

Résonance mécanique

REALISATION D'UN APPAREIL DE T.P.

par C. LE BRETON et A. MARTIN,
Lycée Corneille, Rouen.

DESCRIPTION ET UTILISATION DE L'APPAREIL.

Les appareils d'enseignement actuels ne permettant pas l'obtention d'un réseau de courbes correct pour une expérience de résonance mécanique (amplitude du résonateur en fonction de la pulsation de l'excitateur), nous avons conçu l'appareil suivant. Il s'agit d'un disque d'aluminium horizontal suspendu entre deux fils d'acier (pendule de torsion), dont l'extrémité de l'un est excitée de façon quasi sinusoïdale à l'aide d'un petit moteur électrique. Le freinage est assuré par des courants de FOUCAULT sur le disque (on utilise pour créer le champ magnétique un transformateur démontable avec deux bobines de 500 spires), voir le schéma de principe sur la fig. 1. Ces bobines sont alimentées par une batterie placée en série avec un rhéostat et un ampèremètre.

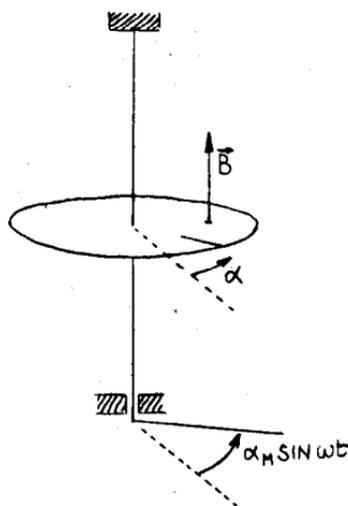


Fig. 1

La mesure des amplitudes est réalisée à l'aide de la méthode de POGENDORFF, en utilisant le système d'éclairage d'un galvano-

mètre mural. On fixe un petit miroir concave avec de la pâte à coller près de l'axe du disque (à défaut, on peut utiliser un miroir plan et une lentille de $+2 \delta$ fixe, placée le plus près possible du miroir). Les angles ne sont pas considérés comme petits, il faut utiliser l'arctangente pour les calculer.

La mesure des périodes est faite par une horloge électronique RELAIN au 1/100 de seconde dont le détecteur est placé de façon à ce que la tige excitatrice solide du fil de torsion inférieur coupe le faisceau lumineux (fig. 2).

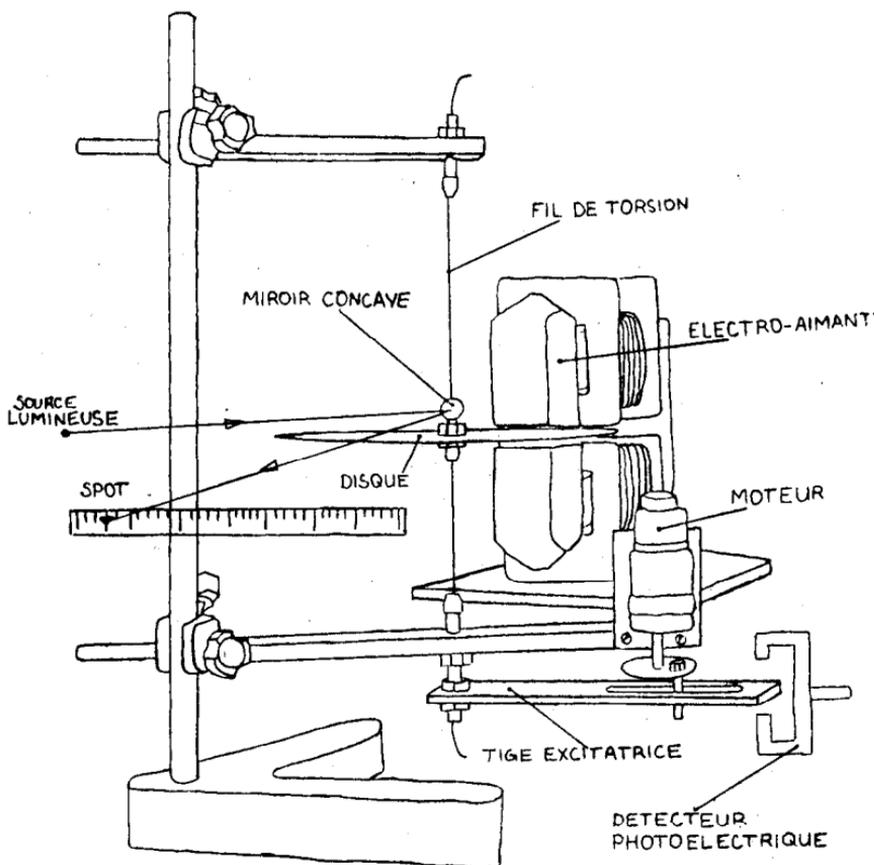


Fig. 2

Pour la mesure de la période propre, il faut amener le détecteur photoélectrique près du bord du disque, où on a préalablement collé un index de carton. Le moteur stoppé, on détermine la période des oscillations libres non amorties du disque.

