# Modèles mathématiques pour enseigner la mécanique élémentaire

par Pierre SIMONET,
Lycée Blaise-Pascal, Rouen.

L'objet de ce texte est de proposer et définir les éléments de calcul vectoriel et les modèles mathématiques nécessaires à la résolution des problèmes de mécanique élémentaire. Ces notions sont celles qu'un élève de Première $F_1$, par exemple, pourrait avoir acquises et utiliser couramment vers le milieu de l'année scolaire.

Pour que la transmission de ces savoirs et savoir-faire soit faite au meilleur moment et de façon bien adaptée, il semble préférable que celui qui enseigne la mécanique s'en charge lui-même, en accord évidemment avec le professeur de mathématiques.

L'essentiel est que l'élève sache manipuler les modèles mathématiques avec rapidité et rigueur, algébriquement ou graphiquement.

Ces manipulations demandent de l'entraînement mais ne comportent pas de difficultés importantes pour la majorité des élèves car ce sont toujours les mêmes calculs ou constructions qui sont faits et ils s'effectueront de façon automatique au bout d'un certain temps.

Il n'en est pas de même pour les activités propres au mécanicien et qui consistent, en analyses, isolements, bilans et modélisations d'actions mécaniques (a. m.).

Passer de la réalité aux modèles mathématiques exige des connaissances diverses, du discernement et du bon sens pour l'adoption d'hypothèses toujours discutables. C'est parfois très délicat et les professeurs savent bien qu'eux-mêmes ne sont pas toujours à l'aise dans ces exercices et se trompent parfois lourdement.

Par contre, lorsqu'une modélisation des a. m. est retenue, de telle sorte que les inconnues cherchées puissent être déterminées, la résolution se fera toujours et d'autant plus aisément et rapidement que l'élève sera mieux entraîné à manipuler les modèles mathématiques.

Ces résolutions peuvent aussi faire l'objet de programmes informatiques alors que, vraisemblablement, la modélisation des a. m. ne pourra pas être informatisée.

Ce texte a été rédigé en pensant plus particulièrement à la mécanique enseignée dans la classe de Première $F_1$ : statique des fluides et des solides et résistance des matériaux, matière de base et fondamentales dans la formation du technicien de construction et fabrications mécaniques.

Mais, bien sûr, les mêmes modèles mathématiques sont valables pour d'autres chapitres de la mécanique et pour d'autres classes de lycée où cet enseignement est dispensé.

Actuellement, dans la plupart des classes de Première $F_1$, l'outillage vectoriel décrit dans ce texte n'est que partiellement mis en œuvre et ceci pour diverses raisons.

Pour que le professeur apprenne efficacement à ses élèves l'usage de cet outil, il doit :

— *simplifier :* les modèles mathématiques doivent être aussi peu nombreux que possible définis avec précision et simplicité. Il faut éliminer tout ce qui peut l'être et qui a pu paraître utile, naguère ;
— *chercher, imaginer, trouver* les procédés pédagogiques les mieux adaptés aux élèves ;
— avoir l'inébranlable *volonté* de donner aux élèves les outils indispensables à un enseignement cohérent et suffisamment complet, et ceci malgré les difficultés et les déceptions.

Disons, une nouvelle fois, que ces difficultés et déceptions surgiront constamment et longtemps au niveau de la modélisation mais qu'elles doivent se raréfier au niveau de la résolution et que cette maîtrise peut être un facteur d'encouragement et de stimulation pour l'élève.

Indiquons maintenant en quelques paragraphes comment ces outils mathématiques peuvent être introduits dans l'enseignement de la mécanique, l'ordre et le rythme étant ceux estimés les meilleurs par le professeur.

## 1. **LE VECTEUR** : utilisé pour définir certaines grandeurs.

Le vecteur noté $\vec{V}$ associé à une grandeur dite « vectorielle » (par exemple une force) définit pour celle-ci :

— la direction et le sens de la grandeur,
— le nombre d'unités de la grandeur : c'est la norme $\|\vec{V}\|$. Par exemple le nombre de newtons pour une force.

