

## Dessine-moi une action mécanique

par Pierre SIMONET,  
Lycée technique Blaise-Pascal, Rouen.

---

Les premiers contacts de l'élève de seconde ou de première avec l'étude de la mécanique sont déterminants.

S'il acquiert dès le départ de bons réflexes, et apprend à bien manier les outils indispensables à cette étude, tout ira peut-être bien par la suite.

S'il prend de mauvaises habitudes et dispose d'un outillage insuffisant, tout ira sûrement très mal.

Par exemple si le débutant ne dispose que du « glisseur » pour modéliser les actions mécaniques, c'est bien mal parti.

Afin de compléter et préciser le précédent article intitulé : « Il faut réhabiliter le couple » ( p. 1595 de ce Bulletin ) je propose quelques idées pour enseigner la statique élémentaire avec un bagage mathématique réduit (mais qui peut encore l'être).

Afin d'écartier les inévitables querelles de vocabulaire à propos de mots ou d'expressions en service, je proposerai provisoirement d'autres mots (c'est l'objet qui importe, pas le nom qu'on lui donne) et j'utiliserai quelques abréviations :

- action(s) mécanique(s) : a. m.,
- le système ou solide isolé : I,
- le Tordeur : T et son modèle mathématique,
- le Tireur-Pousseur : TP et son modèle mathématique,
- le Nul : N et son modèle mathématique.

Le plan de l'exposé correspond sensiblement à l'ordre dans lequel les questions peuvent être, à mon avis, abordées.

Cependant la référence aux considérations du paragraphe 1 doit être permanente afin de ne jamais perdre de vue... la réalité.

### 1. MISE EN EVIDENCE ET DESCRIPTION QUALITATIVE DES ACTIONS MECANIQUES.

Cette première phase mérite que l'on y consacre beaucoup de temps, d'imagination et de rigueur. Des exemples concrets, simples, et progressivement plus complexes, doivent être minutieusement analysés. *Avant tout essai de modélisation*, l'élève doit acquérir les notions suivantes :

- isolement d'une pièce, d'un *morceau* de pièce, d'un groupe de pièces (I),
- bilan complet de toutes les actions mécaniques qui s'exercent sur I sans rien oublier et en utilisant le *langage de tous les jours* (des efforts, des surfaces en contact, des pressions, des poids...).

Ce sera l'occasion de rappeler, ou de préciser, ce qu'est la pression atmosphérique, la poussée d'Archimède, de lancer la notion de contrainte, etc.

Des exemples possibles (en dehors de ceux choisis dans les « mécanismes ») :

- un objet posé sur une table. La table. La table et l'objet,
- une barre métallique appuyée en deux endroits,
- une portion de la même barre (a. m. de cohésion),
- une casserole remplie d'eau et contenant un œuf. L'ensemble casserole, eau, œuf. L'eau et l'œuf. L'œuf tout seul. L'eau toute seule. La casserole toute seule,
- un ballon d'enfant gonflé avec un gaz léger (l'a. m. de l'air). Le gaz léger tout seul. L'enveloppe toute seule,
- une automobile se déplaçant sur une route,
- un parachutiste (le bonhomme, le parachute),
- bateau. Planche à voile, etc.

A l'issue de cette période d'initiation, l'élève doit être capable :

- d'isoler I c'est-à-dire de bien comprendre l'isolement qu'on lui propose et de proposer, lui-même, divers isolements,
- d'indiquer clairement les différentes a. m. sur I en précisant pour chacune d'elles, le mieux possible :
  - \* la zone où s'exerce cette a. m. (surface, volume),
  - \* le solide ou le fluide qui l'exerce,
  - \* la nature de cette a. m. : elle pousse, elle tire, elle fait glisser, elle fait basculer, elle tord, elle soulève, elle appuie, elle fait tourner, elle déforme, etc,

— de regrouper ou décomposer les a. m. à volonté. Par exemple pour un objet posé sur une table, on pourra considérer :

- \* a. m. de pesanteur,
- \* a. m. de l'air,
- \* a. m. (de pesanteur + air),
- \* a. m. (table + pesanteur + air).

Dans ces considérations purement qualitatives, le professeur peut utiliser des systèmes en équilibre ou des objets en mouvement. Il peut mettre en jeu les déformations des solides. Il s'agit de décrire et de prendre conscience de la réalité. Il faut tout dire, ne rien laisser dans l'ombre. Il faut dire en particulier qu'on ne peut jamais connaître *toute* la vérité sur la répartition des pressions de contact exercées par la table sur l'objet.

