Newton et les "Principes mathématiques de la philosophie naturelle"

par Jacques DUBOIS,
Lycée Paul-Louis Courier (Tours).

L'année 1987 a été marquée par différentes manifestations organisées à l'occasion du tricentenaire de la publication des « Principia » de Newton. L'exposition « Newton 87 » présentée à l'Observatoire de Paris du 16 mai au 21 juin, en complément de celle consacrée à « La mesure du ciel (1887-1987) », a pu montrer de nombreux et rares documents, tel l'exemplaire des Principia dédicacé par Halley à J.-D. Cassini, des manuscrits, des appareils et de précieux souvenirs newtoniens.

Plus modestement, les dix panneaux de l'exposition : « 1687-1987. Tricentenaire des Principia de Newton », qui a été proposée lors des Journées Nationales de l'Union des Physiciens à Orléans en novembre 1987, ont été conçus par les chercheurs du Musée d'Histoire des Sciences de Cambridge, ville ou Isaac Newton fit ses études et enseigna durant de nombreuses années.

Après l'évocation des modèles de la Mécanique Céleste antérieurs au XVII^e^ siècle, on présente les points de vue de Képler (1609) pour lequel ce sont des actions magnétiques qui agissent sur les planètes pour leur donner des trajectoires elliptiques, de Galilée (1638), qui considère que le mouvement circulaire uniforme est conforme au principe de l'inertie (1), Descartes (1644) qui, lui, pense que la tendance naturelle est rectiligne et qu'il faut une action de retenue, exercée par contact, pour maintenir la trajectoire circulaire ; d'ailleurs Descartes énonce ce point de vue dans l'ouvrage intitulé « Principia philosophiae », dont le titre a dû inspirer Newton...

Puis vient une courte biographie : Newton naît en 1642 (l'année de la mort de Galilée !) dans un modeste milieu d'exploitants agricoles. Il montre certaines dispositions pour l'étude et

(1) Encore que, comme le fait remarquer Stillman Drake (Pour la Science n° 36, oct. 1980, p. 94), dans 3 notes marginales du Dialogue, Galilée énonce les conditions du mouvement inertiel rectiligne uniforme, mais il nie qu'un corps puisse effectivement se déplacer ainsi, car il pourrait alors quitter l'Univers...

est envoyé en 1660 à Trinity College, à Cambridge. Une circonstance fortuite va lui permettre de donner libre cours à son penchant pour la méditation : la Grande Peste de 1665-1666 oblige à fermer l'Université ; de retour dans sa campagne, il commence à mettre sur pied son système de gravitation universelle en raisonnant d'abord avec des mouvements circulaires : il doit, pour ce faire, découvrir personnellement la loi de la force centripète en $\frac{v^2}{R}$, trouvée en 1659 par Huygens, mais publiée par ce dernier seulement en 1673. Puis il jette les bases de son « calculus », ou Méthode des Fluxions, où les grandeurs sont étudiées et dérivées par rapport au temps.

Nommé professeur à Cambridge en 1663, il va en outre commencer de remarquables travaux expérimentaux d'optique, notamment sur l'analyse et la synthèse de la lumière blanche, mais son différend avec Hooke repoussera la publication à bien plus tard ; craignant la contradiction, il abandonne ses recherches de Sciences physiques et se livre à son penchant pour l'Esotérisme, la Théologie et l'Alchimie...

Diverses circonstances vont le ramener à la Mécanique : notamment une discussion en 1678 avec Hooke sur la trajectoire d'un corps pesant lancé du haut d'une tour ; on pensait à l'époque que l'objet était dévié vers l'Ouest ; Newton indique pour la première fois un mouvement vers l'Est, malgré son ignorance de la correction de Coriolis, mais malheureusement prévoit un mouvement en spirale vers le centre de la Terre... Cette discussion lui fait penser à l'action de déviation d'une force expliquant la 2e loi de Képler. Hooke, entre temps, a songé à la bonne loi en $\frac{1}{r^2}$ pour les planètes, à partir du mouvement circulaire enfin publié par Huygens, et des échanges d'idées avec Halley vont permettre à Newton de maîtriser ses modèles. Mais il faudra la mesure de l'arc de méridien Paris-Arras par Picard pour lui permettre de calculer $\frac{G}{G_0}$ et confirmer ses calculs : la Lune « tombe » pendant un temps donné à la distance $R + h$ de la même façon qu'un corps pesant tombe à la distance R du centre, à la surface de la Terre.