Mathématiquement, on a l'équation différentielle classique :

$$J \ddot{\alpha} = -\frac{C}{2} \alpha - \frac{C}{2} (\alpha - \alpha_M \sin \omega t) - \Gamma \dot{\alpha}$$

$$\ddot{\alpha} + 2\lambda \dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \frac{C \alpha_M}{2J} \sin \omega t$$

J moment d'inertie du disque

C/2 constante de torsion de chaque fil

$-\Gamma \dot{\alpha}$ couple de frottement

ω_0 pulsation propre, $2\lambda = \Gamma/J$.

Soit ϑ l'amplitude du régime permanent :

$$\vartheta = \frac{C \alpha_M / (2J)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\lambda^2 \omega^2}} \quad (1)$$

Expérimentalement, on relève l'amplitude (les transitoires sont de courte durée compte tenu de l'amortissement qui reste important) en fonction de la pulsation de l'excitateur, ceci pour différents courants d'alimentation des bobines créant le champ magnétique. Pour un entrefer de 7 mm, le disque pénétrant entièrement entre les deux pôles, nous avons utilisé des courants de 0,8 A - 1 A - 1,25 A et 1,5 A. Enfin, on mesure la pulsation propre ω_0 . On trace le réseau de courbes $\vartheta = f(\omega)$ (fig. 3). On distingue nettement le déplacement des maxima des courbes pour les forts amortissements. Ces courbes peuvent sans problème être prolongées vers les petites pulsations.

On poursuit l'étude en élevant (1) au carré :

$$\vartheta^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2 = \frac{C^2 \alpha_M^2}{4 J^2} - 4 \lambda^2 \omega^2 \vartheta^2.$$

Soient : $F(\vartheta, \omega) = \vartheta^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2$ et $G(\vartheta, \omega) = 4 \omega^2 \vartheta^2$.

F dépend linéairement de G. On trace F en fonction de G, le bon alignement des points permet d'apprécier la qualité des mesures ainsi que la valeur du modèle mathématique (fig. 4). Des expériences précédentes réalisées avec un frottement visqueux (disque plongeant dans la glycérine) donnent des résultats nettement inférieurs. Les points de F en fonction de G ne sont plus alignés. On peut chercher le ω_0 donnant le meilleur coefficient de corrélation, celui-ci est toujours inférieur au ω_0 expérimental. Nous expliquons ce mauvais résultat par le fait qu'une certaine épais-

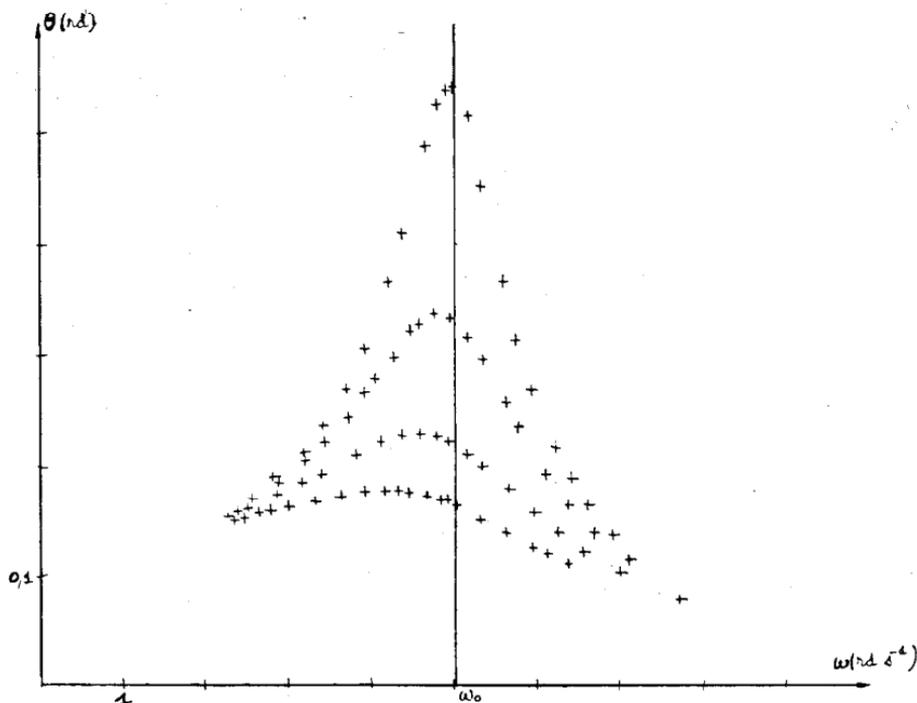


Fig. 3. — Réseau de courbes $\vartheta = f(\omega)$.