Il faut inciter les élèves à poser des colles à la classe (et au professeur). Peut-être bien qu'un élève demandera quelles sont les a. m. qui s'exercent sur le cosmonaute flottant autour de son vaisseau spatial. Là ce sera la joie pour le prof., la récompense de ses efforts : l'élève « se pose » des questions ! Et la réponse à cette question précise peut être enrichissante pour la classe (il vaut mieux la méditer un peu à l'avance !...)

Lorsque l'élève sera entraîné à bien repérer et analyser les a. m. sur un I choisi à volonté, alors, et seulement à ce moment, on pourra commencer à parler *sérieusement* de modèles et de calculs. Cette initiation devrait permettre à l'élève de ne jamais décoller de la réalité, de pouvoir y revenir sans effort même quand il sera en train de manipuler abstraitement les modèles mathématiques. Une liaison réelle peut être modélisée par une liaison fondamentale (pivot glissant par exemple) mais c'est toujours discutable. Cette première modélisation va induire la modélisation de l'a. m. transmise par la liaison, etc. mais une liaison réelle est faite avec des matériaux qui se déforment, les forces de frottements ne sont pas nulles, et il y a des jeux plus ou moins grands.

Si l'élève prend la mauvaise habitude de ne travailler que sur des modèles, il risque fort de croire dur comme fer que le modèle rend compte complètement de la réalité.

## 2. LES ACTIONS MECANIQUES DE BASE.

Imaginons le dispositif expérimental suivant : une pièce I de forme quelconque est suspendue à des ressorts de telle sorte que sous l'action de son poids et des ressorts, elle occupe une position précise et stable dans l'espace, position modifiée instantanément par une a. m. quelconque.

On peut exercer à l'aide d'une poignée conçue spécialement, une a. m. en des points de I. Le modèle de la liaison entre la poignée et I est une liaison « rotule avec doigt » (ou encore cardan). On peut même imaginer une poignée perfectionnée qui indique l'intensité de l'effort ou du couple !



Ce dispositif réalisé (ou seulement imaginé) permet de mettre en évidence les a. m. de base, de vérifier des équivalences entre les a. m., etc.

#### Le Tireur-pousseur. Le T.P. et son modèle mathématique.

En un point de I on exerce dans la direction de la tige une certaine force en poussant ou en tirant. En analysant les actions mécaniques sur la poignée on met en évidence un tireur-pousseur T.P.

Le modèle mathématique est par exemple la droite  $\Delta$  dont la tige est la matérialisation et un vecteur  $\vec{F}$  à 3 coordonnées, parallèle à la droite, et dont la norme est proportionnelle à l'intensité de l'effort de poussée ou de traction. Donc le modèle mathématique d'un tireur-pousseur sera un vecteur associé à une droite :  $(\Delta, \vec{F})$ .

Pour dessiner l'action mécanique, on met  $\Delta$  en place et on dessine un « représentant » de  $\vec{F}$  quelque part. Il n'est pas interdit de le placer sur  $\Delta$ .



#### Le Tordeur. Le T et son modèle mathématique provisoire.

Cette fois on cherche à faire tourner la poignée, *on tord*, (en veillant à ne pas tirer ni pousser). L'a. m. ainsi exercée est un tordeur, un T.

Le modèle mathématique provisoire sera par exemple la droite et un vecteur  $\vec{M}$  parallèle à la droite dont la norme sera proportionnelle à l'effort de torsion et dont le sens indiquera celui de la rotation amorcée.



Pour ne pas confondre les deux modèles, on pourra dessiner  $\vec{M}$  avec un double trait.

### Le Nul. Le N et son modèle mathématique.

C'est une a. m., qui existe bien, mais qui n'aura aucun effet sur l'équilibre de I. Avec les poignées, on peut réaliser N de différentes façons par exemple avec deux tireurs-pousseurs TP dont les vecteurs sont opposés et qui ont même droite  $\Delta$ , etc.

Le modèle mathématique de N est abstrait : c'est un vecteur nul associé à une droite qui est partout et nulle part... mais N existe.

