans le 1er cas : $\dfrac{\text{pente}}{i} = \dfrac{0{,}162}{201} = 8{,}06 \cdot 10^{-4}\ \mu F^{-1}$.

Dans le 2e cas : $\dfrac{\text{pente}}{i} = 8{,}11 \cdot 10^{-4}\ \mu F^{-1}$.

Dans le 3e cas : $\dfrac{\text{pente}}{i} = 7{,}89 \cdot 10^{-4}\ \mu F^{-1}$.

3. Deuxième interprétation des courbes.

* Pourquoi avoir choisi des intensités de courant de cet ordre de grandeur (au moins 70 µA) ?

— Pour suivre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur il a fallu utiliser un voltmètre de résistance interne élevé, c'est-à-dire 10 MΩ.

— La consommation maximale de ce voltmètre est donc : $\dfrac{U_{max}}{R_v}$ soit $\dfrac{25}{10} = 2{,}5\ \mu A$, et doit être négligeable devant i.

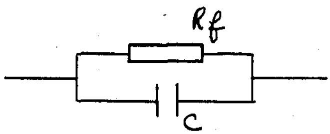
⇒ Ceci peut donc expliquer (en partie) la non-linéarité de la courbe, relevée au-delà de 17 V.

* Mais pourquoi la courbe n'est-elle pas linéaire jusqu'au bout, en admettant que l'influence précédente soit négligeable ?

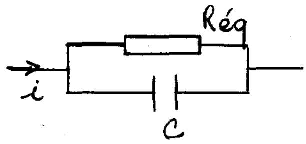
⇒ est-il possible de l'expliquer par la non-constance de la capacité du condensateur en fonction de la tension ?

4. **Modèle équivalent du condensateur réel.**

* Il est d'usage d'admettre qu'un condensateur réel est équivalent au schéma ci-après où R_f est la résistance de fuite et C la capacité du condensateur parfait.



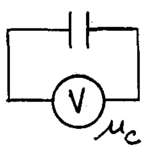
* Ici, se superpose en parallèle la résistance R_v du voltmètre ; le schéma équivalent est alors, dans le cas du montage étudié, avec :



$$R_{eq} = \frac{R_v \cdot R_f}{R_v + R_f}.$$

Comment déterminer R_f ?

* Chargeons le condensateur, puis laissons-le se décharger dans la résistance interne du voltmètre.



La loi $u_c(t)$ est du type :

$$u_c(t) = U_{c0} \cdot e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C}}$$

mais $u_c(t)$ est linéaire pour les valeurs faibles de t (devant $R_{eq} \cdot C$).

t (s)	0	15	30	45	60	75	90
u_c (V)	14,54	14,46	14,37	14,30	14,24	14,17	14,12

La pente est de $-4{,}69 \cdot 10^{-3}$ V/s et $\tau = R_{eq} \cdot C = 3\,100$ s.

* En prenant $C = 1\,250\ \mu F \Rightarrow R_{eq} = \dfrac{\tau}{C} = 2{,}48\ M\Omega$,

$$\Rightarrow R_f = \frac{R_v \cdot R_{eq}}{R_v - R_{eq}} = 3{,}30\ M\Omega.$$

* $R_{eq} \simeq 2{,}48\ M\Omega$, cela signifie qu'à 25 V, cette résistance dérive environ 10 µA. Ceci peut expliquer la non-linéarité de la courbe $u_c(t)$ à $i = C^{te}$ pour i faible (70 µA) mais cela n'explique pas pour $i = 200$ µA.

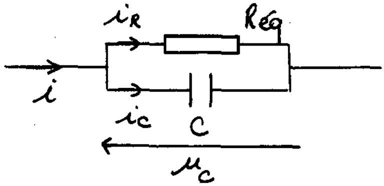
5. **Et si i est très faible ?**

Prenons $R_s = 100\ k\Omega$, alors $i \simeq 2$ µA, et recommençons l'expérience de charge à intensité constante.

t (min)	44	65	80	110	130	180	240	260	350	370	400
u_c (V)	4,4	6,1	7,2	9	10,1	12,4	14,3	14,8	16,6	16,9	17,3

La courbe a été tracée à la page 422 ; son allure semble exponentielle.

* Etudions la fonction $u_c(t)$:



$$i = i_R + i_c = C^{te} = \frac{u_c}{R_{eq}} + C\frac{d\,u_c}{dt}$$

$$R_{eq} \cdot i = u_c + R_{eq} \cdot C \cdot \frac{d\,u_c}{dt}$$

$$\Rightarrow u_c(t) = R_{eq} \cdot i \left(1 - e^{-\frac{t}{R_{eq} \cdot C}}\right)$$

* Déterminons graphiquement $R_{eq} \cdot i$ et $R_{eq} \cdot C$ qu'on posera A et B :

$$u_c = A\left(1 - e^{-\frac{t}{B}}\right).$$

Pour $t_1 = 200$ min $\quad u_{c_1} = 13{,}1$ V.

Pour $t_2 = 2\,t_1 = 400$ min $\quad u_{c_2} = 17{,}3$ V.