D'autres grandeurs, un prix, une longueur, une masse... sont dites « scalaires ».

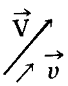
On représente $\vec{V}$ en traçant un segment de droite orienté qui figure la direction et le sens et dont la longueur peut être proportionnelle à $\|\vec{V}\|$.

Ce représentant n'a pas de position déterminée.

## 2. VECTEUR UNITAIRE. BASE ET REPERE ORTHONORME. COORDONNEES D'UN VECTEUR.

* *Un vecteur unitaire* $\vec{v}$ a pour norme $\|\vec{v}\| = 1$.

Si $\vec{v}$ et $\vec{V}$ ont la même direction, on a :

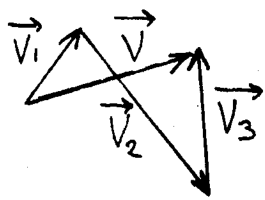



$\vec{V} = \|\vec{V}\|\vec{v}$ si $\vec{V}$ et $\vec{v}$ ont le même sens

$\vec{V} = -\|\vec{V}\|\vec{v}$ si $\vec{V}$ et $\vec{v}$ ont des sens opposés.

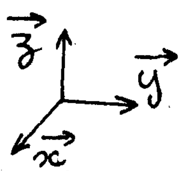
* *Une somme de plusieurs vecteurs s'écrit :*

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3.$$




Un représentant de $\vec{V}$ est obtenu en mettant bout à bout dans l'espace des représentants de $\vec{V}_1$, $\vec{V}_2$ et $\vec{V}_3$.

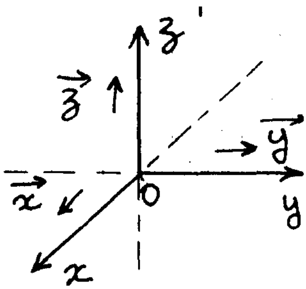
* *Une base orthonormée* est formée de trois vecteurs unitaires $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$ dont les représentants sont perpendiculaires et la disposition à bien préciser.




On peut tracer 3 représentants de ces vecteurs unitaires à partir d'un même point mais ce n'est pas obligatoire, ces vecteurs n'ayant pas de position déterminée.

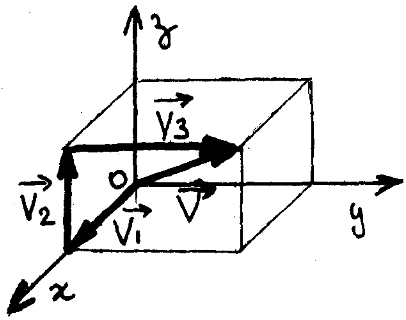
* *Un repère (ou trièdre) orthonormé* est défini par un point O de l'espace (appelé origine) et une base orthonormée. On peut le noter $(O, \vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})$.

La représentation habituelle est faite avec 3 droites orientées (ou axes) perpendiculaires en O et dont les directions et sens sont ceux de $\vec{x}\,\vec{y}$ et $\vec{z}$.




Les axes occupent donc une position bien définie dans l'espace mais pas les représentants de $\vec{x}\,\vec{y}$ et $\vec{z}$.

* *Les coordonnées d'un vecteur* $\vec{V}$ *dans une base* $\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$ pourront être définies de la façon suivante :




Dans un repère orthonormé $(O\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})$, O étant choisi arbitrairement, traçons à partir de O un représentant de $\vec{V}$.

On a (de différentes façons) :

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$$

avec :

$$\vec{V}_1 = X\vec{x} \qquad \vec{V}_2 = Y\vec{y} \qquad \vec{V}_3 = Z\vec{z}.$$

X Y Z sont les coordonnées de $\vec{V}$ dans la base $\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$. Ce sont des nombres (positifs ou négatifs) d'unités. Ils définissent $\vec{V}$ complètement dans la base $\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$ et ne dépendent pas de l'origine O du repère : on peut placer un représentant de $\vec{V}$ n'importe où dans le repère $(O\,\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z})$ ; on a toujours :

$$\vec{V} = X\vec{x} + Y\vec{y} + Z\vec{z} \quad \text{et} \quad \|\vec{V}\|^2 = X^2 + Y^2 + Z^2.$$

## 3. PRODUIT SCALAIRE DE DEUX VECTEURS.

* $$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \|\vec{V}_1\| \times \|\vec{V}_2\| \cos\alpha$$

$\alpha$ est l'angle de deux représentants des vecteurs.