### 3. RECHERCHE D'EQUIVALENCES. LE MODELE MATHEMATIQUE DEFINITIF DU TORDEUR T.

A l'aide du dispositif (ou d'autres), on peut montrer expérimentalement des équivalences entre a. m. de base. Deux a. m. sont équivalentes si le fait de remplacer l'une par l'autre ne modifie pas l'équilibre de I. Exemple :

— Un tordeur T est équivalent à un ou plusieurs tireurs-pousseurs TP judicieusement disposés. Inversement un groupe de tireurs-pousseurs dont la somme des vecteurs est nulle est équivalent à un tordeur.

— Un tordeur est équivalent à n'importe quel autre tordeur qui a le même vecteur  $\vec{M}$ . Donc le modèle mathématique définitif du tordeur T est un vecteur, et seulement un vecteur.

### 4. ACTIONS MECANIKES REELLES, MODELES, MODELES MATHEMATIQUES.

Nous admettrons pour l'instant (et cela pourra être justifié dans les cas particuliers) qu'une a. m. réelle (ou un regroupement d'a. m. réelles) est toujours modélisable par un tireur-pousseur TP et un tordeur T, ou par l'un des deux, ou par le nul N.

On va montrer de suite que pour le modèle mathématique la position de  $\Delta$  n'est pas imposée. De préférence dans une pre-

mière modélisation, on choisira un  $\Delta$  qui coupe la zone d'application de l'a. m. (si cette zone est unique!) mais ceci n'a rien d'obligatoire. Dès que la modélisation est en route, l'élève doit garder un œil vigilant sur la réalité de l'a. m., mais jongler sans scrupules avec les modèles mathématiques.

## 5. LES MANIPULATIONS SUR LES MODELES MATHÉMATIQUES.

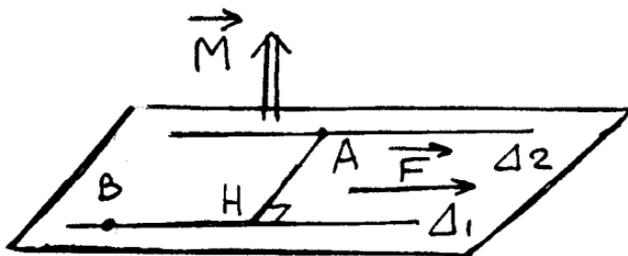
### Transformation de base.

Un tireur-pousseur TP ( $\Delta_1, \vec{F}$ ) est équivalent à l'ensemble formé de :

- \* un tordeur T de vecteur  $\vec{M}$ ,
- \* un tireur-pousseur TP ( $\Delta_2, \vec{F}$ ),  $\Delta_2$  passant par un point choisi A et on a :

$$\vec{M} = \vec{AB} \wedge \vec{F}$$

B étant un point quelconque de  $\Delta_1$ .



On introduit donc ici la notion de produit vectoriel. On peut aussi s'en passer et définir le vecteur  $\vec{M}$  de façon purement géométrique et donner la valeur de sa norme :  $\|\vec{M}\| = \|\vec{F}\| \times \|\vec{AH}\|$ . On définit aussi les unités employées : le TP s'exprime en N et le T s'exprime en Nm.

Afin de pouvoir résoudre tous les problèmes spatiaux, l'élève devra être entraîné à calculer les coordonnées de  $\vec{M}$  dans un repère orthonormé à partir des coordonnées de A, de  $\vec{F}$  et de B (qu'il choisit).

### Ensemble de tordeurs T.

Le T équivalent à un ensemble de T, a un vecteur qui est la somme des vecteurs des différents T.

**Ensemble de tireurs-pousseurs T.P. et de tordeurs T.**

Pour trouver une a.m. équivalente à un ensemble de T et de T.P., on peut :

- choisir arbitrairement un point A,
- remplacer tous les TP par d'autres TP (dont les  $\Delta$  passent toutes par A) et des T,
- remplacer tous les nouveaux TP par un seul dont  $\Delta$  passe par A,
- remplacer tous les T (anciens et nouveaux) par un seul T.

Il reste en définitive un T et un TP dont la droite passe par un point choisi au départ.

**6. LE PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE.**

Un solide soumis à un ensemble de T et de TP est en équilibre si cet ensemble est équivalent à un N.

**7. LES METHODES DE RESOLUTION.**

Bornons-nous au problème classique du solide en équilibre soumis à des a.m. déjà modélisés et pour lequel on recherche les a.m. inconnus aux liaisons.

Les liaisons sont elles-mêmes déjà modélisées de façon que l'équilibre soit isostatique.