Les Principia seront publiés en 1687, aux frais de Halley, en 400 exemplaires seulement...

L'exposition présentée a le mérite d'indiquer des points de vue assez inédits : par exemple, en ce qui concerne la méthode

TROISIÉME SECTION.

Du mouvement des corps dans les Sections coniques excentriques.

PROPOSITION XI. PROBLEME VI.

Un corps faisant sa révolution dans une ellipse ; on demande la loi de la force centripete, lorsqu'elle tend à un de ses foyers.

Soient S le foyer de l'ellipse, E la rencontre de SP avec le diametre DK, x celle de la même ligne SP avec l'ordonnée QV, $Qx\ PR$ le parallélogramme fait sur Px & Qx. On voit d'abord Fig. 21. que EP est égale au demi grand axe AC ; car menant par l'autre foyer H la droite HI parallele à DK, il est clair que EI sera égale à SE à cause de l'égalité qui est entre CH & CS, & par conséquent PE sera égale à la moitié de la somme de PI & de PS, ou, ce qui revient au même, à AC, moitié de la somme de PS & de PH, puisqu'il suit de ce que HI est parallele à RP, & de ce que les angles HPZ & IPR sont égaux, que $HP = PI$. Abaissant ensuite QT perpendiculaire à SP, & nommant L le parametre du grand axe, c'est-à-dire $\frac{2BC^2}{AC}$; on verra que $L \times QR : L \times Pv :: QR : Pv$, c'est-à-dire $:: PE$ ou $AC : PC$; mais $L \times Pv : Gv \times vP :: L : Gv$ & $Gv \times vP : Qv^2 :: PC^2 : CD^2$; de plus, $Qv^2 : Qx^2$ en raison d'égalité (Cor. 2. Lem. 7.) lorsque les points P & Q coïncident, & Qx^2 ou $Qv^2 : QT^2 :: EP^2 : PF^2$, c'est-à-dire $:: CA^2 : PF^2$ ou (Lem. 12.) $:: CD^2 : CB^2$; donc, en composant toutes ces raisons on aura $L \times QR : QT^2 :: AC \times L \times PC^2 \times CD^2$ ou $:: 2CB^2 \times PC^2 \times CD^2 : PC \times Gv \times CD^2 \times CB^2$ ou $:: 2PC : Gv$. Or, puisque $2PC$ & Gv sont égales lorsque les points P & Q coïncident, les quantités $L \times QR$ & QT^2 qui leur sont proportionnelles seront donc égales aussi. Multipliant présentement ces quantités égales par $\frac{SP^2}{QR}$, on aura $L \times SP^2 = \frac{SP^2 \times QT^2}{QR}$. Donc par les Corol. 1. & 5. de la Prop. 6. la force centripete sera réciproquement comme $L \times SP^2$, c'est-à-dire en raison renversée de SP^2. *C. Q. F. T.*

LIVRE PREMIER. Fig. 21.

Principia. Traduction française de Mme du Châtelet. 1756.

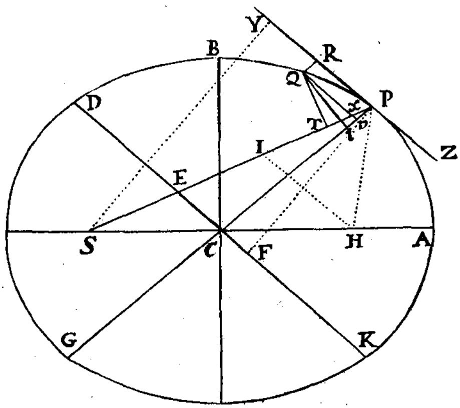
S E C T. III.

De motu Corporum in Conicis Sectionibus excentricis.

Prop. XI. Prob. VI.

Revolvatur corpus in Ellipsi: Requiritur lex vis centripetæ tendentis ad umbilicum Ellipseos.