On a : $$0 \leqslant \alpha \leqslant \pi.$$

$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ est un nombre d'unités positif, négatif ou nul. Ce n'est pas un vecteur.

* Dans une base $\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$, on a : $\vec{x} \cdot \vec{z} = 0$, etc. et :

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (X_1\vec{x} + Y_1\vec{y} + Z_1\vec{z})\,(X_2\vec{x} + Y_2\vec{y} + Z_2\vec{z}) = \ldots$$
$$\ldots X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2.$$

* La projection d'un vecteur $\vec{V}$ sur un axe de vecteur unitaire $\vec{x}$ est égale à :

$$X = \vec{V} \cdot \vec{x}.$$

* Si $\vec{v}$ est le vecteur unitaire tel que : $\vec{v} = \dfrac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}$, on a,

dans une base $\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}$ :

$$\vec{v} \cdot \vec{x} = \cos\alpha \qquad \vec{v} \cdot \vec{y} = \cos\beta \qquad \vec{v} \cdot \vec{z} = \cos\gamma$$

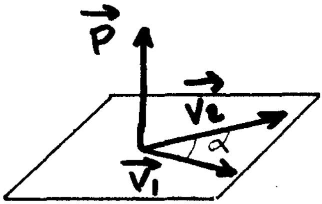
et : $$\vec{v} = \cos\alpha\ \vec{x} + \cos\beta\ \vec{y} + \cos\gamma\ \vec{z}.$$

$\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$ sont les coordonnées de $\vec{v}$ dans la base $\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}$, $\alpha, \beta, \gamma$ sont les angles de $\vec{v}$ avec $\vec{x}\,\vec{y}$ et $\vec{z}$.

**Remarque.**

Si les lignes trigonométriques et les éléments de trigonométrie indispensables sont mal connus, il faut prendre le temps de les rappeler avant de poursuivre.

## 4. PRODUIT VECTORIEL DE DEUX VECTEURS : $\vec{P} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$.




* La définition géométrique d'un représentant du vecteur $\vec{P}$ à partir de deux représentants de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ doit être faite avec de nombreux exemples :

$$\|\vec{P}\| = \|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\| = \|\vec{V}_1\| \times \|\vec{V}_2\| \sin\alpha$$

avec $\alpha$, angle des deux représentants de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ et :

$$0 \leqslant \alpha \leqslant \pi.$$

* En remarquant que $\vec{x} \wedge \vec{y} = \vec{z}$, etc., on calcule facilement les coordonnées de $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ à partir des coordonnées de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ dans la base $\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}$.

* L'essentiel est que l'élève sache mettre en place un représentant de $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$, connaissant deux représentants de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$, de façon automatique et sans erreur en utilisant un procédé classique facile à mémoriser.

## 5. LES POINTS DE L'ESPACE REEL.

* A partir de deux points A et B, ou bipoint (A, B), on peut définir un vecteur $\overrightarrow{AB}$ dont la norme $\|\overrightarrow{AB}\|$ s'exprime en nombre d'unités de longueur, c'est-à-dire la distance de A à B.

Mais attention, il ne faut pas confondre le bipoint (A, B) et le vecteur $\overrightarrow{AB}$. Ce dernier étant un vecteur, ses représentants n'ont pas de position déterminée. L'un d'eux peut être le segment orienté AB mais ce peut être aussi un autre segment orienté CD et on a alors : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ avec les bipoints (A, B) et (C, D) distincts.

* Dans un repère orthonormé $(O, \vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z})$, et non plus simplement une base $\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}$, la position d'un point A est définie par :

$$\overrightarrow{OA} = X_A\,\vec{x} + Y_A\,\vec{y} + Z_A\,\vec{z}$$

$\overrightarrow{OA}$ est le vecteur position du point A.

