

Contribution à l'étude et au mesurage des puissances active et réactive dans un réseau pollué par des courants harmoniques

par Jean-Pierre CARON,
E.N.S.A.M., 59046 Lille.

Le développement et l'implantation des convertisseurs électroniques de puissance sont à l'origine de la circulation de courants périodiques non sinusoïdaux sur les réseaux de distribution [1].

Faire observer aux élèves sur l'écran d'un oscilloscope l'existence de tels courants ne nécessite pas la réalisation d'un montage particulier, par exemple celui d'un redresseur.

Leur a-t-on déjà posé la question suivante :

« Lors du branchement au secteur d'un oscilloscope, d'un poste de radio ou de télévision, d'une chaîne haute fidélité, etc., le courant d'alimentation est-il sinusoïdal ? »

La réponse donnée par la photographie de la fig. 1 aiguïsera, je le pense, leur curiosité naturelle.

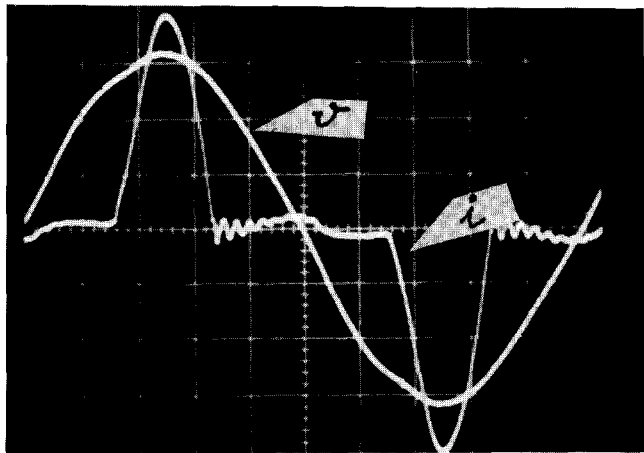


Fig. 1. — Courant et tension d'alimentation d'un oscilloscope Philips PM 3215 par secteur et transformateur d'isolement.

Echelles : courant i , 0,1 A/carreau,
tension v , 100 V/carreau.

La forme enregistrée du courant est bien sûr caractéristique des ponts redresseurs biphasés filtrés par un condensateur. On remarque aussi que l'onde de tension est déformée ; ce phénomène est dû à la chute de tension provoquée par le passage des courants harmoniques dans l'impédance de court-circuit du transformateur.

Puisque ces courants non sinusoïdaux sont si nombreux, comment peut-on mesurer leurs effets ?

En présence d'harmoniques, les appareils analogiques de mesure de tension, de courant, de puissance, conçus pour les régimes sinusoïdaux de fréquence 50 Hz, fournissent selon leur principe des indications soit complètement erronées, soit assez correctes mais dont la précision dépend du facteur de forme.

Après un rappel et une mise au point des définitions, nous nous sommes attaché à montrer que des mesurages de puissances sont encore possibles avec les appareils traditionnels dans le cas où la tension est sinusoïdale alors que le courant, de même période, ne l'est pas.

Quelques exemples expérimentés viennent par des valeurs numériques confirmer les conclusions de l'étude théorique.

1. PUISSANCE ACTIVE.

1.1. Considérons d'abord le cas d'un récepteur monophasé alimenté par une tension v et un courant i périodiques non sinusoïdaux. Par décomposition en série de Fourier, ils admettent les expressions :

$$v = \bar{v} + \sum_k V_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k\omega t + \psi_k) \quad (1)$$

$$i = \bar{i} + \sum_k I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k\omega t - \varphi_k + \psi_k) \quad (2)$$

ω est la pulsation liée à la période T et à la fréquence f :

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

k , un nombre entier, indique le rang de l'harmonique.

Par définition de la *puissance active* P :

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (vi) dt. \quad (3)$$

Le calcul conduit au résultat suivant :

$$P = v \bar{i} + \sum_k V_k I_k \cos(\varphi_k) \quad (4)$$

dans le cas où les grandeurs électriques sont alternatives,

$$v \bar{i} = 0, \quad P = \sum_k P_k.$$

La puissance active est la somme des puissances actives associées à chaque harmonique.

Si le récepteur est une résistance pure R ,

$$v = R i, \quad \varphi_k = 0$$

$$P = \sum_k R I_k^2 = R I^2 \quad (5)$$

I est la valeur efficace du courant, égale à la racine carrée de la somme des carrés des valeurs efficaces des harmoniques de i .

$$I = \sqrt{\sum_k I_k^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} i^2 \cdot dt}. \quad (6)$$

On mesure I , à la fréquence industrielle de 50 Hz, en général à l'aide d'un ampèremètre ferromagnétique, [II]. Des ampèremètres de classe 0,5 peuvent être utilisés jusque 500 Hz ; à 1 000 Hz (harmonique 20) le décalage par rapport à 50 Hz peut n'être que de 2 %. Une source d'erreur provient du *facteur de forme*, quotient de la valeur efficace à la valeur redressée moyenne, car plus ce facteur et la *valeur de crête* sont élevés, plus le risque de saturation est grand ; l'induction cessant d'être proportionnelle au courant, la valeur mesurée est faussée (Annexe).

1.2. Quelle serait l'indication d'un wattmètre électrodynamique ?

Par son principe, le wattmètre indique une valeur L_W proportionnelle au couple électromagnétique moyen.

