Sur l'Histoire de la réfraction des rayons de lumière

par Jean-Paul MATHIEU,
Université Pierre-et-Marie-Curie, Paris V^e^.

EUCLIDE, qui vécut vers 300 avant J.-C., introduit dans son *Optique* (1) le concept de rayon lumineux considéré comme direction de propagation de la lumière. Dans sa *Catoptrique*, qui semble apocryphe, on trouve énoncées les lois de la réflexion de la lumière.

Vingt siècles plus tard, DESCARTES, dans sa *Dioptrique* (2), souligne l'analogie entre la réflexion des rayons lumineux par un miroir plan et le mouvement d'une balle élastique de poids négligeable lancée obliquement sur une surface plane rigide (fig. 1).

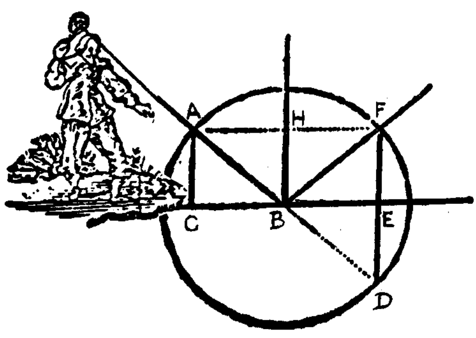

Fig. 1

Claude PTOLÉMÉE, qui vivait en Alexandrie au II^e^ siècle de notre ère, chercha les lois de la réfraction en mesurant les angles de réfraction i_2 qui correspondent dans l'eau ou dans le verre aux angles d'incidence i_1 dans l'air. Il établit des catalogues de mesures, mais ne dégagea pas la loi de correspondance entre ces angles. KÉPLER ne l'établit pas non plus dans sa *Dioptrique* de 1611, mais il put faire la théorie des lentilles minces en utilisant une relation de proportionnalité entre i_1 et i_2, pour des valeurs suffisamment petites de ces angles, disons inférieures à 20°.

DESCARTES, NEWTON, MAUPERTUIS : LES GRAINS DE LUMIERE.

La formule générale de proportionnalité entre les sinus des angles i_1 et i_2 fut donnée sous forme graphique par SNELL en 1620, pour représenter ses propres mesures. DESCARTES entreprit en 1637 de la démontrer [2] en utilisant la comparaison dont il s'était servi pour la réflexion, suivant un raisonnement illustré par la fig. 2 : « Supposons qu'une balle, poussée d'A vers B,

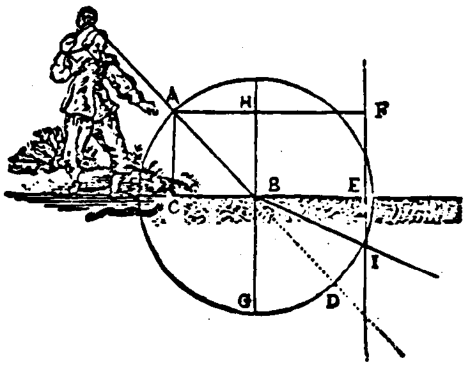

Fig. 2

rencontre au point B... une toile CBE, qui soit si faible et déliée que cette balle ait la force de la rompre et de passer tout au travers en perdant seulement une partie de sa vitesse, à savoir, par exemple, la moitié ». Si la balle continuait à se mouvoir dans le milieu d'incidence, elle atteindrait le point D, tel que BD = AB au bout d'un temps égal à celui qu'elle a mis pour aller de A à B. En réalité, elle atteindra un point I situé sur la circonférence (K) de centre B et de rayon BD, en un temps qui, dans l'exemple choisi, sera double de celui qu'elle mettrait pour aller de B en D. Mais par raison de symétrie, la composante de la vitesse de la balle parallèle à CBE n'est pas modifiée par la traversée de la toile ; par suite, la distance parcourue suivant BE dans le temps considéré est BE = 2 CB. Le point I est donc à l'intersection de la perpendiculaire en E à CBE et de la circonférence (K). DESCARTES conclut : « la force ou facilité, dont elle (la balle) entre dans le corps CBEI est égale à celle dont elle sort du corps ACBE comme la ligne CB est à BE ». Or, le rapport CB/BE est égal au rapport des sinus des angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{IBG}$. Si par « facilité », nous comprenons « vitesse », la conclusion de DESCARTES peut se traduire par la formule :