XA YA ZA sont les coordonnées de $\overrightarrow{OA}$ ou encore les coordonnées de A.

* On a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$, d'où le calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ connaissant celles de A et B.

* Soulignons à nouveau que $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$, comme $\overrightarrow{AO} \wedge \overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{OA} \wedge \vec{V}$, sont des *vecteurs* définis chacun par 3 nombres algébriques seulement. Ce ne sont pas des bipoints et ils n'ont pas de position déterminée dans l'espace. Il est bon d'insister sur ce qui peut sembler d'inutiles subtilités mais cela évitera pour la suite des ambiguïtés et des confusions.

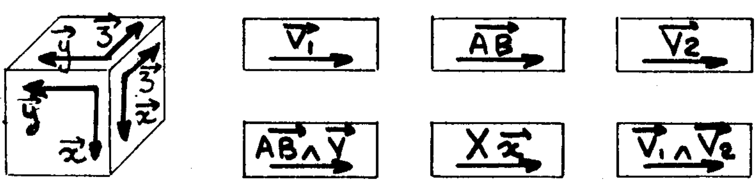
## 6. DES IDEES DE MANIPULATIONS PRATIQUES.

Avant d'introduire le glisseur et afin de concrétiser un peu les notions précédentes, on peut imaginer et réaliser quelques supports pédagogiques très simples, par exemple :

* Le repère orthonormé est figuré par les 3 arêtes de l'un des trièdres de la classe. La base sera figurée par 3 représentants tracés au hasard dans le repère.

* On peut construire une base baladeuse dont les vecteurs $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ sont tracés sur un petit cube ou trièdre fait de carton collé.

* Sur des rectangles de carton, on peut tracer recto et verso de représentants de vecteurs et, au cours d'exercices variés, faire placer ceux-ci avec une direction et un sens corrects en



insistant sur le fait que le représentant d'un vecteur n'a jamais de domicile fixe.

* Dans ces exercices, il est difficile de travailler sur des modèles mathématiques d'actions mécaniques puisque la seule a. m. dont le modèle est un *vecteur seul* est le couple. Dès que la notion de glisseur sera bien comprise, des forces, des newtons seront mis en œuvre.

## 7. LE GLISSEUR.

Retenons le mot glisseur puisqu'il faut bien en adopter un. C'est un vecteur $\vec{V}$ associé à une droite $\Delta$ de même direction que l'un des représentants de $\vec{V}$.

Pour représenter un glisseur, on met donc en place $\Delta$ qui a une position déterminée dans l'espace et un représentant de $\vec{V}$ qui n'en a pas.

Par commodité, on le dessine souvent sur $\Delta$.

La notation peut être : glisseur $(\Delta, \vec{V})$ ou glisseur $(A, \vec{V})$, A étant un point quelconque de $\Delta$.

En effet, $\Delta$ est bien définie par un seul de ses points.

Le glisseur est le modèle mathématique de l'a. m. que les élèves de Première connaissent déjà : la force.

En pratique, si l'on travaille sur les a. m., on peut employer le mot « force » à la place du mot « glisseur » et la droite $\Delta$ est la ligne d'action de la force.

## 8. SIMPLICITE, CLARTE ET RIGUEUR.

Voici une phrase extraite d'un ouvrage destiné aux élèves de Première $F_1$ : « La notion de vecteur lié est équivalente, en particulier, à celle de bipoint en mathématiques ».

Elle témoigne de confusions qui se sont sont installées dans notre enseignement et qu'il faut traquer.

En effet, de nombreux termes sont couramment utilisés pour désigner « différentes sortes de vecteurs ».

Vecteur lié, vecteur glissant, pointeur, point vecteur, vecteur libre et même bipoint, si on se réfère à la phrase ci-dessus.

Ces êtres sont nés du souci pédagogique d'inclure dans le modèle mathématique des renseignements supplémentaires par exemple :

— le point d'application d'une force (ou la zone réduite d'application),
— la possibilité de « déplacer » ou « faire glisser » une force sur son support, en statique.