On a alors :

$$u_{c_2} = A\left(1 - e^{-\frac{t_2}{B}}\right) = A\left(1 - e^{-\frac{2\,t_1}{B}}\right)$$

$$u_{c_1} = A\left(1 - e^{-\frac{t_1}{B}}\right)$$

$$\frac{u_{c_2}}{u_{c_1}} = 1 + e^{-\frac{t_1}{B}} \Rightarrow B = \frac{-\,t_1}{\mathrm{Ln}\left(\dfrac{u_2}{u_1} - 1\right)} = 175{,}8 \text{ min} = R_{eq} \cdot C.$$

$$\text{Puis : } A = \frac{u_1}{1 - e^{-\frac{t_1}{B}}} = 19{,}28 \text{ V} = R_{eq} \cdot i.$$

Les valeurs de $u_c(t)$ calculées à l'aide de A et B suivent les valeurs expérimentales à moins de 0,2 V (pour une valeur seulement) et en général à moins de 0,1 V.

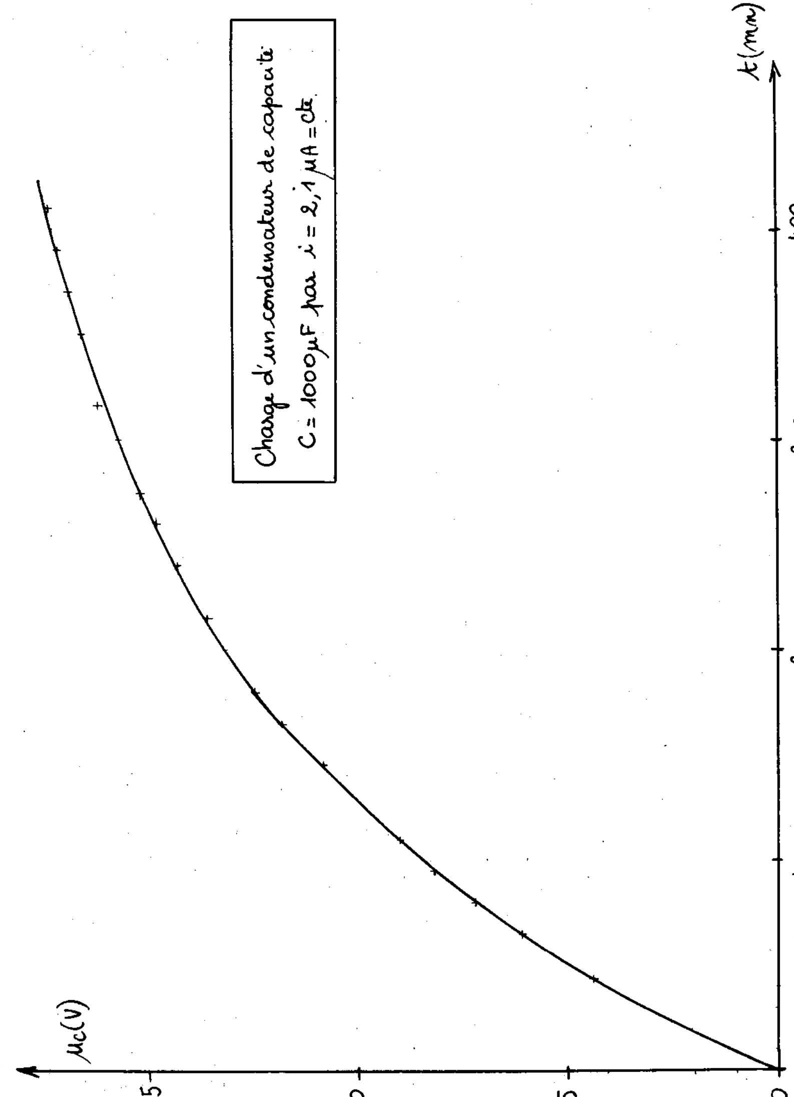
* u_c tendant vers une limite égale à la tension aux bornes du voltmètre :

$$u_c \rightarrow R_v \cdot i \simeq 20 \text{ V}.$$

On peut donc conclure ici :

* $A = R_{eq} \cdot i = 19{,}28$ V $\Rightarrow R_{eq} = 9{,}2$ MΩ soit pratiquement R_v

$R_f = 115$ MΩ valeur 35 fois supérieure à la précédente !


Charge d'un condensateur de capacité
C = 1000 µF par i = 2,1 µA = cte
t (mn)
uc (V)
0
100
200
300
400
5
10
15

$$\left.\begin{array}{r} * \; B = R_{eq} \cdot C = 175{,}8 \text{ min} = 10\,550 \text{ s} \\ \text{avec} \quad R_{eq} = 9{,}2 \text{ M}\Omega \end{array}\right\} \Rightarrow C = 1\,150 \; \mu F$$

c'est pratiquement la valeur déjà trouvée (1 250 µF).

Peut-on en conclure que R_f n'est pas constante, alors que C ne varie que très peu ? Cette dernière étude me conduit à le penser : R_f serait alors fonction décroissante de i ?

EN CONCLUSION.

— Cette étude peut être le sujet d'une manipulation dans les classes où le condensateur est au programme : le montage est si simple qu'on peut doter facilement 6 à 8 groupes de manipulation (en 1re F_3 par exemple).

— Certaines questions restent posées : si quelqu'un avait des réponses à me proposer, j'en serai ravi.