Une application du théorème d'Archimède à l'étude de la stabilité verticale de l'atmosphère

par R. PICCA,
Laboratoire de Physique de l'Atmosphère,
Université de Toulouse III.

Les mouvements verticaux de l'air atmosphérique ont une grande importance en météorologie puisque ce sont eux qui sont à l'origine de la formation des nuages.

Nous allons montrer que la simple application du théorème d'Archimède permet de déterminer les conditions de stabilité ou d'instabilité verticale de l'atmosphère.

Considérons une particule d'air constituée par un certain volume à l'intérieur duquel nous admettrons que les paramètres physiques qui caractérisent l'air (en particulier sa pression et sa température) sont uniformes. Dans la pratique, la pression et la température variant plus rapidement dans le sens vertical qu'horizontal, la forme de la particule devra être voisine de celle d'un disque de faible épaisseur. Les dimensions de la particule seront essentiellement fonction de l'échelle à laquelle on considère les phénomènes. Elles peuvent varier de quelques centimètres dans l'étude de la turbulence, à plusieurs kilomètres quand on considère les phénomènes à l'échelle synoptique. L'air étant mauvais conducteur de la chaleur nous admettrons que les transformations thermodynamiques auxquelles sera soumise la particule peuvent être considérées comme adiabatiques.

Soit V le volume de la particule d'air, T sa température absolue, p sa pression, et ϱ sa masse volumique.

Calculons la variation de température dT de la particule lorsqu'elle s'élève de dz, la pression variant de dp.

La dérivation de la loi de Laplace relative à une transformation adiabatique :

$$\frac{p}{\varrho^{\gamma}} = \text{cte}$$

donne :

$$\frac{dp}{p} = \gamma \frac{d\varrho}{\varrho}$$

où γ est le rapport des chaleurs massiques à pression constante et à volume constant, égal à 1,4 pour un gaz diatomique comme l'air.

La dérivation de l'équation d'état des gaz :

$$p = \varrho \frac{R}{M} T$$

donne :

$$\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} - \frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dp}{p}.$$

Ainsi,

$$\frac{dT}{dp} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \frac{T}{p}.$$

Ou, en utilisant la loi de l'hydrostatique $dp = -\varrho g\, dz$,

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\varrho g T}{p}.$$

Au voisinage du sol,

$\varrho \simeq 1{,}3\ \mathrm{kg.m^{-3}}$; $p \simeq 10^5\ \mathrm{Pa}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $\gamma = 1{,}4$.

En prenant $T = 273\ {}^\circ K$, on trouve $\frac{dT}{dz} \simeq -0{,}01$ degré par mètre.

Ainsi, une particule d'air qui se déplace verticalement de 100 mètres voit sa température décroître d'environ 1°.

Considérons maintenant une atmosphère où le gradient vertical de température $\frac{dT}{dz}$ (déterminé par un sondage) est supérieur en valeur algébrique au gradient adiabatique de $-0{,}01$ degré par mètre. On écrira :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique}.$$

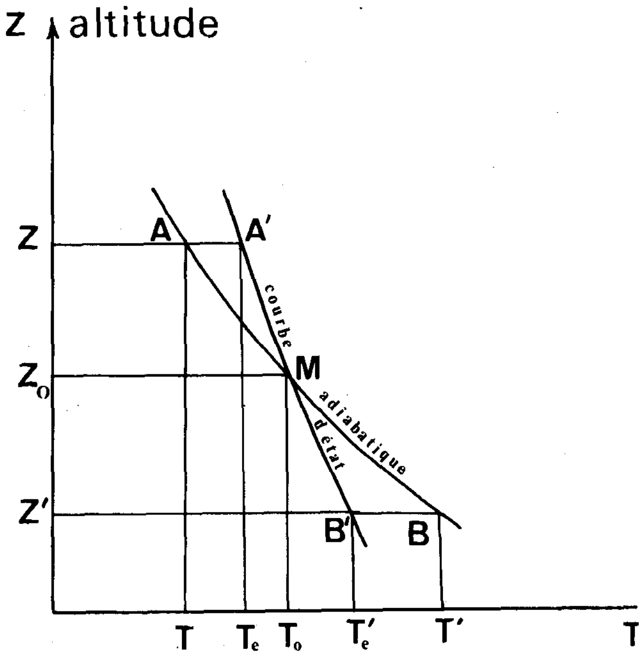

Fig. 1

Soit une particule d'air située dans cette atmosphère à l'altitude z_0 et dont la température est T_0 (point M).