Tout ceci crée des confusions et des ambiguïtés car, en définitive, le modèle mathématique ne peut pas rendre compte de la zone d'application de la force.

En fait, pour ce qui concerne les a. m., il n'y a que deux modèles mathématiques :

— le glisseur ou force : un vecteur et une droite,
— le couple : un vecteur (seul).

Les « autres sortes de vecteurs » peuvent être abandonnées :

— un vecteur libre... c'est un vecteur,
— les autres vecteurs... sont des glisseurs,
— un bipoint c'est, dans l'ordre, deux points de l'espace, pas un vecteur.

Voilà pour une plus grande simplicité : éliminons et clarifions.

Pour ce qui concerne la rigueur, elle réside, pour nous, dans la connaissance précise des modèles mathématiques et leur manipulation sans erreur. Les définitions plus générales, l'étude exhaustive et rigoureuse des propriétés et des opérations sur les vecteurs, c'est le domaine du professeur de mathématiques.

## 9. MOMENT D'UN GLISSEUR (OU D'UNE FORCE) PAR RAPPORT A UN POINT P.

*Définition :* $\overrightarrow{M_P}(\Delta, \vec{F}) = \overrightarrow{PA} \wedge \vec{F}$; A étant un point quelconque de $\Delta$. C'est donc un vecteur : Pas de point d'application, pas de ligne d'action.

L'unité de $\| \overrightarrow{PA} \|$ est une unité de longueur : *m*.

Si l'unité de $\| \vec{F} \|$ est le newton (cas d'une force), alors l'unité de $\overrightarrow{M_P}(\Delta, \vec{F})$ est le Nm.

## 10. ENSEMBLE DE PLUSIEURS GLISSEURS (OU FORCES). VECTEURS $\vec{S}$ ET $\vec{M_0}$.

On a les glisseurs $(\Delta_1, \vec{V_1})$ $(\Delta_2, \vec{V_2})$, etc.

On peut calculer, ou tracer, un représentant de :

$$\vec{S} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + ...$$

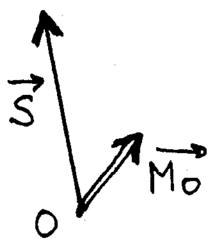
somme des vecteurs ou vecteur somme.

$$\vec{M}_0 = \overrightarrow{OA_1} \wedge \vec{V}_1 + \overrightarrow{OA_2} \wedge \vec{V}_2 + ...$$

somme des moments ou moment résultant en O.

$\vec{S}$ et $\vec{M}_0$ sont des vecteurs : pas de point d'application, pas de lignes d'action. Ils caractérisent l'ensemble de plusieurs glisseurs.

On peut tracer les représentants de $\vec{S}$ et $\vec{M}_0$ avec leur « origine » au point O, parce que c'est plus commode et qu'il faut bien les mettre quelque part.




Pour les distinguer, on peut aussi mettre un double trait au représentant de $\vec{M}_0$.

## 11. ENSEMBLES DE GLISSEURS : LES « EQUIVALENCES ». L'ENSEMBLE LE PLUS SIMPLE.

* *Définition :* Si deux ensembles de plusieurs glisseurs $E_1$ et et $E_2$ ont même $\vec{S}$ et même $\vec{M}_0$, O étant choisi de façon quelconque, ils sont « équivalents ».

* Etant donné maintenant un ensemble E, il est intéressant de rechercher un ensemble équivalent à E qui soit aussi simple que possible.

E peut comporter un grand nombre de glisseurs mais on peut toujours calculer :

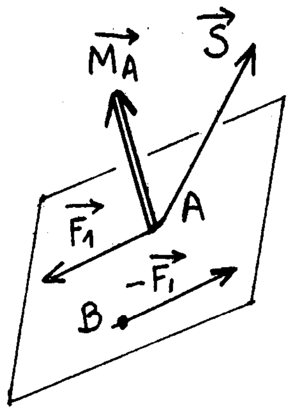
$\vec{S}$ et $\overrightarrow{M_A}$, A choisi à volonté.