$$v_1 \sin i_1 = v_2 \sin i_2 \qquad [1]$$

v_1 et v_2 désignant les vitesses de la lumière dans les milieux en contact. Mais DESCARTES comprend que sa comparaison de la lumière avec un corps matériel n'est pas satisfaisante, et il écrit : « Peut-être vous étonnerez-vous, en faisant ces expériences, de trouver que les rayons de la lumière s'inclinent plus dans l'air que dans l'eau, sur les superficies où se fait leur réfraction... Ce que vous cesserez toutefois de trouver étrange, si vous vous souvenez de la nature que j'ai attribuée à la lumière, quand j'ai dit qu'elle n'était autre chose, qu'un certain mouvement ou une action reçue en une matière très subtile, qui remplit les pores des autres corps » (*). Suivent des considérations peu convaincantes, destinées à montrer que l'action de cette matière subtile est plus empêchée par la matière de l'air que par celle de l'eau.

Le théorème 48 de la 14e section du premier livre des *Principia* de NEWTON publiés en 1686 (3) se rapporte au mouvement de corpuscules qui passent d'un milieu transparent dans un autre à travers une pellicule limitée par des plans Aa et Bb (fig. 3).

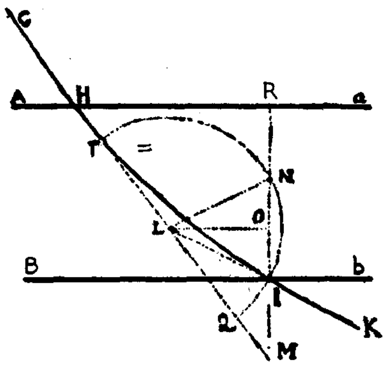

Fig. 3

Au passage, les corpuscules sont soumis à une attraction uniforme dirigée normalement à Aa. La courbe HΓI décrite par un corpuscule est une parabole et on démontre que le sinus de l'angle d'incidence sur Aa est dans un rapport déterminé avec le sinus de l'angle d'émergence en Bb.

Puis on montre que cette relation subsiste lorsque le corpuscule traverse une suite de pellicules, même infiniment minces et infiniment nombreuses, et on arrive au théorème 49 : la vitesse du corps avant l'incidence est à la vitesse après émergence comme le sinus de l'angle d'émergence est au sinus de l'angle d'incidence. Cela revient à écrire la formule (1).

(*) Pour DESCARTES, l'existence du vide est impossible.

Suit un scholium : « Ces attractions manifestent une grande ressemblance avec les réflexions et les réfractions de la lumière qui se font dans un rapport donné des sécantes comme le découvrit SNELL, et par suite dans un rapport donné des sinus, comme l'a publié DESCARTES ».

Ce rapprochement entre Mécanique et Optique est précisé dans l'*Opticks* parue en 1704 (4) où NEWTON développe sa théorie corpusculaire de la lumière. Après avoir suggéré, dans la Question 18 du Livre 3, que les échanges de chaleur entre corps placés dans le vide sans contact entre eux se font « par les vibrations d'un milieu beaucoup plus subtil que l'air, qui subsisterait dans le vide après évacuation de l'air », il se demande « si ce milieu n'est pas le même que celui par lequel la lumière est réfractée et réfléchie ». Puis dans la Question 19 : « La réfraction de la lumière ne provient-elle pas des différences de densité de ce Milieu Ethéré en différents lieux... et la densité n'est-elle pas plus grande dans les espaces vides d'air et d'autres corps plus massifs, que dans les pores de l'eau, du verre, du cristal, des pierres précieuses et autres corps compacts ? » C'est l'hypothèse de DESCARTES, qui permet à la théorie de ne pas heurter l'évidence expérimentale.