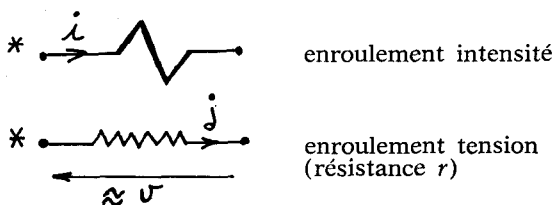


Fig. 2. — Modélisation du wattmètre.

$$L_W = K \cdot \left[\frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (i \cdot j) dt \right] \quad (7)$$

$j = v/r$, à la chute près dans l'enroulement intensité :

$$L_W = \frac{K}{r} \cdot \left[\frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (v \cdot i) dt \right]$$

$$L_W = \frac{K}{r} \cdot P = \frac{K}{r} \cdot \sum_k P_k. \quad (8)$$

En fait, la réactance du circuit tension, bien que faible, n'est pas négligeable pour les harmoniques de rang élevé et la relation $v = r \cdot j$ n'est qu'approchée. La précision de la mesure est fonction de la fréquence et de l'importance relative des harmoniques de courant et de tension.

Toutefois, lorsque le réseau industriel d'alimentation, de fréquence 50 Hz, impose, grâce à sa puissance de court-circuit importante, une tension sinusoïdale et que le récepteur génère par ses composantes non linéaires un courant déformé ; la puissance active est due à la seule composante fondamentale du courant (cohérence mutuelle).

$$v = v_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i = \bar{i} + \sum_k I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k \omega t - \varphi_k)$$

$$P = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1).$$

(9)

Le wattmètre ne prend en compte dans l'élaboration du couple que l'harmonique de courant de fréquence 50 Hz ; la précision sur la mesure est alors donnée, en dehors des erreurs systématiques, par la classe de l'appareil.

II. PUISSANCE REACTIVE.

II.1. Relation entre puissance réactive et énergies électromagnétique et électrostatique.

La puissance réactive apparaît dans les bobines et les condensateurs ou dans leurs équivalents.

II.1.1. CAS DES INDUCTANCES.

Soit une bobine d'inductance L parcourue par un courant i à l'instant t ; l'énergie électromagnétique emmagasinée a pour expression :

$$W_{em} = \frac{1}{2} L I^2. \quad (10)$$

En régime harmonique, $i = I \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$.

Soit Q la puissance réactive absorbée :

$$Q = L\omega I^2. \quad (11)$$

L'énergie moyenne stockée est donnée par :

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (L I^2 \sin^2(\omega t)) dt = \frac{1}{2} \cdot L I^2$$

donc,

$$Q = \frac{2\omega}{T} \cdot \int_{(T)} (W_{em}) dt = 4\pi f^2 \int_{(T)} (W_{em}) dt$$

or, par définition :

$$v = L \frac{di}{dt};$$

on remplace Li par une intégrale faisant intervenir v :

$$L \cdot \int_{i(o)}^{i(t)} di = \int_o^t v \cdot dt$$

d'où :

$$Q = 2\pi f^2 \cdot \int_{(T)} (Li \cdot i) dt = 2\pi f^2 \int_{(T)} [Li(o) + \int_o^t v dt] \cdot i dt$$

$$Q = 2\pi f^2 \int_{(T)} \left(\int_o^t v dt \right) \cdot i \cdot dt. \quad (12)$$

II.1.2. CAS DES CAPACITÉS.

Soit un condensateur de capacité C , soumis à la tension v à l'instant t ; l'énergie électrostatique emmagasinée W_{ec} admet pour expression :

$$W_{ec} = \frac{1}{2} C v^2. \quad (13)$$

En régime harmonique, $v = V \sqrt{2} \sin(\omega t)$.

Soit Q , la puissance réactive absorbée,

$$Q = -C\omega V^2. \quad (14)$$

L'énergie moyenne stockée est :

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (C V^2 \sin^2(\omega t)) dt = \frac{1}{2} C V^2.$$

On en déduit :

$$Q = -\frac{2\omega}{T} \cdot \int_{(T)} (W_{ec}) dt = -\frac{\omega}{T} \int_{(T)} (C v^2) dt.$$

$$\text{Or, } i = C \frac{dv}{dt},$$

par intégration :

$$C v(t) = C v(o) + \int_o^t (i) dt$$

d'où :

$$Q = -\frac{\omega}{T} \int_{(T)} \left(\int_o^t i dt \right) \cdot v dt.$$

En intégrant par parties, on obtient :

$$\int_{(T)} \left(\int_o^t i dt \right) \cdot v \cdot dt = \underbrace{\left[\int_{(T)} i \cdot dt \cdot \int_{(T)} v \cdot dt \right]}_{= 0} - \int_{(T)} \left(\int_o^t v \cdot dt \right) \cdot i \cdot dt.$$

On trouve encore pour la puissance réactive Q l'expression (12).

II.1.3. CONCLUSION.

En régime harmonique, quel que soit l'élément passif où de la puissance réactive est mise en jeu, il est possible de définir celle-ci par la formule unique :

$$Q = 2\pi f^2 \int_{(T)} \left(\int_o^t v dt \right) \cdot i dt. \quad (12)$$

Notons bien que si v et i sont en phase, l'intégrale précédente est bien nulle et que la formule (12) de Q constitue aussi une bonne base pour la démonstration du théorème de Boucherot.