Esto Ellipseos superioris umbilicus S. Agatur SP secans Ellipseos tum diametrum DK in E, tum ordinatim applicatam Qv in x, & compleatur parallelogrammum $QxPR$. Patet EP æqualem esse semiaxi majori AC, eo quod acta ab altero Ellipseos umbilico H linea HI ipsi EC parallela, (ob æquales CS, CH) æquentur ES, EI, adeo ut EP semisumma sit ipsarum PS, PI, id est (ob parallelas HI, PR & angulos æquales IPR, HPZ) ipsorum PS, PH, quæ conjunctim axem totum $2AC$ adæquant. Ad SP demittatur perpendicularis QT, & Ellipseos latere recto principali (seu $\frac{2\,BC\ quad.}{AC}$) dicto L, erit $L \times QR$ ad $L \times Pv$ ut QR ad Pv; id est ut PE (seu AC) ad PC: & $L \times Pv$ ad GvP ut L ad Cv; &



I. Newton. *Principia*. Edition originale. 1687.

Proposition dans laquelle Newton montre que si la trajectoire est une ellipse, la force centrale est en $\frac{1}{r^2}$.

mathématique de Newton, on disait généralement qu'il avait découvert et démontré la gravitation universelle par la méthode des fluxions, et ensuite « adapté » une géométrie infinitésimale : la méthode des premières et dernières raisons (passage à la limite pour la corde, l'angle et l'arc de courbe) pour ne pas divulguer son « calculus » (2). Ici, on pense que c'est géométriquement qu'il a fait ses découvertes. Je voudrais compléter ce point de vue en faisant remarquer que cette géométrie très élégante et subtile est cependant en droite ligne des mathématiciens grecs et aurait pu être comprise sinon par Archimède, du moins par Apollonius. Prenons l'exemple de la démonstration de la force centrale en $\dfrac{1}{r^2}$ à partir de l'hypothèse de la trajectoire elliptique. La planète, de par cette force, au lieu d'avoir un mouvement rectiligne PR, subit une déviation QR (voir figure) qui est de la forme $\dfrac{1}{2}\,at^2$ (méthode des premières et dernières raisons) : la force, qui varie comme l'accélération a, est donc proportionnelle à $\dfrac{2\,QR}{t^2}$, c'est-à-dire à $\dfrac{QR}{SP^2 \times QT^2}$, car l'aire du triangle SPQ varie comme t, à cause de la loi des aires. Il lui reste à montrer, à partir des propriétés classique des coniques, que $\dfrac{QR}{SP^2 \times QT^2}$ est proportionnel à $\dfrac{1}{SP^2}$, ou $\dfrac{1}{r^2}$... Evidemment, cela va plus vite avec la formule de Binet !

Indiquons par ailleurs (ce que les panneaux de Cambridge ne disent peut-être pas assez), qu'en France, les scientifiques restent cartésiens, ayant peur qu'avec l'attraction on ressuscite les « qualités occultes », et qu'il faudra attendre plus de 50 ans pour que Maupertuis, Clairaut, M[me] du Châtelet et Voltaire fassent triompher le point de vue de Newton.

Actuellement, si l'espace et le temps absolus de Newton n'ont pas résisté aux théories relativistes (3) et si la Relativité Générale d'Einstein évite de se poser des questions sur la transmission instantanée des actions gravifiques à distance, les modèles

(2) Voir mon paragraphe sur Newton dans : « Histoire de la Physique », Tome 1, Editions Lavoisier, p. 86.

(3) Encore que, un « Que sais-je ? » récent tend à prouver que la mécanique newtonienne peut être généralisée : « Newton et la Relativité ». J.-M. Rocard, P.U.F. 1986.

newtoniens de la Mécanique classique sont toujours enseignés et utilisés dans la science moderne, comme l'a montré par exemple un exposé sur les mesures actuelles de g aux Journées Nationales d'Orléans-Tours.

Si les lois ne sont plus valables en Mécanique des particules, les corrections restent très faibles en Astronomie traditionnelle (l'avance du périhélie de Mercure, non prévue par Newton, n'est que de 40 minutes d'angle par siècle...).

On peut encore se procurer :

— les affiches (en anglais) de l'exposition, pour £ 5 réglés en Eurochèque auprès de :

Mr J. A. Bennett,
Whipple Museum of History of Science
Free School Lane
Cambridge CB2 3RH
Great Britain ;

— la traduction réalisée par Y. Dubois auprès de :

J. Dubois,
Lycée P.-L. Courier
2, place Grégoire-de-Tours
37042 Tours Cedex (pour 20 francs).