

Comment trouver expérimentalement la loi d'une lentille mince convergente ?

par Jean-Loup CANAL,

Ecole Normale de Rodez
12, rue Sarrus, 12000 Rodez.

En suivant une méthode de redécouverte, ce T.P. permet de retrouver la loi des lentilles convergentes. Il est construit comme un travail de recherche.

Une première étude expérimentale conduit à un tableau de mesures. Ce dernier permet à son tour de tracer une courbe. L'étude mathématique (simple) de la courbe permet d'obtenir la traduction mathématique de la loi. Mais, en outre, l'étude graphique oblige l'expérimentateur à s'interroger et à envisager une autre étude expérimentale complémentaire.

MATERIEL.

1 banc d'optique, 2 lentilles convergentes de 8 dioptries par exemple ($f = 12,5$ cm).

Déroulement.

1^{re} étude expérimentale (fig. 1)

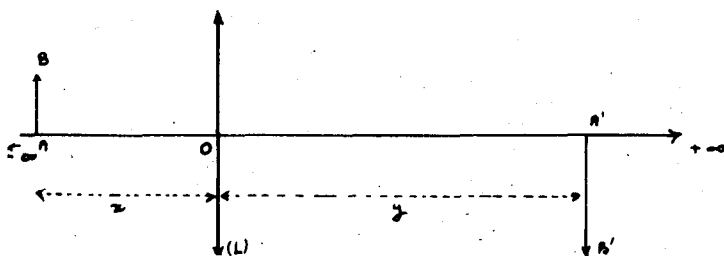


Fig. 1

Donnons une grande valeur à la distance objet-écran.

Recherchons les positions de la lentille (L) donnant une image sur l'écran.

Soit : $x = \overline{OA}$ la distance algébrique lentille-objet.

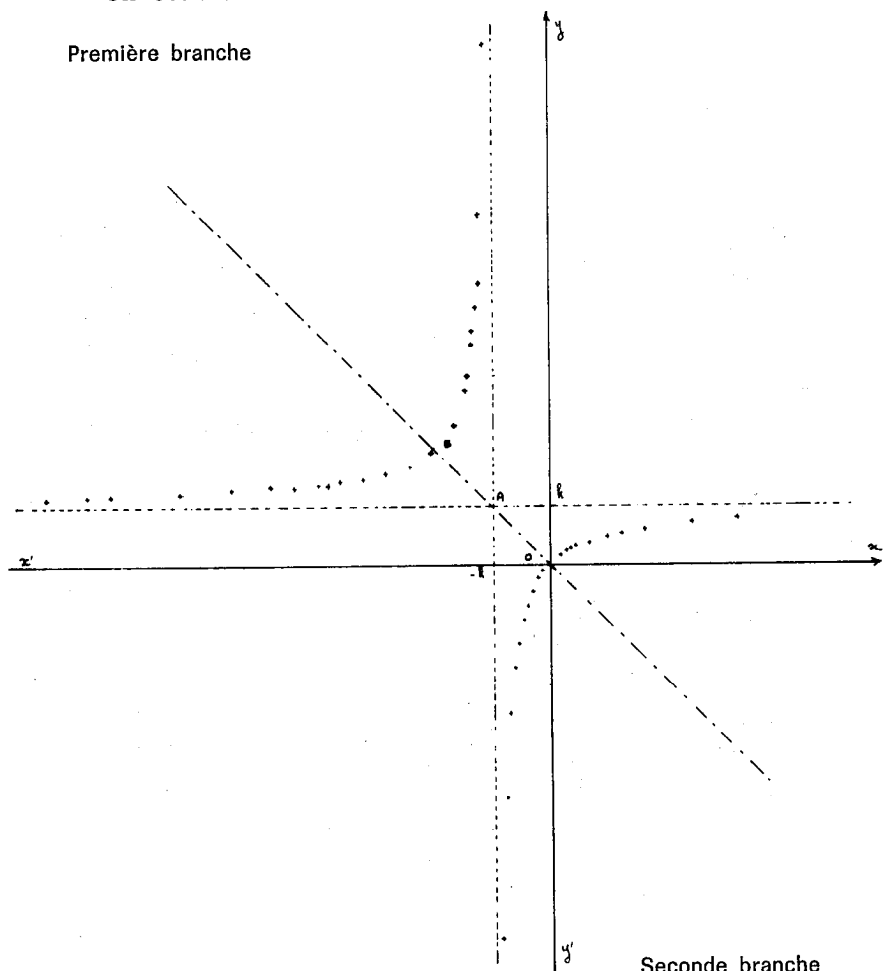
Soit : $y = \overline{OA}'$ la distance algébrique lentille-objet.