II.2. Généralisation aux courants périodiques non sinusoïdaux [III].

Soit une portion de circuit caractérisée par les équations :

$$v = \sum_k V_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k\omega t + \varphi_k)$$

$$i = \sum_k I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k\omega t - \varphi_k + \psi_k).$$

L'application de la formule (12), qui a l'avantage de considérer Q comme une grandeur conservative au même titre que P , conduit à l'expression :

$$Q = \sum_k \left(\frac{1}{k} \right) \cdot V_k I_k \sin(\varphi_k) \quad (15)$$

et non à $\sum_k V_k I_k \sin(\varphi_k)$.

II.2.1. CAS PARTICULIERS.

* Inductance L parcourue par le courant i ,

$$Q = \sum_k \left(\frac{1}{k} \right) V_k I_k = \sum_k \left(\frac{1}{k} \right) \cdot L k\omega \cdot I_k^2 = L\omega \left(\sum_k I_k^2 \right)$$

$$Q = L\omega \cdot I^2. \quad (16)$$

$L\omega$ est la réactance pour la fréquence fondamentale,

I est la valeur efficace du courant.

Cette formule est à rapprocher de $P = R I^2$.

* Capacité C sous la tension v ,

$$Q = \sum_k \left(\frac{1}{k} \right) V_k I_k \sin(\varphi_k) = \dots$$

$$\dots - \sum_k \left(\frac{1}{k} \right) V_k^2 C k\omega = -C\omega \left(\sum_k V_k^2 \right)$$

$$Q = -C\omega \cdot V^2 \quad (17)$$

$C\omega$ est la susceptance pour la fréquence fondamentale,

V est la valeur efficace de la tension.

Le résultat est à rapprocher de $P = G V^2$ où G est une conductance.

II.2.2. QUELLE SERAIT L'INDICATION D'UN WATTMÈTRE ÉLECTRO-DYNAMIQUE TRANSFORMÉ EN VARMÈTRE ?

L'enroulement tension est fortement inductif à la fréquence 50 Hz, r est remplacé par l .

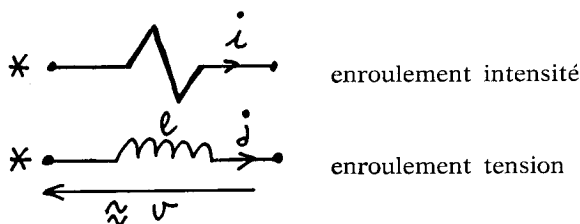


Fig. 3. — Modélisation d'un varmètre.

Le varmètre indique une valeur L_Q proportionnelle au couple moyen électromagnétique.

$$L_Q = K \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (i \cdot j) dt$$

or, $v = l \frac{dj}{dt}$, car la résistance est négligeable :

$$\int_{j(o)}^{j(t)} dj = \int_0^t \left(\frac{v}{l} \right) \cdot dt = j(t) - j(o)$$

d'où :

$$\begin{aligned} L_Q &= \frac{K}{l} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} \left(\int_0^t v \cdot dt \right) i \cdot dt \\ L_Q &= \frac{K}{2\pi l f} \cdot 2\pi f^2 \cdot \int_{(T)} \left(\int_0^t v \cdot dt \right) i \cdot dt \\ L_Q &= \frac{K}{2\pi l f} \cdot Q. \end{aligned} \quad (18)$$

La lecture, pour une même valeur de la puissance réactive, est inversement proportionnelle à la fréquence tant que les effets capacitifs ne modifient pas sensiblement la relation entre v et j .

En fait, pour les mesurages sur le réseau national où la fréquence est fixée à 50 Hz, le coefficient $K/(2\pi l f)$ est un paramètre constant, caractéristique de l'appareil.

Lorsque la tension est sinusoïdale, l'expression de Q se réduit à :

$Q = V_1 \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1).$

(19)

II.3. Mesurage de la puissance réactive d'un récepteur monophasé à l'aide d'un wattmètre.

L'usage des varmètres est peu répandu car les puissances réactives sont souvent mesurables à l'aide de wattmètres convenablement connectés.

Hypothèses :

Le récepteur est alimenté entre deux phases ou entre une phase et le neutre par une tension sinusoïdale.

$$v = V_1 \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i = \sum_k I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k \omega t - \varphi_k).$$

La puissance réactive est définie par :

$$Q = \frac{\omega}{T} \int_{(T)} \left(\int_0^t v dt \right) \cdot i \cdot dt$$

$$Q = \frac{1}{T} \int_{(T)} \left(\omega \int_0^t v dt \right) \cdot i \cdot dt$$

$$\omega \int_0^t v \cdot dt = V_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) = v'$$

v' est une tension sinusoïdale de même fréquence et de même valeur efficace que v , mais en quadrature arrière.

$$Q = \frac{1}{T} \cdot \int_{(T)} (v' \cdot i) \cdot dt \quad (20)$$

Q est donc mesurable à l'aide d'un wattmètre à condition de disposer de v' ; c'est possible avec les distributions triphasées équilibrées de tension.

Exemple :

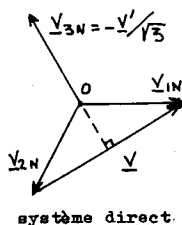
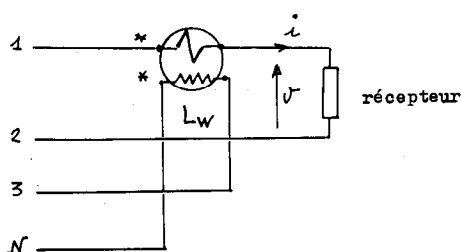


Fig. 4. — Mesurage de la puissance réactive en monophasé.