**Méthode analytique.**

L'élève choisit un repère orthonormé  $(0 \vec{x} \vec{y} \vec{z})$  et exprime les 6 coordonnées des deux vecteurs (du T et du TP équivalents à l'ensemble des a.m. exercées sur le solide) en fonction des inconnues. Il écrit que ces 6 coordonnées sont nulles (ce qui traduit que l'ensemble des a.m. exercées sur le solide est équivalent à un Nul N).

Il n'est pas nécessaire évidemment de concevoir des exercices où les 6 inconnues figurent toutes dans chacune des 6 équations.

**Méthode par projection.**

Il est commode d'utiliser les 3 plans de projections du repère  $(0 \vec{x} \vec{y} \vec{z})$  et instructif de traiter les mêmes problèmes par la méthode analytique et la méthode par projections.

— Par projection, un TP donne un TP dont le vecteur est la projection de  $\vec{F}$  sur le plan.

— Par projection, un T ( $\vec{M}$ ) donne un T dont le vecteur est la projection de  $\vec{M}$  sur une droite perpendiculaire au plan de projection.

L'avantage de la méthode est que l'on peut dessiner à l'échelle les modèles mathématiques et que l'on peut faire toutes sortes de manipulations graphiques après avoir remplacé le T (équivalent à tous les T projetés) par deux TP, par exemple. Car il est difficile de faire des constructions graphiques à partir d'un  $\vec{M}$  qui sera représenté sur le plan par un signe conventionnel tel tel que  $\curvearrowright M$  ou  $\curvearrowleft M$ . Mais, manipulations graphiques sur les modèles mathématiques des tireurs-pousseurs TP, et manipulations par calculs sur les modèles mathématiques des tireurs-pousseurs TP et tordeurs peuvent être menés conjointement pour aboutir le plus rapidement possible aux résultats.

### Cas des problèmes-plan.

Ce n'est qu'un cas particulier de la méthode par projection, celui où la projection sur un seul plan est suffisante pour résoudre le problème réel. Mais il ne faut pas, comme on le fait habituellement, éliminer les tordeurs T de ces problèmes plans et ne vouloir mettre en place que des tireurs-pousseurs TP.

## 8. QUELQUES EXEMPLES DE MODELISATIONS d'a.m.

Modéliser une a.m. réelle est le travail le plus difficile après celui qui consiste à bien isoler et faire des bilans corrects d'a.m.

D'abord il y a la modélisation des a.m. de pesanteur par un TP particulier. C'est facile mais il faut quand même l'expliquer avec soin et ne pas laisser s'installer l'idée que la zone d'application, c'est... le centre de gravité.

Il y a ensuite la modélisation de l'a.m. de l'air sur les solides : c'est un TP si petit qu'on admet le plus souvent que c'est un N (sauf dans le cas du ballon d'enfant évoqué précédemment). L'action de l'eau sur l'œuf immergé est un TP ; l'action de pesanteur sur le même œuf est aussi un TP mais les deux TP n'ont pas nécessairement le même  $\Delta$ ...

Il y a la modélisation des a.m. exercées sur le I par les solides et les fluides qui le sollicitent (tout en le supportant éventuellement). Pour les fluides c'est souvent assez simple. Pour

les solides la modélisation de l'a. m. découle de la modélisation de la liaison, laquelle est conditionnée par la modélisation de l'action mécanique !... Rien n'est simple dans ce domaine et les « certitudes » sont fragiles. Rappelons un cas bien classique :

Un arbre de transmission est guidé en rotation par un roulement à une rangée de billes dont les deux bagues sont bloquées axialement (et un autre roulement avec une seule bague bloquée).

Si on cherche un modèle pour la liaison bague intérieure/ bague extérieure d'un roulement, on penche immédiatement pour une liaison pivot, parce que c'est presque évident : un degré de liberté en rotation, jeux très faibles, frottements très réduits. Pourtant, on décide que le modèle est une liaison rotule et ceci pour deux raisons :

- la première, c'est que si on modélise par une liaison pivot, il faudra modéliser l'autre liaison réalisée par l'autre roulement par une liaison pivot glissant et on aura une liaison pivot de l'arbre par rapport au bâti qui sera hyperstatique de degré 4. Ce serait un vrai casse-tête dans ces conditions de rechercher les a. m. transmises par les roulements ;
- la seconde, proche de la première, nous est imposée par le fournisseur de roulements qui considère que le roulement est sollicité par un TP dont la droite  $\Delta$  passe par le centre du roulement, et la liaison rotule s'impose !...