Un ensemble équivalent à E, très simple est par exemple formé de :

— un glisseur $(A, \vec{S})$,

— deux glisseurs $(A, \vec{F_1})$ et $(B, -\vec{F_1})$ tels que :

$\vec{AB} \wedge (-\vec{F_1}) = \vec{BA} \wedge \vec{F_1} = \vec{M_A}$ (les deux derniers glisseurs pouvant être formés d'une infinité de manières.




L'ensemble des 2 glisseurs $(A, \vec{F_1})$ et $(B, -\vec{F_1})$ a pour somme le vecteur nul $\vec{O}$. On désigne cet ensemble particulier par le mot « couple ». Le *couple* formé par les deux glisseurs est défini par le vecteur $\vec{M_A}$ qui est son vecteur-moment ou simplement son vecteur.

## 12. LE COUPLE.

On vient de voir qu'un ensemble de glisseurs est équivalent à un ensemble généralement plus simple et ceci de différentes façons :

* par exemple un ensemble de 3 glisseurs, et même 2 glisseurs si on remplace l'ensemble $(A, \vec{S})$ $(A, \vec{F_1})$ par un seul glisseur $(A, \vec{S} + \vec{F_1})$,
* par exemple un glisseur $(A, \vec{S})$ et un couple de vecteur $\vec{M_A}$,
* par exemple un glisseur $(C, \vec{S})$ et un couple de vecteur $\vec{M_C}$, etc.

Si un ensemble de glisseurs est tel que $\vec{S} = \vec{0}$, *il est équivalent à un couple.* On dit aussi que cet ensemble de glisseurs *est* un couple.

Au niveau des modèles mathématiques, on peut remplacer « *est équivalent à* » par « *est* » pour condenser l'expression orale ou écrite.

Au niveau des réalités, il faut être plus prudent car deux actions mécaniques sont toujours différentes, même si elles ont le même modèle mathématique.

Les mots « couple » et « moment » prêtent souvent à confusion et il faut bien distinguer, par exemple :

— $\overrightarrow{M_A}$ le moment résultant en A d'un ensemble de glisseurs avec $\vec{S} \neq \vec{0}$,

— le couple de vecteur $\overrightarrow{M_A}$ qui est un ensemble de glisseurs différent du précédent, avec $\vec{S} = \vec{0}$.

## 13. LA RELATION ENTRE $\overrightarrow{M_A}$ ET $\overrightarrow{M_B}$.

Pour un ensemble de glisseurs, on établit facilement la relation :

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{S}.$$

Cette relation générale est simple et d'une grande efficacité. On peut s'en passer au niveau prébac mais c'est peut-être dommage.

## 14. RESUME SUR LES ENSEMBLES DE GLISSEURS.

On calcule $\vec{S}$ et $\overrightarrow{M_0}$, O étant choisi à volonté, ce peut être évidemment l'origine du repère orthonormé,

* Si $\vec{S} = \vec{0}$, l'ensemble est équivalent à (ou est) un couple de vecteurs $\overrightarrow{M_0} = \overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B}$, etc.

* Si $\vec{S}$ et $\overrightarrow{M_0}$ sont tels que $\vec{S} \cdot \overrightarrow{M_0} = 0$ (c'est-à-dire que les représentants de $\vec{S}$ et $\overrightarrow{M_0}$ sont perpendiculaires) alors l'ensemble est équivalent à (ou est) un glisseur dont on peut trouver la droite $\Delta$ (ou ligne d'action).

* Si $\vec{S}$ et $\vec{M}_0$ sont quelconques, l'ensemble est équivalent à un glisseur dont la droite $\Delta$ passe par un point choisi à volonté, et un couple.

* Si $\vec{S} = \vec{0}$ et $\vec{M}_0 = \vec{0}$, l'ensemble est équivalent à un glisseur et un couple nuls. Mais les glisseurs de l'ensemble existent bien.