Intensité du courant circulant dans les bobines :
1,5 A 1,25 A 1 A 0,8 A (de bas en haut).

seur de glycérine est entraînée dans le mouvement de rotation modifiant ainsi le moment d'inertie du disque. La difficulté de déterminer J avec ce type de frottement justifie le choix expérimental du freinage par courants de FOUCAULT.

Le faisceau de droites a une ordonnée à l'origine commune $\frac{C^2 \alpha_M^2}{4 J^2}$, la pente de chaque droite étant λ^2 nous avons donc

accès à l'amortissement. On comparera ces résultats à ceux obtenus par la détermination du décrément logarithmique lors des oscillations libres du système amorti. On peut pour finir vérifier l'écart entre les maxima des courbes expérimentales et, à l'aide de la formule : $\omega_M^2 = \omega_0^2 - 2\lambda^2$ solution de $f'(\omega) = 0$ avec $\omega_0 = 5,02 \text{ rd s}^{-1}$ et les différents λ obtenus à partir de la fig. 4.

Cet appareil est surtout destiné aux travaux pratiques. L'usage d'une calculatrice programmable donnant ϑ , ω , F et G directe-

ment à partir de la période et de la déviation du spot est conseillé.

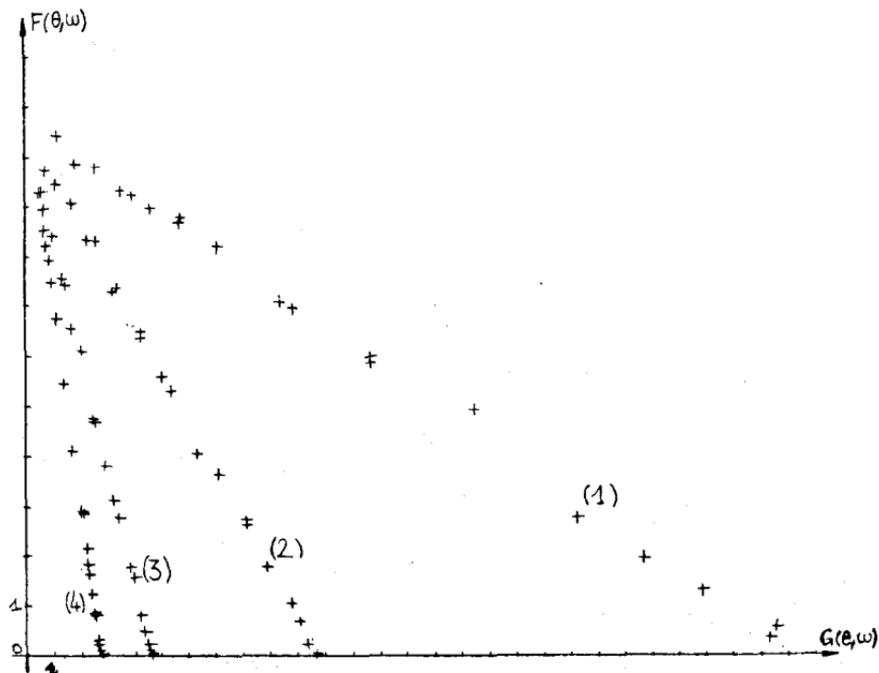


Fig. 4. — $F(\theta, \omega) = \theta^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2$ $G(\theta^2, \omega) = 4\theta^2\omega^2$:

(1)	= 0,8 A	$\lambda^2 = 0,37 \text{ s}^{-2}$
(2)	= 1 A	$\lambda^2 = 0,98 \text{ s}^{-2}$
(3)	= 1,25 A	$\lambda^2 = 2,26 \text{ s}^{-2}$
(4)	= 1,5 A	$\lambda^2 = 4,03 \text{ s}^{-2}$

CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DE L'APPAREIL.

Le disque en aluminium a une épaisseur de 1 mm et un rayon de 12 cm. Le fil de torsion en acier (magasin de pêche) a un diamètre de 0,6 mm, la longueur de chaque brin étant 10 cm. La période propre se trouve donc fixée à environ 1,2 s. Pour l'excitation, se reporter à la fig. 1, la distance entre l'axe de rotation du système et celui du moteur est de 14 cm, l'excentrique est de 1,3 cm ce qui, on peut le démontrer aisément, justifie l'approximation du mouvement sinusoïdal. Nous avons utilisé un moteur électrique « Meccano » dont la vitesse de rotation est ajustée autour de la période propre (1,2 s) par une alimentation stabili-

sée 0-15 V. Les bras soutenant l'ensemble sont en aluminium. Sur le bras inférieur, on fixe également le moteur, et sur celui-ci, le guidage de la tige excitatrice s'effectue par roulement à billes.

La réalisation pratique de cet appareil doit être confiée à un atelier de mécanique compétent (lycée technique par exemple).