Elevons la particule du niveau z_0 au niveau z. Sa température va varier de T_0 à T, le point figuratif se déplaçant sur la courbe adiabatique de M en A. La particule se trouve alors à une température T inférieure à la température T_e de l'air environnant (point A'). Elle est soumise à son poids V ϱg et à la poussée d'Archimède V $\varrho_e g$ où ϱ_e est la masse volumique de l'air environnant.

En prenant pour axe positif la verticale dirigée vers le haut, la force résultante à laquelle est soumise une particule de masse $m = \varrho V$ est :

$$F = V(\varrho_e - \varrho)\,g.$$

Soit, pour une masse unité, $f = \dfrac{F}{\varrho V} = \dfrac{\varrho_e - \varrho}{\varrho} \cdot g.$

Les équations d'état relatives à la particule d'air en mouvement et à l'air environnant immobile, s'écrivent respectivement :

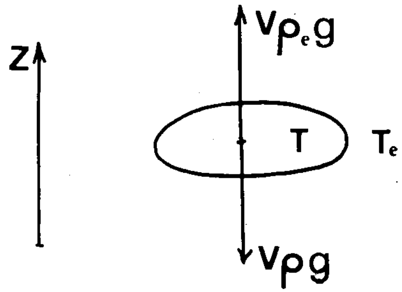

Fig. 2

$$p = \varrho \frac{R}{M} T \qquad \text{et} \qquad p = \varrho_e \frac{R}{M} T_e$$

(la pression p étant identique pour la particule et l'air ambiant à la même altitude).

Ainsi,

$$f = \frac{T - T_e}{T_e} g.$$

Dans le cas de la fig. 1 correspondant à :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique}$$

$T < T_e$, $f < 0$, ce qui signifie que la particule revient spontanément à sa position d'équilibre. On vérifie facilement que dans le cas d'une diminution d'altitude de la particule, $T' > T'_e$, $f > 0$. Ainsi la position de départ M est une position *stable.*

Si, au contraire,

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} < \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique} \qquad \text{(fig. 3),}$$

on constate que pour une montée de la particule, $T > T_e$, $f > 0$ et que pour une descente $T' < T'_e$, $f < 0$, la particule d'air est en position *instable.*

Le cas limite où :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique}$$

correspond à un équilibre indifférent ($T = T_e$).