En 1744, MAUPERTUIS proposa de déduire la loi de la réfraction en supposant que « le chemin qu'elle (la lumière) tient est celui par lequel la quantité d'action est la moindre » (5). On sait que MAUPERTUIS fut le premier à faire usage en Mécanique de la notion d'action qu'il définit (6) comme « le produit de la masse des corps, par leur vitesse et par l'espace qu'ils parcourent ». Ici, il considère un rayon de lumière partant d'un point A (fig. 4)

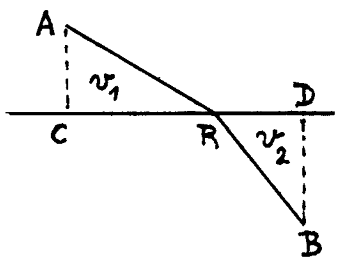

Fig. 4

pour parvenir en B après réfraction sur le plan de trace CD. La quantité d'action $v_1 \overline{AR} + v_2 \overline{RB}$ doit être minimale (*). Les dis-

(*) « Comme il n'y a ici qu'un seul corps, on fait abstraction de sa masse » (Note de MAUPERTUIS).

tances AC, BD et CD étant constantes, la différenciation de la quantité d'action conduit à la relation :

$$\frac{CD}{AR} : \frac{DR}{BR} = \frac{v_2}{v_1} \qquad [2]$$

et à la conclusion : « le sinus de l'angle de réfraction est au sinus de l'angle d'incidence en raison inverse des vitesses qu'a la lumière dans chaque milieu ».

FERMAT, LEIBNIZ : PRINCIPES DE MINIMUM.

Une autre voie d'étude des principes de l'Optique géométrique, qui n'a recours à aucune analogie mécanique et ne préjuge rien de la structure de la lumière, fut suivie en même temps que la précédente.

On trouve dans l'ouvrage *Des Miroirs* de HÉRON, qui vivait à Alexandrie au Ier ou au IIe siècle de notre ère, une démonstration de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion qui donne le premier exemple d'énoncé d'une loi naturelle faisant intervenir la valeur extrémale d'une certaine grandeur. Voici ce théorème (7) :

« De tous les rayons incidents et réfléchis en un même point, aussi bien sur des miroirs plans que sur des sphériques, les plus courts sont ceux qui forment des angles égaux ». Et voici la démonstration — que j'abrège — fondée sur l'examen de la fig. 5.

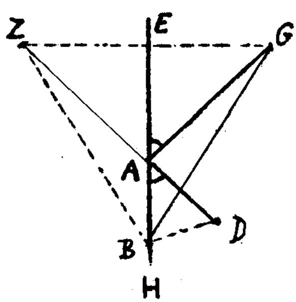

Fig. 5

D est l'objet punctiforme observé, G l'œil, EH la trace du miroir plan, Z le symétrique de G par rapport à EH, A le point de EH tel que $\widehat{EAG} = \widehat{HAD}$, B un autre point de EH. On a :

$$ZA = GA, \quad ZB = GB, \quad ZD = ZA + AD < ZB + BD$$

d'où :

$$GA + AD < GB + BD.$$

Le trajet suivi par le rayon lumineux est le plus court.

En 1638, FERMAT, qui avait inventé une méthode pour déterminer les extremums des fonctions algébriques, fit transmettre à DESCARTES un manuscrit (8) dans lequel il expose sa méthode et en fait une application à la réfraction. Considérons la fig. 4. FERMAT pose que pour déterminer la marche du rayon lumineux, « il faut trouver le point [R] qui fait la conduite en moins de temps que quelque autre que ce soit, pris des deux côtés ». Il faut donc que la durée totale du trajet de la lumière $\frac{AR}{v_1} + \frac{RB}{v_2}$ soit minimale. Cette expression diffère de celle de MAUPERTUIS et on voit aisément qu'au lieu de la relation [2], on obtient le rapport inverse, soit :

$$\frac{CD}{AR} : \frac{DR}{BR} = \frac{v_1}{v_2}. \qquad [3]$$

Ce résultat, contraire à celui de DESCARTES, fut le début d'une discussion sans issue qui opposa les deux savants.

En 1682, LEIBNIZ (9) essaya de rétablir le résultat de DESCARTES, en partant d'un principe de minimum. Admettant que les différents milieux transparents opposent à la propagation de la lumière une résistance différente, plus forte dans les milieux les plus denses, il pose que le rayon de lumière suit le trajet dans lequel le produit de la distance par la résistance est minimal. Mais pour en venir à ses fins, il admet que la vitesse de la lumière est plus grande dans les milieux plus résistants « ce qui est assurément un insigne paradoxe » écrit EULER (10), qui fit justice de l'essai de LEIBNIZ.