Résultat :

$$Q = \sqrt{3} \cdot L_W. \quad (21)$$

III. RESEAUX TRIPHASES A TROIS FILS.

La méthode bien connue du double wattmètre pour le mesurage de la puissance active convient puisque la démonstration ne repose que sur la définition et sur la nullité de la somme des trois courants de ligne. Quant à la puissance réactive, la méthode précédente n'est valable qu'aux conditions suivantes :

- tensions sinusoïdales équilibrées,
- composantes fondamentales des courants de ligne triphasées équilibrées.

IV. PUISSANCE APPARENTE, FACTEUR DE PUISSANCE ET PUISSANCE DEFORMANTE.

Hypothèses :

- les tensions sont sinusoïdales, équilibrées en triphasé,
- le récepteur est à structure symétrique,
- les courants, non sinusoïdaux, mais alternatifs, ont la même période que les tensions.

IV.1. Cas d'un réseau monophasé.

$$v = V_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i = \sum_k I_k \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k \omega t - \varphi_k)$$

nous avons montré que :

$$P = V_1 \cdot I_1 \cos(\varphi_1) ; \quad Q = V_1 \cdot I_1 \sin(\varphi_1).$$

Par définition, la *puissance apparente* S est égale au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant :

$$S = V_1 \cdot I = V_1 \cdot \sqrt{\sum_k I_k^2} \quad (22)$$

donc S^2 n'est plus égal à $(P^2 + Q^2)$, comme c'est le cas des régimes sinusoïdaux :

$$S^2 > P^2 + Q^2.$$

La *puissance déformante* D , caractéristique de la présence des harmoniques de courant, est introduite par la relation :

$$D^2 = S^2 - (P^2 + Q^2) \quad (23)$$

$$D^2 = V_1^2 \cdot (I^2 - I_1^2).$$

La puissance déformante est à l'origine de pertes Joule supplémentaires dans les lignes et les transformateurs.

En effet, si r est la résistance de la ligne :

$$P_J = r I^2 = r \cdot (\sum_k I_k^2)$$

$$P_J = r \cdot \frac{S^2}{V_l^2} = r \cdot \left[\frac{(P^2 + Q^2)}{V_l^2} + \frac{D^2}{V_l^2} \right].$$

Pour un même service (P, Q), les pertes Joule supplémentaires s'expriment par $r \cdot (D^2/V_l^2)$.

La puissance déformante dégrade le *facteur de puissance* ou *facteur d'utilisation* f_p défini par :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} < \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}. \quad (24)$$

$$f_p < \cos(\varphi_1).$$

Elle provoque le déclassement du transformateur puisque celui-ci est déterminé sur la base de sa puissance apparente S ; pour un même service (P, Q), la puissance déformante oblige à augmenter la puissance apparente des transformateurs.

IV.2. Résultats pour les réseaux triphasés.

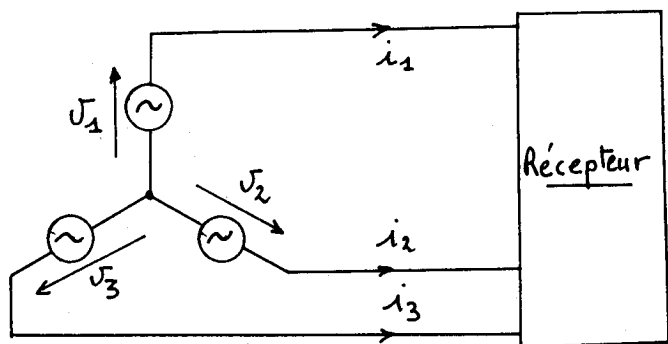


Fig. 5. — Réseau triphasé.

Notation :

— valeur efficace de v_1, v_2, v_3 : V ,

— valeur efficace des tensions de ligne : U ,

- valeur efficace des courants de ligne : I ,
- valeur efficace du fondamental des courants de ligne : I_1 ,
- déphasage de v_1 par rapport à la composante fondamentale de i_1 : φ_1 .

$$\begin{aligned}
 P &= 3 V I_1 \cos(\varphi_1) = \sqrt{3} \cdot U I_1 \cos(\varphi_1) \\
 Q &= 3 V I_1 \sin(\varphi_1) = \sqrt{3} \cdot U I_1 \sin(\varphi_1) \\
 S &= 3 V I = \sqrt{3} U I \\
 D &= 3 V \sqrt{I^2 - I_1^2} = U \sqrt{3} (I^2 - I_1^2) \\
 f_p &= \frac{P}{S} = \frac{I_1 \cos(\varphi_1)}{I} < \cos(\varphi_1).
 \end{aligned} \tag{25}$$

V. COEFFICIENTS DE FOURIER ET PUISSANCES.

Considérons le cas du récepteur monophasé pour lequel :

$$v = V_1 \sqrt{2} \cdot \cos(\omega t), \quad i = \sum_k I_k \sqrt{2} \cdot \cos(k \omega t - \varphi_k).$$