Nous trouvons deux positions symétriques par rapport au milieu de la distance objet-écran, pour une distance objet-écran suffisante.

Diminuons petit à petit la distance objet-écran et recherchons chaque fois les positions de la lentille.

On obtient un tableau de mesure.

Première branche



Seconde branche

Fig. 2

Construction graphique.

Portons les valeurs données par ce tableau sur un graphique (fig. 2).

On s'aperçoit qu'il est nécessaire de rechercher quelques valeurs supplémentaires, en particulier la valeur de y pour x à l'infini en prenant le Soleil par exemple comme objet. Il apparaît que la courbe est contenue dans le 4^e quadrant :

- qu'elle a 2 asymptotes ;
- qu'elle est symétrique par rapport à la 2^e bissectrice ;
- qu'elle semble être une branche d'hyperbole (*).

Etude mathématique de la courbe

Admettons que la courbe soit une branche d'hyperbole équilatère. L'équation générale d'une hyperbole est de la forme :

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}.$$

Il reste à déterminer les paramètres a , b , c , d .

Ce travail est simple si l'on utilise les deux observations suivantes :

- a) LA COURBE ÉTANT SYMÉTRIQUE PAR RAPPORT A LA 2^e BISSECTRICE, LES DEUX ASYMPTOTES LE SONT AUSSI.

Dans ce cas :

$$x_A = -y_A \text{ et comme } \begin{cases} x_A = -\frac{d}{c} \\ y_A = \frac{a}{c} \end{cases} \text{ il vient : } a = d.$$

L'équation devient :

$$y = \frac{ax + b}{cx + a}.$$

- b) LES COORDONNÉES DE B SONT DOUBLES DE CELLES DE A.

$$B \begin{cases} x_B = 2x_A \\ y_B = 2y_A \end{cases} \text{ et comme } x_A = -y_A, y_B = 2y_A = -2x_A,$$

(*) N.D.L.R. : Il est clair que la méthode banale qui établit, soit graphiquement, soit par examen des valeurs numériques, l'invariance

de $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ est plus simple et plus probante.. Mais l'originalité du

développement de cet article est de n'avoir aucune idée préconçue sur la forme à trouver pour la relation de conjugaison des lentilles minces.

B étant un point de la courbe, on peut donc écrire :

$$y_B = -2x_A = \frac{2ax_A + b}{2cx_A + a}.$$

Soit : $4cx_A^2 + 4ax_A + b = 0$

et comme $x_A = -\frac{a}{c}$, il vient $b = 0$, l'équation devient :

$$y = \frac{ax}{cx + a},$$

soit, en posant $\frac{a}{c} = k$:

$$y = \frac{x}{x/k + 1} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{k}.$$

A toute valeur de x inférieure à $-12,5$ cm, on trouve une valeur de y . Ces deux valeurs définissent un point et il est facile de vérifier que ce point se trouve sur la courbe tracée expérimentalement.

La deuxième branche d'hyperbole correspond-elle à une réalité physique ?

Si on donne à x une valeur telle que :

$$-12,5 \text{ cm} < x < 0,$$

quelle que soit la position de l'écran, on ne trouvera pas d'image sur cet écran. Par contre, on voit une image en plaçant l'œil à la place de l'écran.

Il serait intéressant de connaître la position de cette image vue par l'œil ; mais elle est impossible à recueillir.

Si l'œil la voit, c'est qu'il se forme une image réelle sur la rétine. On est conduit à disposer une lentille convergente à la place de l'œil et à rechercher une image sur un écran (fig. 3). Si cette nouvelle lentille (L_o) a déjà été étudiée, la mesure de y' donnera x' et par conséquent la valeur y recherchée.

$$\frac{1}{y'} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{k'} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k' \text{ caractéristique de la lentille} \\ y' \text{ mesurée} \end{array} \right\} \text{ d'où } x'$$

et $y = x' + d.$

Il faut effectuer une série de mesures, en faisant varier x de 0 à $-12,5$ cm et en laissant (L_o) fixe sur le banc d'optique.

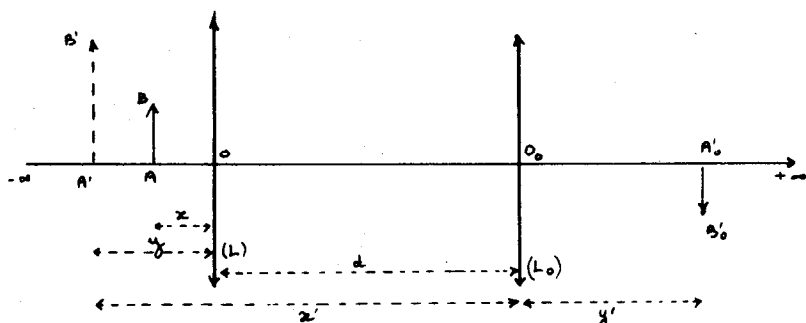


Fig. 3

On détermine pour chaque cas la valeur de y correspondante. Les points obtenus se placent sur la moitié inférieure de la 2^e branche d'hyperbole.