Après coup, on justifie le choix de ce modèle en découvrant et en affirmant que le roulement « rotule » (quelques minutes d'angle !) même si le fournisseur du roulement reste muet ou très discret sur ce point. Et si le roulement ne veut vraiment pas rotuler parce que c'est écrit quelque part (roulement rigide à deux rangées de billes), alors on est bien embêté.

Donc le problème de la modélisation de l'a. m. aux liaisons est celui, d'abord, de la modélisation de la liaison elle-même.

Pour l'initiation à la statique des « techniciens », il faudra examiner les liaisons classiques que l'on rencontre fréquemment, donner les éléments permettant de choisir le modèle le mieux « adapté », et en déduire la modélisation de l'a. m.

L'élève devra au bout d'un certain temps passer immédiatement de la modélisation de la liaison à la modélisation de l'action mécanique et remettre en cause éventuellement la modélisation de la liaison (pour « créer » de l'isostatisme par exemple).

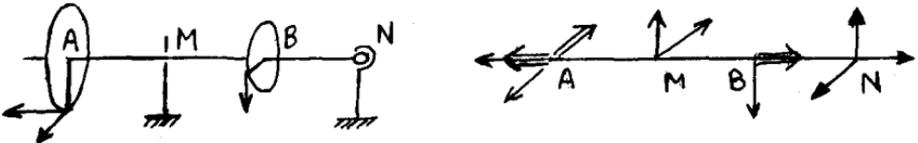
### 9. APPLICATION A LA RESISTANCE DES MATERIAUX (R. d. M.).

Bornons-nous à la recherche de l'a. m. de cohésion dans la section droite d'une « poutre ».

a) ON ISOLE LA POUTRE SEULE et le long de la poutre, on trouve des actions mécaniques exercées par :

- le support ou les supports de la poutre (encastrement, piliers...) autour d'un point M, ou deux points M et N. La modélisation des liaisons, puis des a. m., l'étude de l'équilibre de l'ensemble de la poutre et des pièces qui lui sont liées, conduiront à mettre en place en M et N les T et TP exercées par le ou les supports sur la poutre ;
- les pièces qui sont liées à la poutre aux points ABC, etc. L'étude de l'équilibre de chacune de ces pièces conduira à mettre en place les T et TP des a. m. exercées sur la poutre autour des points AB...

b) ON ABOUTIT A UN SCHÉMA DE LA POUTRE avec les actions mécaniques localisées qui s'exercent sur elles. Il peut aussi y avoir des a. m. réparties (poids...) que l'on pourra modéliser pour déterminer les a. m. aux liaisons mais qu'il faudra remettre à leur vraie place (la zone d'application) avant d'aborder l'étude des actions mécaniques de cohésion.



c) EN FAISANT UNE SECTION DROITE et en isolant un des 2 tronçons de la poutre, l'élève pourra déterminer l'a. m. de cohésion en les définissant par un T et un TP dont le  $\Delta$  passe par le centre de gravité G de la section droite, par convention. Il pourra faire ce travail dans le cas le plus général, la poutre étant sollicitée de façon quelconque.

Isoler et étudier l'équilibre d'un solide, ou d'un tronçon de solide, c'est la même démarche et les mêmes calculs. Ceci peut être montré dès les premières leçons (sur le plan qualitatif).

A partir du vecteur de T et du vecteur de TP, on peut définir les différentes sollicitations et aborder la répartition des contraintes dans les cas simples, comme on peut aborder la répartition des pressions dans les contacts surfaciques fluides/solides (facile) ou solides/solides (périlleux).

**10. CONCLUSION.**

J'ai essayé de présenter quelques idées permettant d'aborder la statique et la R.d.M. de façon cohérente *réaliste* et *efficace* (ce qui convient pour des techniciens) avec deux outils indispensables et le minimum de mathématiques.

Si certains lecteurs concernés et influents ont été intéressés et peut-être convaincus, certains programmes d'examen, certaines instructions et habitudes seront peut-être remis en question un jour. En attendant, j'aimerais connaître les réactions de mes lecteurs, qu'elles soient favorables ou farouchement négatives.

Le Petit Prince réclamait avec obstination le dessin d'un mouton à une grande personne qui ne savait pas bien dessiner et avait d'autres chats à foutter. La grande personne fut très patiente. Elle fit plusieurs dessins que le Petit Prince refusa. Mais le dernier dessin enchantait le Petit Prince.

Il faut dessiner d'autres moutons.

---