La décomposition en série de Fourier de i est présentée dans les cours de mathématiques par :

$$i = \sum_k (C_k \cos(k \omega t) + S_k \sin(k \omega t)) \tag{26}$$

C_k et S_k sont les coefficients de Fourier :

$$\begin{aligned}
 C_k &= \frac{2}{T} \cdot \int_{(T)} (i \cdot \cos(k \omega t)) dt \\
 S_k &= \frac{2}{T} \cdot \int_{(T)} (i \cdot \sin(k \omega t)) dt.
 \end{aligned} \tag{27}$$

On établit aisément les relations :

$$\begin{aligned}
 C_k &= I_k \sqrt{2} \cdot \cos(\varphi_k) \\
 S_k &= I_k \sqrt{2} \cdot \sin(\varphi_k).
 \end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned}
 I_k &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{C_k^2 + S_k^2} \\
 \cos \varphi_k &= \frac{C_k}{\sqrt{C_k^2 + S_k^2}}
 \end{aligned} \tag{28}$$

$$\sin \varphi_k = \frac{S_k}{\sqrt{C_k^2 + S_k^2}}$$

que l'on introduit dans les expressions des puissances :

$$P = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot V_1 C_1, \quad Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot V_1 S_1.$$

$$S = \frac{V_1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sum_k (C_k^2 + S_k^2)} \quad (29)$$

$$f_p = \frac{C_1}{\sqrt{\sum_k (C_k^2 + S_k^2)}}.$$

Remarque.

Alors que les valeurs de C_k et de S_k sont tributaires de l'origine des temps, I_k n'en dépend pas. Il est donc judicieux, pour calculer I_1 , de profiter du changement d'origine et des symétries quand elles existent.

Exemple :

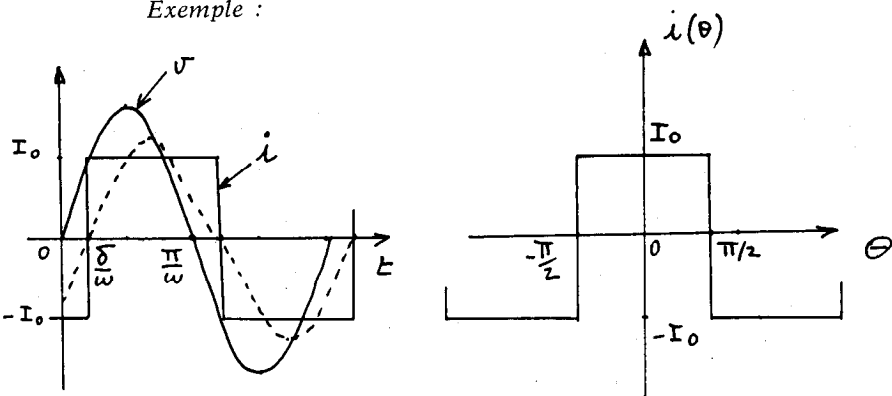


Fig. 6. — Courant d'alimentation d'un pont de Graetz à thyristors filtré en courant.

En pointillé figure la composante fondamentale du courant i ; on en tire un résultat immédiat : φ_1 est égal à l'angle de retard δ à l'amorçage des thyristors.

Le calcul de I_1 se ramène à celui d'un coefficient C_1 en plaçant l'origine à l'instant $t = (\delta + \frac{\pi}{2})/\omega$.

$$I_1 \sqrt{2} = \frac{4}{\pi} \cdot \int_0^{\pi/2} (I_0 \cdot \cos(\vartheta)) d\vartheta$$

$$I_1 = \frac{2 \sqrt{2} I_0}{\pi}. \quad (30)$$

VI. QUELQUES EXEMPLES EXPERIMENTES.

VI.1. Matériel.

- * Mesurage des puissances active et réactive :
Wattmètre astatique Chauvin-Arnoux, classe 0,5.
- * Mesurage des courants :
Capteur à effet Hall (LEM), bande passante 50 kHz.
Ampèremètre ferromagnétique CdC, classe 0,5.
Analyseur de spectre Hewlett Packard 3580 A.
- * Mesurage des tensions :
Voltmètre ferromagnétique CdC, classe 0,5.
- * Relevé des chronogrammes :
Oscilloscope Philips PM 3215.
Polaroid.
- * Semi-conducteurs :
Thyristors SSC 2 N 690.
Diodes SSC RP 8040 R.

VI.2. Exemple 1 : Transformateur à vide.

L'hystérésis est à l'origine de la déformation du courant de la bobine à noyau de fer.

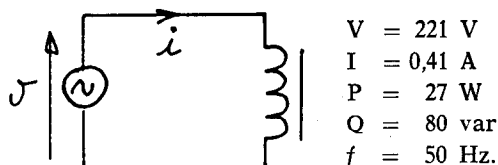


Fig. 7. — Transformateur à vide.