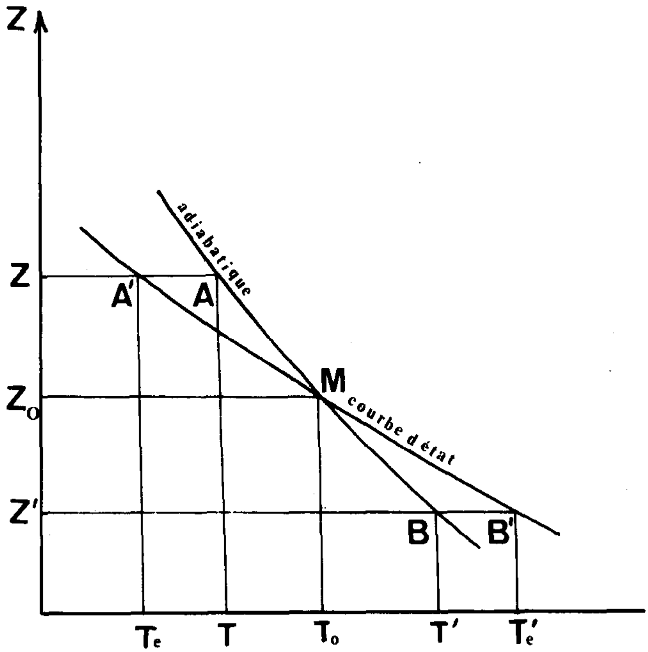

Fig. 3

En résumé, l'atmosphère sera stable ou instable suivant que le gradient vertical de température de la courbe de sondage sera supérieure ou inférieure en valeur algébrique à celui de l'adiabatique.

Calculons l'énergie mise en jeu au cours des déplacements verticaux.

Pour un déplacement dz, le travail de la force f qui s'exerce sur une particule d'air de masse unité est :

$$dW = f\,dz = \frac{T - T_e}{T_e}\,g\,dz$$

ou, en utilisant les relations $dp = -\varrho_e\,g\,dz$ et $p = \varrho_e \dfrac{R}{M} T_e$ relatives à l'air environnant :

$$dW = -\frac{R}{M}(T - T_e)\,\frac{dp}{p} = -\frac{R}{M}(T - T_e)\,d\,(\text{Log}\,p).$$

A noter que $d(\operatorname{Log} p)$ est négatif lorsque $dz > 0$.

Ce travail sera positif si $T > T_e$ (particule plus chaude que l'air environnant) et négatif dans le cas contraire (il faut alors fournir de l'énergie pour élever la particule).

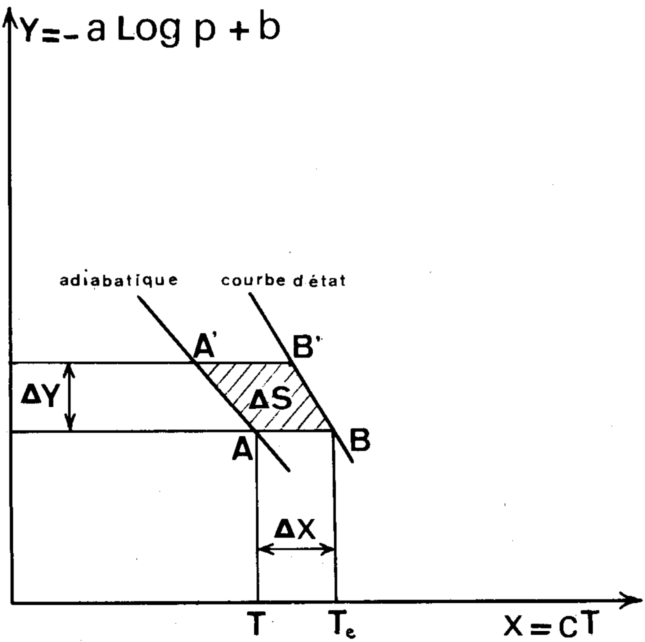

Fig. 4

Représentons l'état de l'atmosphère dans un système de coordonnées où l'abscisse x est proportionnelle à la température ($x = c\mathrm{T}$) et où l'ordonnée y est fonction linéaire de :

$$\operatorname{Log} p \, (y = -a \operatorname{Log} p + b).$$

Cette représentation est réalisée dans les émagrammes utilisés par les météorologistes. Une particule d'air de masse unité qui se déplace adiabatiquement de A en A' sera soumise à une force f dont le travail $d\mathrm{W}$ sera proportionnel à l'aire du trapèze AA'B'B. En effet : $\Delta \mathrm{S} = \mathrm{A}x \cdot \Delta y = a\,c\,\Delta \mathrm{T} \cdot \Delta(\operatorname{Log} p)$ où : $\Delta \mathrm{T} = \mathrm{T} - \mathrm{T}_e$

$$\Delta \mathrm{W} = \mathrm{K} \cdot \Delta \mathrm{S} \qquad \text{avec} \qquad \mathrm{K} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{M}\,a\,c}.$$

Pour un mouvement vertical fini, l'énergie mise en jeu sera proportionnelle à l'aire de la surface comprise entre la courbe de sondage et l'adiabatique sur laquelle se déplace le point figuratif de l'état de la particule.

