

## Il faut réhabiliter le couple

par Pierre SIMONET,  
Lycée technique Blaise-Pascal, Rouen.

---

La plaidoirie que voici ne vise pas la promotion d'un nouveau du mariage ou d'une plus forte natalité, mais la défense d'un méconnu, d'un mal-aimé, d'un être qui fait peur aux élèves et que les professeurs de mécanique eux-mêmes évitent de fréquenter : le torseur-couple ou plus simplement le couple. Pourtant, lui, ne demande qu'à se rendre utile et il a toutes les qualités pour cela.

En statique des solides par exemple il est précieux et même indispensable. Avec son collègue le torseur-glisseur, ils forment un « couple » magique (la langue française est bien pauvre). A eux deux, ils peuvent définir complètement du point de vue de la Statique des Solides indéformables :

- 1) Une action mécanique quelconque ou un groupe d'actions mécaniques (si complexe soit-il) exercé sur un solide ou un ensemble de solides.
- 2) Les actions mécaniques de cohésion dans une section fictive quelconque d'un solide.

Et quand ils veulent vous aider à atteindre l'équilibre (but suprême de toutes les religions et philosophies humaines), ils ont la délicatesse de s'annuler simultanément..., de disparaître. Quelle efficacité et quelle discrétion exemplaires !

Mais voilà, certains esprits mal informés cherchent à dissocier ces deux serviteurs. Ils veulent rejeter le couple, ou le négliger, au profit du glisseur sans s'apercevoir que le glisseur privé de son compagnon devient infirme et inefficace.

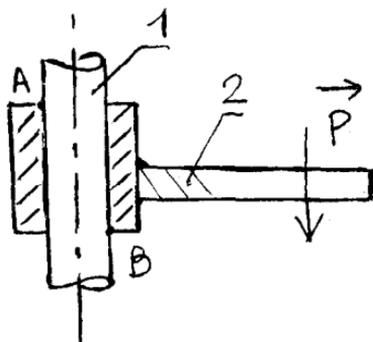
Je n'invente rien. Dans le programme du bac  $F_1$ , il est écrit qu'une action mécanique sur un solide doit pouvoir être modélisée par un glisseur. On a sans doute cru rendre ainsi plus accessibles les débuts de la Statique. Cette instruction a malheureusement été suivie et c'est une erreur funeste. Le résultat est que l'élève, privé de couple (ou peu s'en faut) patauge lamentablement dans la plupart des problèmes réels de Statique, sauf

si ceux-ci ont été spécialement inventés pour ne mettre en œuvre que des glisseurs.

Je voudrais montrer qu'il faut présenter, décrire et expliquer le couple le plus tôt possible aux élèves et que, malgré ses allures un peu mystérieuses au départ, c'est un ami, que l'on a tout intérêt à bien le connaître et à faire appel à lui très souvent.

### LE COUPLE FAIT PEUR.

Hier avec mes élèves (TS IBE) nous traitions ensemble le problème classique du solide 2 soumis à l'action  $\vec{P}$  (glisseur parallèle à l'axe) et arc-bouté ou glissant le long de 1. Certains élèves se souvenaient d'avoir étudié cela et l'un d'eux cita même de mémoire une formule (presque) juste traduisant la condition d'arc-boutement !



L'étude classique avec actions localisées en A et B s'est déroulée sans problème. Une seconde étude avec jeu réduit et hypothèses sur des actions réparties s'est aussi passée assez facilement. Dans un troisième temps, j'ai demandé ce qui allait se passer si, les conditions d'arc-boutement étant largement satisfaites, on exerçait un couple de vecteur  $\vec{M}$  colinéaire à  $\vec{P}$ , et en n'importe quel endroit sur le solide 2.

Instantanément j'ai vu des visages se crispier légèrement. Certains devaient penser : « ça y est, il recommence ». Et il a fallu expliquer et ré-expliquer longuement. Et ceci se répète souvent : malgré une étude sérieuse des torseurs, puis des actions mécaniques et de leur modélisation, l'élève a encore peur du couple. Il ne sait pas quoi en faire. Habitué depuis deux années (et même trois) à ne manipuler que des glisseurs (ou des forces), il lui faut faire de nombreux exercices avant de se rendre compte que le couple est bien plus facile à utiliser que le glisseur. S'il avait été familiarisé dès le début avec le couple il rêverait, comme moi, d'une Statique des Solides où toutes les actions

mécaniques pourraient être modélisées par des couples et seulement des couples.