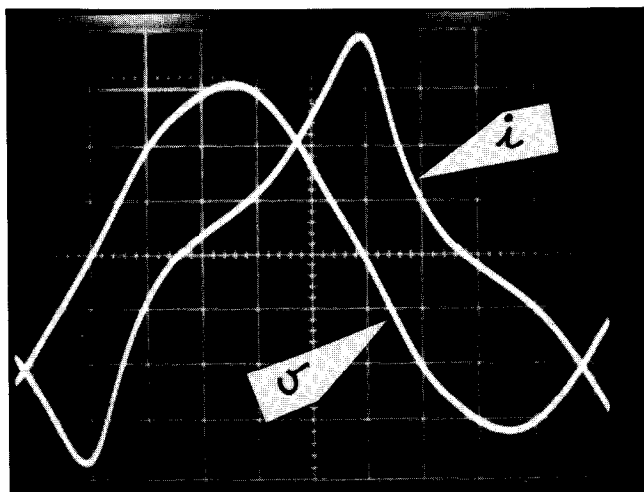


Fig. 8. — Chronogrammes de v et de i :

Echelle du temps : 2 ms/carreau

Echelle de la tension : 100 V/carreau

Echelle du courant : 0,2 A/carreau.

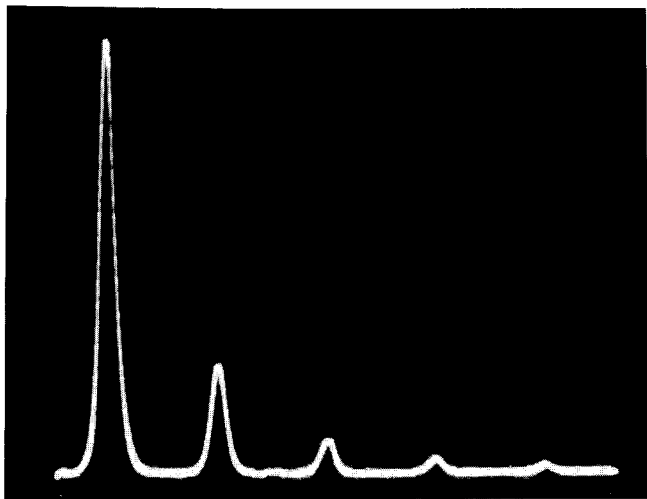


Fig. 9. — Enregistrement du spectre de i .

Mise en évidence des harmoniques de rang 1, 3, 5, 7, 9.

Valeurs efficaces :

$$I_1 = 0,4 \text{ A}; \quad I_3 = 0,094 \text{ A}; \quad I_5 = 0,025 \text{ A}; \quad I_7 = 0,012 \text{ A}.$$

On vérifie numériquement les formules :

$$I_1 = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{V} \quad \text{et} \quad \sqrt{I} = \sum_k I_k^2.$$

On trouve :

$$I_1 = 0,38 \text{ A au lieu de } 0,4 \text{ A par l'analyseur,}$$

$I = 0,41 \text{ A}$, résultat concordant bien avec celui donné par l'ampèremètre ferromagnétique.

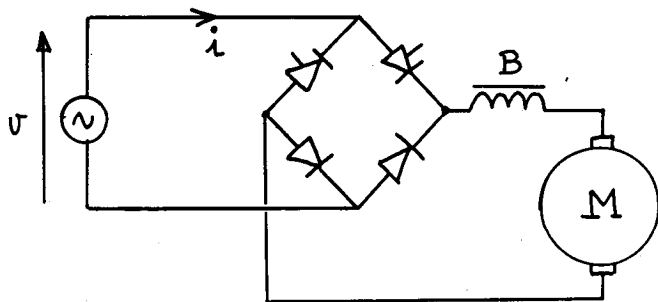
On estime la puissance déformante et le facteur de puissance,

$$S = V \cdot I = 221 \times 0,41 = 90,6 \text{ VA},$$

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{27}{90,6} = 0,30; \quad D = 32,8 \text{ VA}.$$

VI.3. Exemple 2 : Pont de Graetz mixte [IV].

Application à la variation de vitesse d'un moteur à courant continu.



$$V = 220 \text{ V}$$

$$I = 5 \text{ A}$$

$$P = 335 \text{ W}$$

$$Q = 762 \text{ var}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

Fig. 10. — Schéma du pont mixte.

Nomenclature :

B : bobine de lissage, $L = 17,9 \text{ mH}$ à 100 Hz , résistance $0,39 \text{ ohm}$.

M : moteur AXEM à aimants permanents :

$$105 \text{ V}; \quad 6,5 \text{ A}; \quad 500 \text{ W}; \quad 3\,000 \text{ tr/min}.$$

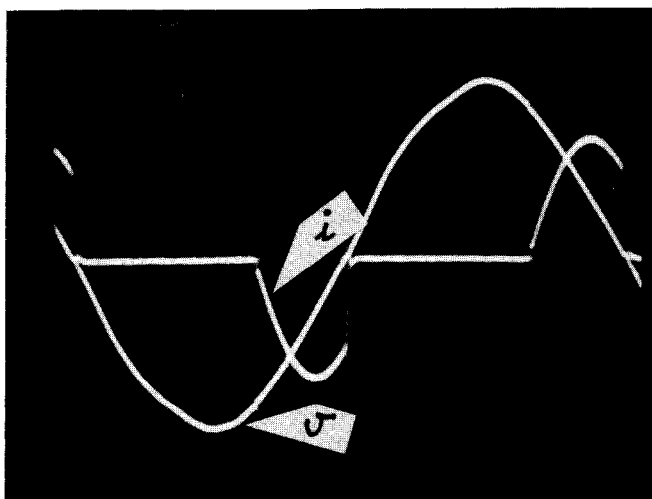


Fig. 11. — Chronogrammes de v et de i :

Echelle du temps : 2 ms/carreau

Echelle de la tension : 100 V/carreau

Echelle du courant : 5 A/carreau.