HUYGENS : LES ONDES LUMINEUSES.

Sans invoquer de principe de minimum, mais en faisant l'hypothèse que la lumière, comme le son, se propage par ondes, et en admettant que sa vitesse est plus grande dans les milieux les moins denses, HUYGENS, en 1690, démontra (11) la relation [3] et le théorème de FERMAT, qu'il utilisa pour diverses constructions d'optique (12). La fig. 6 montre le tracé bien connu des ondes réfractées. On sait qu'en 1850, FOUCAULT par des mesures de vitesse, montra que la célérité de la lumière dans l'eau est plus faible que dans l'air.

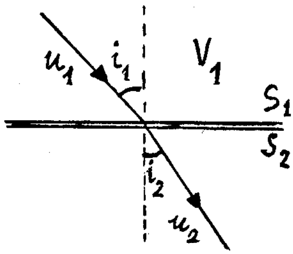

Fig. 6

POINTS DE VUE MODERNES.

Il peut être intéressant de considérer les théories historiques de la réfraction suivant nos connaissances actuelles (14).

La formule [1] trouve une illustration en Optique électronique. Soit un électron, regardé comme un corpuscule chargé électriquement, qui passe d'une région de l'espace où règne un potentiel électrostatique uniforme de valeur V_1 dans une autre région où le potentiel est V_2 (fig. 7). On sait qu'on peut obtenir

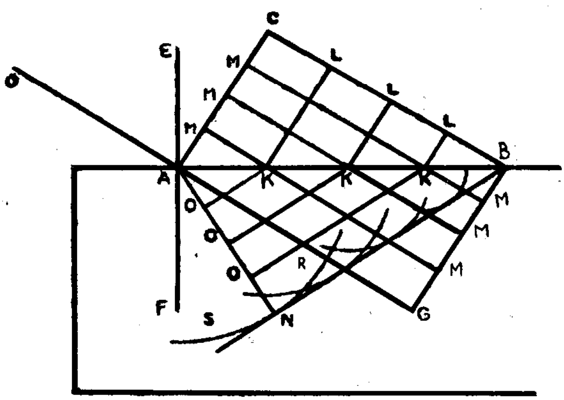

Fig. 7

ce résultat par la traversée d'une couche électrique double S_1S_2 et que le champ électrique normal à S_1 et S_2 produit une variation de la composante normale de la vitesse u_1 de l'électron sans en modifier la composante tangentielle, de sorte que :

$$u_1 \sin i_1 = u_2 \sin i_2. \qquad [4]$$

On sait qu'au mouvement d'un corpuscule de masse m, d'énergie E et de quantité de mouvement $p = mu$, la Mécanique Ondulatoire associe une onde d'amplitude de probabilité Ψ qui détermine la position et la vitesse du corpuscule dans la mesure où le permettent les relations d'indétermination. L'onde ψ est un train d'ondes, superposition d'ondes planes sinusoïdales ayant chacune une fréquence $\nu = E/h$, une longueur d'onde $\lambda = h/p$ (h désignant la constante de PLANCK) et une vitesse de phase $v_\varphi = \lambda\nu$. Dans le groupe d'ondes ψ, on doit considérer la vitesse de groupe v_g donnée par la formule de RAYLEIGH :

$$v_g = d\nu/d\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$

qui devient ici :

$$v_g = d(h\nu)/d\left(\frac{h}{\lambda}\right) = dE/dp = u. \qquad [5]$$

La relation [4] peut alors s'écrire :

$$\sin i_1/\sin i_2 = u_2/u_1 = \lambda_1/\lambda_2 = v_{\varphi 1}/v_{\varphi 2}. \qquad [6]$$

La relation [3] de FERMAT s'applique donc à la vitesse de phase d'une des ondes associées au corpuscule matériel.