### UN COUPLE, C'EST TOUT SIMPLE.

Proposons à un élève le problème suivant : une pièce 2 liée complètement à un bâti 1 fixe est, par ailleurs, soumise à 10 actions mécaniques localisées en 10 points différents. Définir l'action mécanique exercée par 2 sur 1 dans l'un des deux cas suivants au choix :

- L'action mécanique en chacun des 10 points est un couple de vecteur connu.
- L'action mécanique en chacun des 10 points est un glisseur de vecteur connu.

Si l'élève choisit, comme c'est probable, de faire le deuxième calcul, il le regrettera car évidemment le premier calcul demandera moins d'une minute si les vecteurs sont connus par leurs coordonnées dans une base orthonormée.

Le couple c'est tout simple puisque, dans un repère orthonormé  $(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  il est défini par 3 coordonnées seulement, alors que le glisseur en exige 6 pour l'élève de 1<sup>re</sup> F qui utilise le glisseur sous forme de point-vecteur.

Si une action mécanique est modélisable par un couple, il est inutile de se préoccuper (dans une étude d'équilibre) de l'endroit où s'exerce cette action mécanique. On peut même promener le couple où bon il semble.

Quand on repère un groupe de forces (ou glisseurs, ou points-vecteurs, ou vecteurs glissants... le vocabulaire est surabondant...) dont la somme géométrique est nulle, on peut se réjouir et remplacer tout ce fatras de vecteurs associés à des points ou à des droites, par un couple unique, qui n'a besoin d'être associé à personne, et qui va se laisser manipuler avec la plus extrême simplicité.

### MAIS AU FAIT, QU'EST-CE QU'UN COUPLE ?

Et d'abord qu'est-ce qu'un glisseur ? C'est un modèle qui permet de rendre compte, seul, de certaines actions mécaniques : actions de pesanteur, action d'un fil accroché à un solide. Action de la table sur la lampe de bureau, action de la bague intérieure d'un roulement à billes sur l'arbre, etc.

*L'action mécanique-glisseur tire ou pousse sur le solide dans une certaine zone et dans une certaine direction.*

Le modèle mathématique est un vecteur associé à une droite (la ligne d'action). Si le glisseur provoque un déplacement, ce sera une translation.

Le couple, c'est tout pareil en plus simple. Cette fois l'action *mécanique-couple* ne tire pas, ne pousse pas, mais *tord* et s'il y a déplacement, ce sera une rotation.

Ce modèle, comme l'autre, permet de rendre compte, seul, de certaines actions mécaniques : action utile d'une clé sur un écrou, d'un arbre moteur sur un arbre récepteur, etc. le modèle mathématique est un vecteur tout seul.

Avec la main, on peut mettre en évidence et « sentir » littéralement l'action *mécanique-couple* d'une part et l'action *mécanique-glisser* d'autre part : appuyer sur la touche d'un micro-ordinateur, tourner un bouton moleté, ouvrir un pot de confiture, serrer le frein à main, mettre le contact, actionner un tournevis (dans ce cas il apparaîtra que le couple seul est insuffisant et qu'il faudra « mettre » un glisseur), etc.

L'action *mécanique-couple* est-elle plus difficile à imaginer et à comprendre que l'autre ? Il n'y a aucune raison. Chacune peut être fort complexe et inaccessible à une étude détaillée : on ne connaîtra jamais le détail des actions élémentaires exercées par les doigts d'une main qui fait tourner une clé dans une serrure mais on sait que, sauf geste inconsidéré, cette action est modélisable par un couple à peu près bien défini.

Lorsque l'élève possède bien le couple et le glisseur, il peut aborder sérieusement la Statique et la R.D.M.

Si on ne lui donne que le glisseur, il va patiner sans arrêt... oui, j'ai osé l'écrire.

### LES MANIPULATIONS DE COUPLES ET DE GLISSEURS.

Après le travail de modélisation des liaisons et des actions mécaniques, qui est le plus délicat en Statique, on peut imaginer sans complexe toutes sortes de manipulations sur les modèles mathématiques pour aboutir le plus vite possible à la solution cherchée.

Si le professeur ne veut pas utiliser les couples pour modéliser les actions mécaniques, il devra se livrer à des acrobaties invraisemblables et bien coupables. Un couple pouvant toujours être remplacé par deux glisseurs (malheureusement !), il sera amené à remplacer un modèle simplissime (3 coordonnées) par un autre modèle comportant par exemple 2 vecteurs et 2 points choisis tout à fait arbitrairement (cela fera 12 coordonnées à manipuler... mais je veux bien que ce chiffre soit contestable).