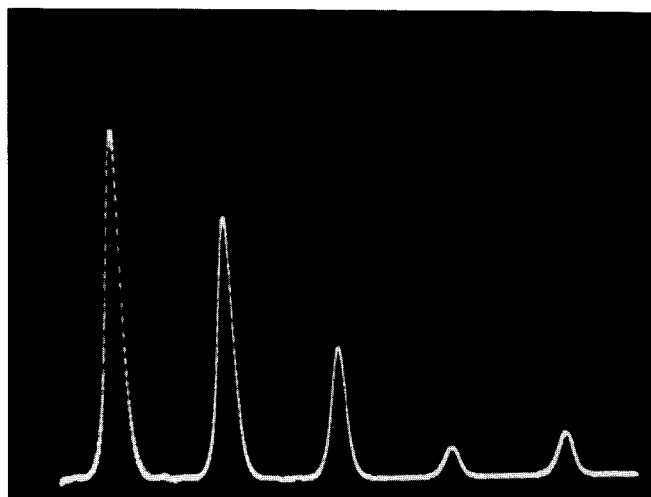


Fig. 12. — Enregistrement du spectre de i .

Mise en évidence des harmoniques de rang 1, 3, 5, 7, 9.

Valeurs efficaces :

$$I_1 = 3,90 \text{ A}; \quad I_3 = 2,9 \text{ A}; \quad I_5 = 1,5 \text{ A}; \quad I_7 = 0,3 \text{ A}; \\ I_9 = 0,45 \text{ A}.$$

Vérifications numériques :

Par la formule $I_1 = \frac{(P^2 + Q^2)^{1/2}}{V}$, on trouve $I_1 = 3,8 \text{ A}$ alors que l'analyseur indique $3,9 \text{ A}$.

Par la relation $I = \sqrt{\sum I_k^2}$, les résultats de l'analyse harmonique conduisent à $I = 5,1 \text{ A}$ alors que la lecture de l'ampèremètre ferromagnétique est de 5 A , pleine échelle.

* Facteur de puissance et puissance déformante :

$$S = V \cdot I = 220 \times 5 = 1\,100 \text{ VA},$$

$$f_p = \frac{335}{1\,100} = 0,30; \quad D = 719 \text{ VA}.$$

VI.4. Exemple 3 : Gradateur [IV].

Application au contrôle d'une puissance calorifique.

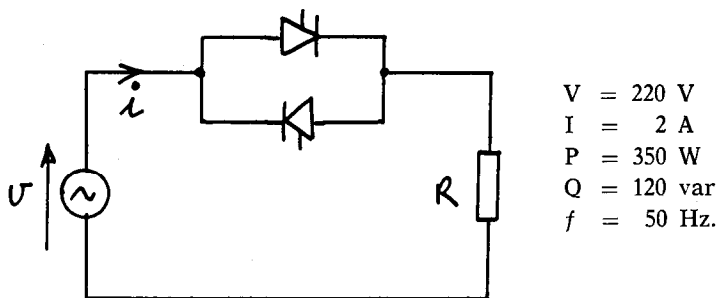


Fig. 13. — Montage d'un gradateur monophasé.

L'angle de retard à l'amorçage est réglé à 60° ,

R est la résistance d'un rhéostat de 155 ohms ; $2,8 \text{ A}$.

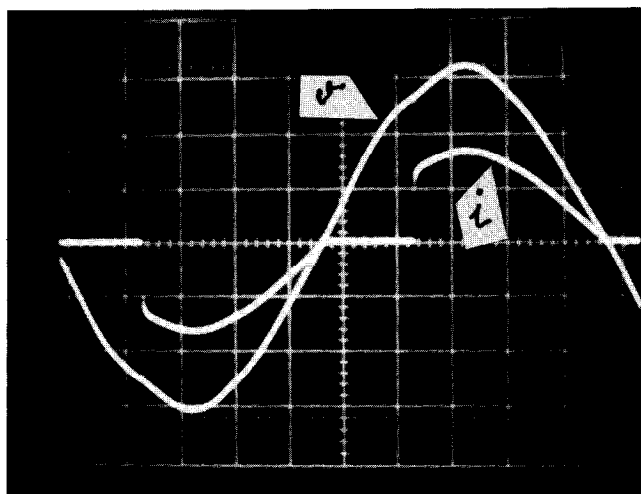


Fig. 14. — Chronogrammes de v et de i :

Echelle du temps : 2 ms/carreau

Echelle de la tension : 100 V/carreau.

Echelle du courant : 2 A/carreau.

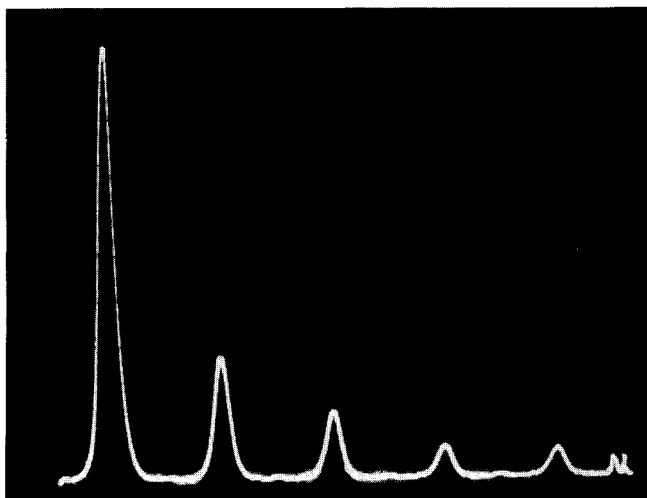


Fig. 15. — Enregistrement du spectre de i .