Jusqu'ici nous n'avons pas tenu compte de la pression de vapeur d'eau dans l'atmosphère. Tant que l'atmosphère n'est pas saturée, on montre que l'air humide se comporte à peu de chose près comme l'air sec, en d'autres termes on peut négliger en première approximation l'influence de la vapeur d'eau. Il en va tout autrement lorsque, au cours du refroidissement qui accompagne l'élévation d'une particule d'air, celle-ci devient saturée. Il y aura alors condensation de la vapeur d'eau sous forme de gouttelettes, c'est-à-dire formation d'un nuage. La condensation libérant la chaleur latente (environ 600 calories par gramme (soit 2,5 kilojoules par gramme), l'atmosphère saturée se refroidira moins vite que l'atmosphère non saturée. Le point figuratif de l'état de la particule se déplace sur une adiabatique saturée (ou pseudo-adiabatique) dont le gradient de température $\left(\dfrac{dT}{dz}\right)_{sat.}$ sera inférieur en valeur absolue à celui de l'adiabatique sèche.

Les critères de stabilité de l'air saturé seront similaires à ceux de l'air non saturé. Ainsi l'atmosphère saturée sera stable si :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sat.}$$

et instable si :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} < \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sat.}$$

Considérons par exemple une atmosphère non saturée stable :

$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique}$$

Pour élever une particule d'air, il faudra lui fournir de l'énergie. Supposons que nous atteignions le niveau de condensation (point C). Au-delà, le point figuratif se déplacera sur la pseudo-adiabatique (en pointillés sur la fig. 5). Jusqu'au point K où la pseudo-adiabatique rencontre la courbe de sondage, la température de la particule est inférieure à celle de l'air environnant. Il aura fallu lui fournir une énergie proportionnelle à la surface du triangle ACK pour l'amener jusqu'en K. Mais au-delà

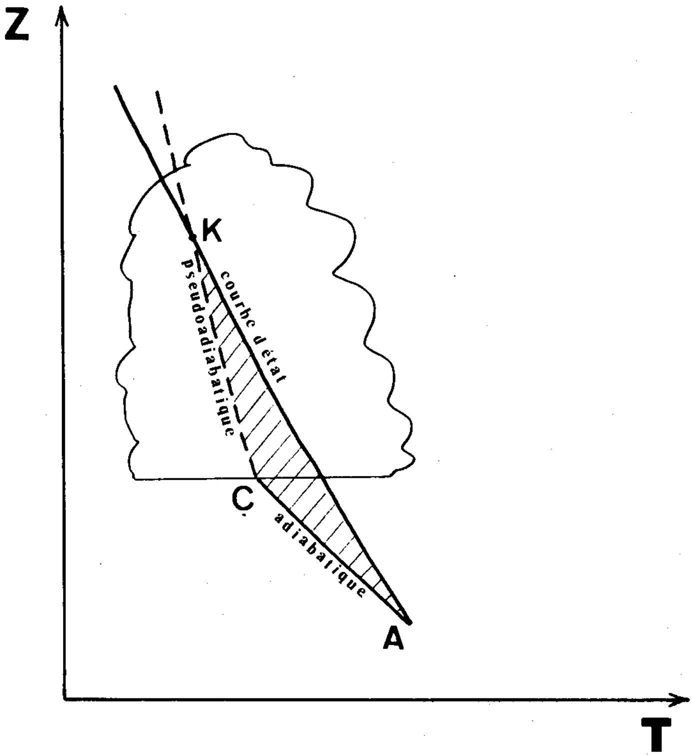

Fig. 5

de ce point, la température de la particule sera supérieure à celle de l'air ambiant, elle se trouvera alors dans des conditions d'instabilité qui lui permettront de continuer spontanément son ascension.