## 15. RETOUR A LA BASE $\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}$.

On peut remarquer que la base orthonormée choisie, qui permet de passer d'équations vectorielles à des équations algébriques, sert à exprimer des *vecteurs* associés à des grandeurs variées : bipoints, forces, moments, couples et plus tard il y aura les vitesses, les accélérations, les moments cinétiques, etc.

Cela pourrait troubler certains élèves (rêvons un peu).

En somme, les vecteurs unitaires $\vec{x}\ \vec{y}\ \vec{z}$ n'ont pas d'unité, c'est le nombre algébrique X de la composante $X\vec{x}$ qui est chargé de l'unité.

Si aucun élève n'est troublé, il n'est peut-être pas nécessaire de soulever le problème.

## 16. MODELES MATHEMATIQUES DES ACTIONS MECANIQUES.

A partir des a. m. élémentaires s'exerçant sur des petits éléments de surface ou de volume et modélisées par des forces élémentaires, on passe à une action mécanique globale s'exerçant sur des surfaces ou des volumes de dimensions quelconques.

Une a. m. quelconque, si complexe soit-elle, a toujours pour modèle mathématique :

— soit une force (ou glisseur) que l'on peut toujours remplacer par une autre force et un couple, la ligne d'action de cette autre force passant par un point choisi,

— soit un couple,

— soit une force et un couple, que l'on peut toujours remplacer pour une autre force et un autre couple, la ligne d'action de cette autre force passant par un point choisi.

## 17. LOI FONDAMENTALE DE LA STATIQUE.

On veut exprimer que si un système isolé, formé de solides, de fluides ou de portions de ceux-ci, est en équilibre sous l'action de toutes les a. m. qui s'exercent sur lui, c'est-à-dire d'un ensemble de forces et de couples, on a pour cet ensemble :

$$\vec{S} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{M}_A = \vec{0} \qquad \text{A quelconque.}$$

D'où deux énoncés possibles, parmi d'autres :

— le premier : l'ensemble des a. m. qui s'exercent sur le système est équivalent à un glisseur $(A, \vec{S})$ et un couple de vecteur $M_A$ qui sont nuls simultanément ;

— le second plus traditionnel :

la somme des vecteurs des forces est nulle,
la somme des moments des forces par rapport à un point est nul.

Dans le second énoncé, il faudrait peut-être modifier la seconde phrase et écrire :

la somme des moments des forces par rapport à un point et des moments des couples, est nulle.

**CONCLUSION.**

Le lecteur qui enseigne ou a enseigné récemment la mécanique dans des classes prébac et plus particulièrement en Première $F_1$ se sera fait rapidement une opinion sur cet article. Elle peut varier du rejet pur et sans appel à l'approbation immédiate et totale. Pour apporter une critique et alimenter un débat, il vaut mieux porter un jugement intermédiaire.

Il y a d'ailleurs deux problèmes généraux évoqués dans cet article.

Le premier porte sur l'opportunité ou non de remettre plus ou moins en question l'enseignement actuel avec ses objectifs, ses programmes, ses épreuves d'examen, les habitudes prises, et les résultats constatés.

Le second concerne les différents modèles mathématiques actuellement en usage. Une remise à jour des définitions et du vocabulaire est souhaitée. Sur ce sujet, le texte proposé est probablement contestable et j'espère qu'il sera contesté.

Une objection qui sera probablement avancée est que la compréhension et le maniement de tout cet outillage vectoriel est trop difficile pour des élèves de Première $F_1$.

Impossible de répondre sans faire l'expérience. Des collègues qui ont utilisé un outillage semblable m'affirment que cela passe bien et que les difficultés sont ailleurs, ainsi que nous l'avons écrit. Mais pour que cela passe bien il faut, évidemment, que le professeur maîtrise suffisamment lui-même l'outil torseur et n'essaie surtout pas de le « livrer » en bloc aux élèves comme on peut le faire dans les classes post bac.

Enfin, pour devancer un autre reproche que je pressens, notons que dans cet article, il est assez peu question de mécanique mais plutôt de « mathématiques » (que les professeurs de maths me pardonnent !) appliquées à l'enseignement de la mécanique élémentaire.