Mise en évidence des harmoniques de rang 1, 3, 5, 7, 9.

Valeurs efficaces :

$$I_1 = 1,92 \text{ A}; \quad I_3 = 0,37 \text{ A}; \quad I_5 = 0,27 \text{ A}; \quad I_7 = 0,12 \text{ A};$$

$$I_9 = 0,12 \text{ A}.$$

Par les mesures de P et de Q, la valeur efficace calculée de la composante fondamentale de i est $I_1 = 1,83 \text{ A}$ tandis que l'analyseur indique $1,92 \text{ A}$; les indications de ce dernier, utilisées dans l'expression de I conduisent à $I = 1,98 \text{ A}$, résultat assez voisin de la lecture de 2 A de l'ampèremètre ferromagnétique.

Enfin les valeurs du facteur de puissance et de la puissance déformante sont respectivement :

$$f_p = 0,88; \quad D = 176 \text{ VA}.$$

Remarque.

Bien que condensateurs et bobines soient absents du montage, celui-ci consomme de la puissance réactive !

VII. CONCLUSION.

Malgré des écarts relatifs atteignant parfois 5 %, les résultats enregistrés sont en bonne concordance avec ceux établis théoriquement. Ils confirment la bonne tenue des ampèremètres ferromagnétiques et des wattmètres électrodynamiques lorsque les courants industriels sont déformés par les convertisseurs statiques d'énergie électrique; toutefois, en l'absence d'éléments comparatifs, il faut se garder d'être trop confiant dans la lecture des appareils lorsque les courants ont un spectre riche en harmoniques.

C'est pourquoi nous envisageons d'équiper une plate-forme d'essais d'un système de mesurage des différentes grandeurs électriques, mécaniques (valeurs efficaces des tensions et des courants, puissances, couple, vitesse) par échantillonnage (acquisition de données) et calcul numérique à partir des définitions (micro-ordinateur).

ANNEXE :

MESURAGES COMPARATIFS DE VALEURS EFFICACES

Nous avons effectué le mesurage de la valeur efficace d'une tension périodique en créneaux, de fréquence 50 Hz, de rapport cyclique ϑ variable, de trois façons :

M_1 : avec un voltmètre ferromagnétique CdC, calibre 15 V, classe 0,5.

M_2 : avec un multimètre digital r.m.s., Philips PM 2526 gamme de fréquence 30 Hz — 100 kHz (+ composante continue) précision $\pm 0,3\%$ de l'affichage ± 4 digits.

M_3 : avec un oscilloscope Philips PM 3215, par application de la formule de définition et lecture de ϑ et $\hat{V}$.

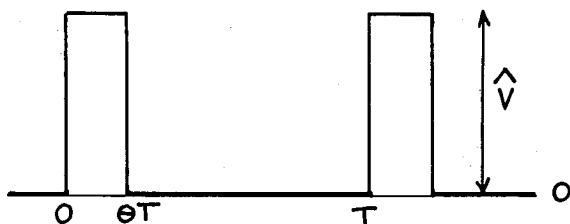


Fig. 16. — Créneau périodique.

$$T = 20 \text{ ms}; \quad \hat{V} = 15 \text{ V}.$$

La source de tension est d'impédance interne pratiquement nulle; le signal étant délivré par un amplificateur de puissance à courant continu de bande passante 1 MHz, excité par un générateur de signaux.

La valeur de mesure M_3 est donnée par la formule $\hat{V}\sqrt{\vartheta}$.

Le facteur de forme F_f a pour expression $1/\sqrt{\vartheta}$.

Résultats.

ϑ	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$M_1(V)$	4,6	6,55	8,03	9,31	10,44	11,42	12,32	13,15	13,95
$M_2(V)$	4,75	6,66	8,15	9,44	10,56	11,55	12,47	13,26	14,04
$M_3(V)$	4,74	6,71	8,22	9,49	10,61	11,62	12,55	13,42	14,25
F_f	3,16	2,24	1,83	1,58	1,41	1,29	1,20	1,12	1,05

Le maximum d'écart relatif entre ces résultats est de 3 % pour $\vartheta = 0,1$.

Influence de la fréquence sur la mesure dans le cas d'utilisation d'un appareil ferromagnétique.

Tensions sinusoïdale, d'amplitude constante.

f_{Hz}	50	500	1000	5000
$V(V)$	15	14,5	14,35	6,1

Créneau alternatif, amplitude 15 volts, mesurée à l'oscilloscope.

f_{Hz}	50	500	5000
$V(V)$	14,7	13,65	5,5

BIBLIOGRAPHIE

- [I] Guy BONNARD. — *Origine et nature des perturbations dans les réseaux industriels et de distribution*. Journées S.E.E., mars 1981 à Lille.
- [II] J. BAURAND. — *Mesures électriques*. Ed. Masson.
- [III] Emile PILLET, Professeur honoraire de l'I.N.P.G. et de l'Université de Grenoble. — *Sur la généralisation de la puissance réactive*.
- [IV] G. SEGUIER. — *L'Electronique de puissance*. Ed. Dunod technique.