Ainsi une particule stable au départ peut devenir instable si on lui fournit une énergie suffisante pour l'élever jusqu'au niveau du point K. On dit que l'instabilité est conditionnelle. Cette énergie peut lui être fournie de plusieurs manières : par exemple sous forme d'énergie cinétique permettant à un flux d'air de gravir une pente ; également lorsqu'on se trouve dans une zone de convergence des vents, ce qui provoque en ce lieu l'ascension forcée de l'air ou encore lorsqu'une masse d'air froid plus dense se glisse sous une autre masse d'air plus chaude et la force à s'élever.

En définitive, les conditions de stabilité peuvent être résumées ainsi :

Si $$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sat.} > \frac{dT}{dz}_{adiabatique}$$

il y a stabilité absolue c'est-à-dire que l'atmosphère est stable dans tous les cas, qu'elle soit saturée ou non.

Si $$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} < \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} < \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sat.}$$

il y a instabilité absolue.

Si $$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{sat.} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{sondage} > \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adiabatique}$$

l'instabilité est conditionnelle (ou encore sélective).

Dans ce dernier cas, l'air ne devient instable que s'il s'élève à un niveau suffisant, supérieur à son niveau de condensation. L'instabilité est d'autant plus facile à obtenir (c'est-à-dire l'énergie à fournir d'autant plus faible) que l'air est humide (point de

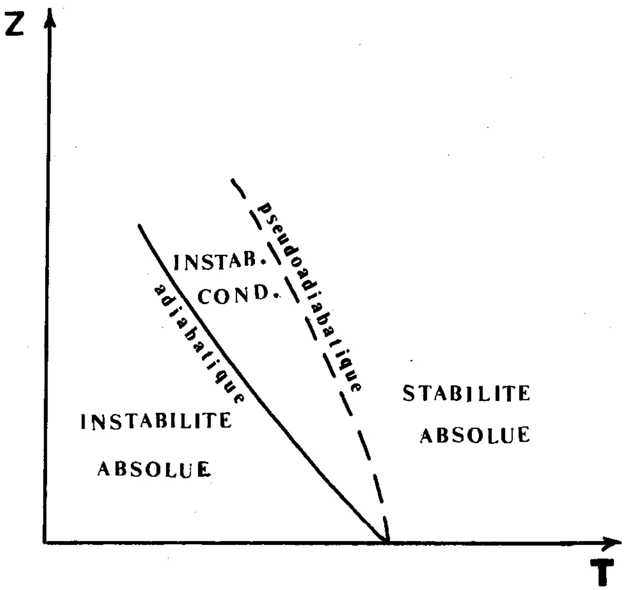

Fig. 6

condensation C plus bas) et le gradient vertical de l'atmosphère plus proche de celui de l'adiabatique (angle $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AK}$ plus petit).

L'instabilité de l'atmosphère conditionnant l'ascension spontanée de l'air, favorise l'apparition de nuages du type cumuliforme. Suivant le degré d'instabilité, les nuages (cumulus) présenteront un développement vertical plus ou moins important. Le cumulonimbus est celui dont le sommet atteint l'altitude la plus grande (une dizaine de kilomètres). Il apparaît lorsque l'instabilité est importante et l'air relativement humide.

D'autres méthodes que celle dite de la particule peuvent être proposées pour étudier les conditions de stabilité atmosphérique : par exemple celle qui consiste à considérer non plus le mouvement isolé d'une masse d'air mais celui de l'ensemble d'une tranche d'atmosphère d'une certaine épaisseur. En outre, il faut noter que tout mouvement ascendant vertical de l'atmosphère est compensé par un mouvement descendant (subsidence) ; le mouvement simultané et en sens inverse des masses d'air peut modifier les conditions de stabilité. Ceci est particulièrement vrai dans le cas d'un nuage à l'intérieur duquel l'air saturé monte alors que des mouvements descendants compensateurs ont lieu à la périphérie de la masse nuageuse.