Si le remplacement d'un couple par deux glisseurs est une aberration, par contre le remplacement d'un glisseur par un glisseur (dont la ligne d'action passe par le point que l'on a choisi) et un couple peut être bénéfique. Ha, si l'on pouvait remplacer un glisseur par deux couples ! mais il faut en prendre son parti, on n'échappe pas aux glisseurs.

Soit un élève de 1<sup>re</sup> F<sub>1</sub> familiarisé avec le couple, le glisseur, les modèles mathématiques, les représentations géométriques et le repère orthonormé  $(0 \vec{x} \vec{y} \vec{z})$ .

A partir d'équilibres très simples, on peut lui montrer qu'un glisseur  $(A, \vec{F})$  peut être remplacé par un glisseur  $(O, \vec{F})$  et un couple dont il saura calculer les 3 coordonnées (produit vectoriel à mettre en œuvre).

Si on lui propose alors le problème du Solide soumis en 10 points distincts à des actions mécaniques modélisées par des glisseurs et des couples, il pourra remplacer chaque glisseur  $(A, \vec{F}_A)$   $(B, \vec{F}_B)$ ... par des glisseurs  $(O, \vec{F}_A)$   $(O, \vec{F}_B)$ ... et des couples  $\vec{OA} \wedge \vec{F}_A$ ,  $\vec{OB} \wedge \vec{F}_B$ , etc.

Ayant ainsi regroupé tous les glisseurs en O et tous les couples (où il veut !) il n'a plus que des additions à faire pour trouver les coordonnées du couple et du glisseur modélisant l'action de 1 sur 2.

## LES PROJECTIONS SUR DES PLANS.

Pour faciliter des calculs ou « pouvoir utiliser des constructions graphiques », il est intéressant de savoir projeter sur un plan les actions mécaniques exercées sur un solide.

Il n'est pas plus difficile de projeter un couple que de projeter un glisseur ; il suffit de prendre la composante du vecteur qui est perpendiculaire au plan et de convenir d'un signe pratique pour figurer le couple projeté sur le plan.

## CONCLUSION.

Bien sûr, je n'ai rien inventé et le lecteur a bien vu que la théorie des torseurs est sous-jacente dans ce qui précède. On ne fait pas de statique et de R.D.M. élémentaires en ignorant les torseurs et le professeur de mécanique doit bien posséder et « cultiver » cette théorie même s'il s'adresse à des débutants. J'ai essayé de montrer que sans exposer, bien sûr, la théorie des torseurs (en 1<sup>re</sup> et en terminale F<sub>1</sub> par exemple) on pouvait

« en faire profiter » les élèves qui, eux, n'auront à savoir utiliser que les vecteurs, les repères orthonormés, les produits scalaires et vectoriels. Toutes ces notions font partie du programme de mathématiques de 1<sup>re</sup>. Pourquoi ne pas les utiliser au maximum en mécanique ?

J'ai surtout essayé de montrer que le couple était un modèle aussi indispensable que le glisseur et qu'il fallait en user largement.

Je m'aperçois que je n'ai même pas mentionné la notion de moment d'une force par rapport à un point qui est pourtant donnée dès la seconde.

Je ne vais pas soutenir, aujourd'hui du moins, qu'on peut ignorer cette notion. Il faut bien, quelque part, montrer que la norme du vecteur couple s'exprime en Nm et non en N. On peut toutefois observer que, contrairement à un couple, le moment d'une force par rapport à un point ne correspond à rien de concret (en tous cas, ça ne peut pas aider à modéliser une action mécanique). On peut observer aussi que chez les élèves la confusion entre couple et moment d'une force... est fréquente.

Faire un bilan honnête et réaliste de l'enseignement de la mécanique dans les classes préparant au bac F<sub>1</sub> (en particulier) et des résultats de cet enseignement, et remettre en question les programmes, seraient de bonnes initiatives. Un des éléments positifs d'un changement pourrait être la réhabilitation et la promotion du couple. Si j'osais, mais je n'ose pas, je proposerais un nouvel énoncé du principe fondamental :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un Solide soit en équilibre est, qu'après modélisation des actions mécaniques qui s'exerce sur lui,

- la somme géométrique des glisseurs localisés en un point soit nulle,
  - la somme géométrique des couples soit nulle.
-