D'un autre point de vue, les ondes lumineuses de HUYGENS ont été remplacées par les ondes électromagnétiques. L'équation de propagation dans le vide déduite des équations de MAXWELL s'écrit :

$$c^2 \Delta G = \delta^2 G/\delta t^2 \qquad [7]$$

où G symbolise un des deux vecteurs du champ électromagnétique ; Δ désigne l'opérateur de LAPLACE, c est la vitesse de propagation. Dans un milieu diélectrique de permittivité ε, c est remplacé par $c/\sqrt{\varepsilon} = c/n$; n est l'indice de réfraction du milieu. L'équation [7] admet pour solutions des ondes progressives planes et sinusoïdales, de fréquence ν, de longueur d'onde λ et de vitesse de phase $v_\varphi = c/n = \lambda\nu$, soit :

$$G = G_m \sin 2\pi\,(\nu t - x/\lambda) \qquad [8]$$

en prenant l'axe des x dans la direction de propagation. La formule de FERMAT [3] s'applique à la vitesse de phase.

On sait que l'on a été conduit à associer à une onde telle que [8] une particule, le photon, dont l'énergie $E = h\nu$ permet d'interpréter l'effet photoélectrique et la quantité de mouvement $p = h/\lambda$ l'effet COMPTON.

Les formlues $E = h\nu$ et $p\lambda = h$ sont applicables aux relations entre particules matérielles et ondes de probabilité ainsi qu'à celles entre ondes électromagnétiques et photons. L'énergie E est l'énergie totale relativiste de la particule, soit $E = mc^2$. La masse actuelle m est reliée à la masse au repos m_0 et à la vitesse u par la formule :

$$m = m_0/\sqrt{1 - u^2/c^2}.$$

De l'expression de E et de celle de $p = mu$, on tire :

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4.$$

Le photon se distingue d'une particule matérielle en ce que sa masse au repos peut être regardée comme nulle, d'où $E = pc$. On obtient cette dernière relation en substituant dans l'équation d'ondes [7] la solution [8], où ν et λ sont exprimés en fonction de E et de p. La vitesse du photon est la vitesse de phase de l'onde tant qu'il n'est pas nécessaire de le localiser. On comprend ainsi pourquoi l'assimilation naïve d'un rayon lumineux à une traînée de projectiles ne donne pas une loi de réfraction correcte.

LES CAUSES FINALES.

Dans le texte de HÉRON, l'existence d'un trajet minimal n'apparaît que comme une élégante remarque géométrique. Il n'en est pas de même dans les études concernant la réfraction. C'est qu'au XVII[e] siècle s'accomplit la révolution scientifique commencée par KÉPLER et par GALILÉE et que la Physique ne s'affranchit que peu à peu de la Métaphysique. Le mot « nature » ne désigne pas seulement un objet de connaissance, mais une puissance active. « Sous le nom de nature, écrit BOSSUET (15), nous entendons une sagesse profonde qui développe avec ordre et selon de justes règles tous les mouvements que nous voyons ». Aussi ne doit-on pas s'étonner que tous les principes de minimum en Optique et en Mécanique soient à cette époque entachés de téléologie et même de théologie.

FERMAT part d'une idée finaliste, qu'il répètera à maintes reprises (16) : « Je ne voyois point de moyen plus aisé que de chercher les réfractions dans cet unique principe, que la nature agit toujours par les voyes les plus courtes ». LEIBNIZ pose en principe, au début de son malheureux essai (9), que la lumière suit « la route la plus facile de toutes » (viâ omnium facillimâ). Ailleurs (17), il montre sa préférence pour la méthode des causes finales de FERMAT sur la méthode des causes efficientes de DESCARTES. MAUPERTUIS (5) commence par affirmer « que la Nature, dans la production de ses effets, agit toujours par les moyens les plus simples ».

Allant plus loin, LEIBNIZ rapporte la finalité à un « décret de Dieu » (17).

MAUPERTUIS pense que son principe de la moindre quantité d'action « répond à l'idée que nous avons de l'Etre Suprême » (18). EULER affirme que « la structure de l'Univers étant la plus parfaite, et due à un créateur omniscient, il n'y a aucun doute que tous les effets du Monde puissent être déterminés par leurs causes finales » (19).

FERMAT s'était montré plus prudent : « Je n'ai jamais prétendu, écrit-il (20), être de la confidence secrète de la Nature... je lui avois seulement offert un petit secours de la géométrie ». Curieusement, DESCARTES si prompt à invoquer la sagesse divine — et parfois mal à propos — pour garantir les principes de sa Mécanique (21), rejette les causes finales (22).