Dernier problème à résoudre : la 2^e moitié de la 2^e branche d'hyperbole correspond-elle à une réalité physique ?

C'est peut-être le plus difficile à admettre pour les élèves. x positif ? L'objet ne peut être que virtuel.

Une deuxième lentille L_o est nécessaire pour produire l'image réelle $A_o B_o$ qui deviendra objet virtuel pour la lentille (L) après interposition de celle-ci (fig. 4). On constate que l'image résultante est réelle.

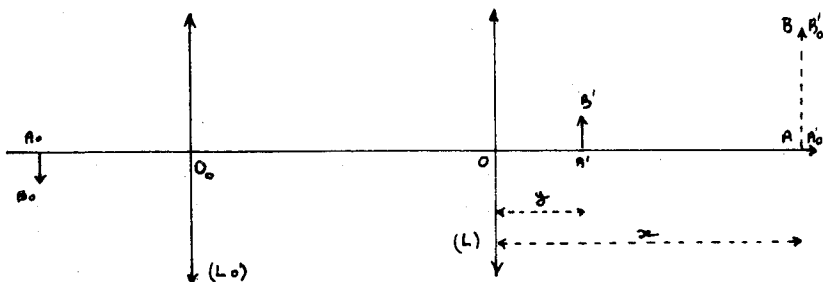


Fig. 4

La mesure de $\overline{OA'}$ correspond à y .

La mesure de $\overline{OA}$ correspond à x .

Il suffit de déplacer (L) par rapport à AB et de déterminer à chaque fois la position correspondante de $A'B'$.

Les points obtenus se situent sur la moitié supérieure de la 2^e branche d'hyperbole.

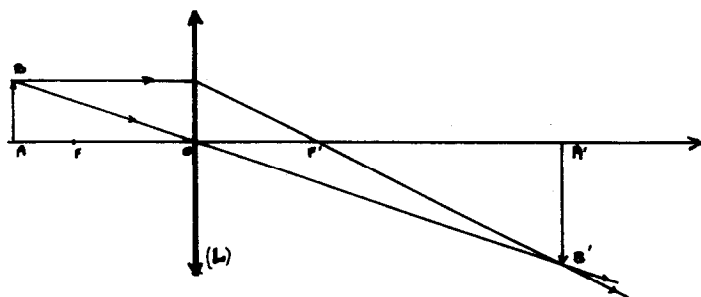


Fig. 5

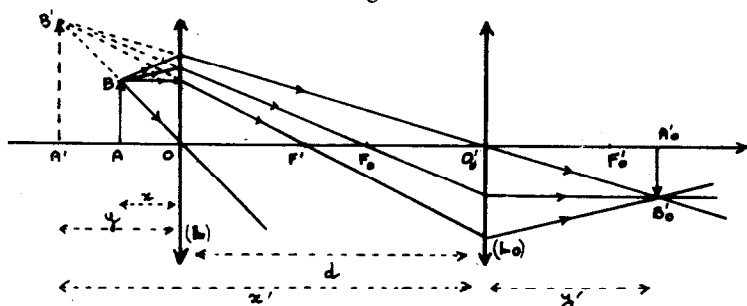


Fig. 6

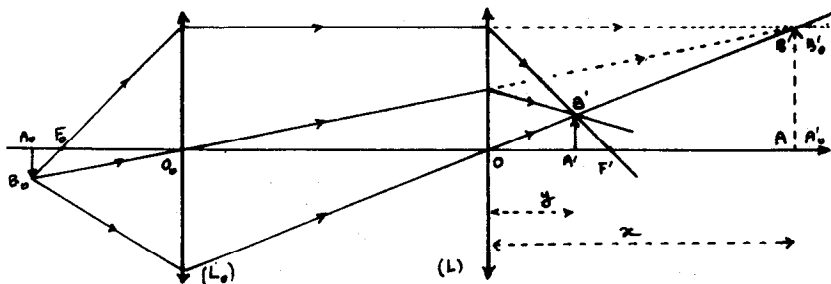


Fig. 7

CONCLUSION.

Tous les points sur les 2 branches de l'hyperbole correspondent à des situations précises d'utilisation de la lentille.

Ce T.P. a été réalisé avec un groupe de normaliens bacheliers. Ils ont été à la fois fort étonnés par les résultats obtenus et très intéressés par la démarche suivie. Simultanément, l'étude géométrique de la propagation des rayons lumineux a été revue (fig. 5, 6, 7).