Courts, faciles, simples : tous ces attributs vagues de la nature doivent bien se transformer, au moment des calculs, en grandeurs précises : durée, résistance, action, dont la diversité reflète les incertitudes des déductions qui y conduisent.

Mais il y a plus : dans certains cas, la réflexion ou la réfraction sur une interface dont la courbure n'est pas nulle se fait dans une durée maximale et non minimale (23) ; que deviennent alors l'économie et la sagesse de la nature ?

Avec l'Age des Lumières, rationalisme et matérialisme viennent à la mode. LAGRANGE étend l'applicaiton du principe de la moindre action qu'avait déjà développé EULER et précise qu'il le « regarde, non comme un principe métaphysique, mais comme un résultat simple et général des lois de la Mécanique » (24). Aujourd'hui, ces énoncés qui semblent considérer comme doués de prescience un corpuscule ou un rayon lumineux, ont « quelque chose de choquant pour l'esprit » (25). Depuis le XIX^{e} siècle, la finalité n'a plus cours en Physique. Elle s'est réfugiée dans la complexité de la Biologie, où elle conserve ses zélateurs.

BIBLIOGRAPHIE

(1) EUCLIDE : *L'Optique et la Catoptrique,* traduites par P. Ver Eecke, A. Blanchard, Paris 1959.

(2) R. DESCARTES : *La Dioptrique,* in Œuvres, édition Adam et Tannery, tome 6 et Œuvres, Bibliothèque de la Pléiade, Paris 1952.

(3) I. NEWTON : *Mathematical Principles of Natural Philosophy,* Berkeley 1962, volume I.

(4) I. NEWTON : *Opticks,* Dover, N.Y. 1952.

(5) MAUPERTUIS : *Accord de différentes lois de la Nature,* in Œuvres, Tome 4, Lyon 1756.

(6) MAUPERTUIS : *Recherche des lois du mouvement,* in Œuvres, Tome 4, Lyon 1756.

(7) P. PRUNET et A. MIELI : *Histoire des Sciences,* Payot, Paris 1935.

(8) P. DE FERMAT : *Œuvres,* Tome I, Gauthier-Villars, Paris 1891, p. 173.

(9) G.-W. LEIBNIZ : *Unicum Opticae Principium,* in Opera Omnia, Genève 1768, Tome 3, p. 145.

(10) L. EULER : *Sur le principe de la moindre action,* in Opera Omnia, Bâle 1957, Série 2, Tome 5, p. 184.

(11) HUYGENS : *Traité de la lumière,* chapitre 3, Gauthier-Villars, Paris 1920.

(12) Référence (11) chapitre 6.

(13) R. DESCARTES : *Principes de la Philosophie,* 2e partie, article 36, in Œuvres, Tome 9, et Bibliothèque de la Pléiade.

(14) Voir par exemple : L. DE BROGLIE : *Eléments de Théorie des Quanta,* Gauthier-Villars, Paris 1953.

(15) *Traité de la Connaissance de Dieu,* IV, 1.

(16) Référence (8), Tome I, p. 174, Tome II, p. 354, 457.

(17) *Discours de Métaphysique,* in Die philosophischen Schriften, Tome 4, p. 446, édition Gerhardt, Hildesheim 1960.

(18) *Essai de Cosmologie,* in Œuvres, Tome I, Lyon 1756.

(19) L. EULER : *De Curvis Elasticis,* in Opera Omnia, Bâle 1952, Série I, Tome 24, p. 239.

(20) Référence (8), Tome II, p. 483.

(21) *Principes de Philosophie,* 2e partie, article 36 in Œuvres, Tome 9 et Œuvres, Bibliothèque de la Pléiade.

(22) Référence (21), 1re partie, article 28.

(23) Voir par exemple R.-W. WOOD, *Physical Optics*, New-York 1934, p. 62 et 75.

(24) J.-L. LAGRANGE : *Mécanique Analytique*, Gauthier-Villars, Paris 1888, 2e partie, section 1, p. 261.

(25) H. POINCARÉ : *La Science et l'Hypothèse*, Flammarion, Paris 1907, p. 154.