

Interprétation statistique des erreurs de mesure

par P.-Y. NIZOU,
Institut de Physique
de l'Université de Nantes

I. DETERMINATION EXPERIMENTALE D'UNE GRANDEUR PHYSIQUE.

A. Introduction.

Le résultat de la mesure X d'une grandeur physique x n'est pas complètement défini par un seul nombre. Il faut *au moins* le caractériser par un couple $(X, \Delta X)$ (ou un segment $[a, b]$ avec $a = X - \Delta X$ et $b = X + \Delta X$) et une unité de mesure :

- X , « *estimateur* » de x correspond à une valeur assez probable de x ,
- ΔX , « *incertitude* » sur x définit la plus ou moins grande « *confiance* » que l'on a sur le résultat de la mesure.

Deux types de questions peuvent alors se poser :

- Comment déterminer en pratique X et ΔX à partir d'une série de mesures directes de x ?
- Si u est une grandeur physique reliée à x, y, z (mesurables) par une fonction comme $f(x, y, z)$, comment déterminer le couple $(U, \Delta U)$ à partir des couples $(X, \Delta X), (Y, \Delta Y), (Z, \Delta Z)$?

B. Détermination du couple $(X, \Delta X)$ pour une mesure directe d'une grandeur x .

1. MESURE D'UNE GRANDEUR.

Cette opération consiste à comparer la grandeur étudiée x avec une grandeur de même nature choisie pour unité $[x]$. En admettant que le résultat puisse être parfaitement connu, on

aboutirait ainsi à un nombre théorique : $m = \frac{x}{[x]}$ (ex. : $m = 143, 168... \text{ mm}$).

En fait, les limitations physiques liées à la comparaison précédente font que le nombre de chiffres connus avec certitude est limité. Soit X_1 , le nombre obtenu en fait ; X_1 est un nombre « arrondi » en fonction des limites du système physique. On obtiendra alors, par exemple : $X_1 = 143,2$ mm (cette écriture sous-entend qu'il est impossible de choisir ici le chiffre des 10^{-2} mm).

2. CARACTÉRISATION DU SYSTÈME DE MESURE.

Pour se rendre compte de la « fiabilité » de la mesure, on peut la répéter. On obtiendra, par exemple, le tableau des valeurs successives suivant :

$$X_1 = 143,2 \text{ mm}$$

$$X_2 = 143,5 \text{ mm}$$

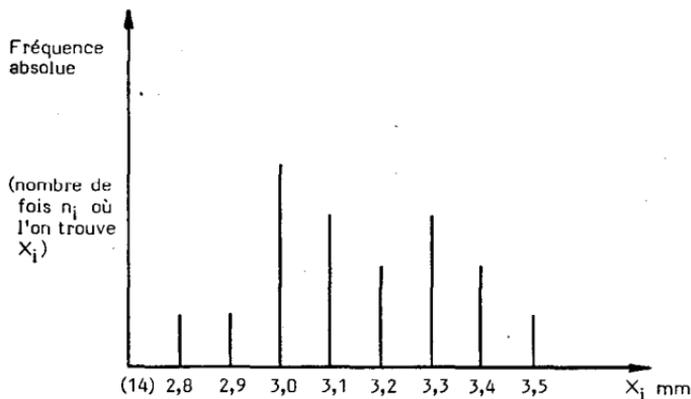
$$X_3 = 142,9 \text{ mm}$$

$$X_4 = 143,0 \text{ mm}$$

$$X_i = \dots\dots\dots$$

Si la méthode de mesure ne présente pas d'erreur *systématique*, les fluctuations des quantités X_i sont le *reflet* de l'imperfection du système de mesure dans son ensemble. Ainsi, la *distribution* des X_i renseignera-t-elle beaucoup mieux qu'une valeur unique X_i , sur la vraie valeur m de la grandeur mesurée.

Exemple : pour un « échantillon » de 17 mesures, on aurait pu obtenir la distribution représentée graphiquement ci-après :



Pour ces 17 mesures se dessine déjà l'image d'une distribution relativement régulière. Mais que se passera-t-il au juste si l'on augmente encore le nombre de mesures en le faisant tendre vers l'infini ?

II. MESURES EXPERIMENTALES ET STATISTIQUE.

A. Représentation des distributions.

1. VARIABLE DISCRÈTE.

La distribution des valeurs mesurées se traduira graphiquement en portant :

- en abscisse, le résultat X_i de la mesure observée n_i fois,
- en ordonnée, la fréquence relative n_i/n où n est le nombre total d'observations :

(avec $n = \sum_{i=1}^k n_i$, pour k valeurs distinctes de X_i).

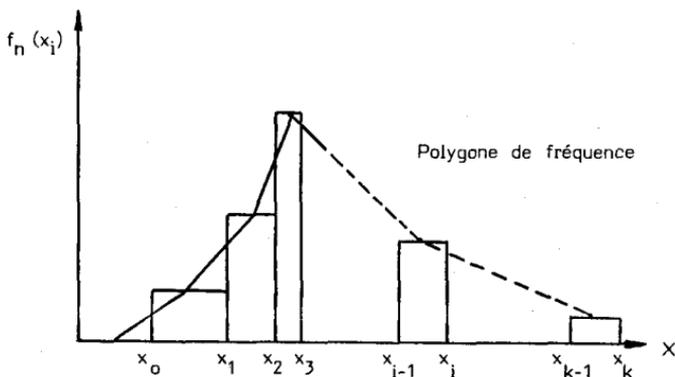
La fréquence relative pour n mesures sera notée : $f_n(X_i) = \frac{n_i}{n}$.

Avec cette notation $\sum_{i=1}^k f_n(X_i) = 1$ (la distribution est dite « normalisée »).

2. VARIABLE CONTINUE.

L'exemple d'échantillonnage exposé précédemment supposait que la variable mesure était une variable discrète (*exemple* : précision de 10^{-1} mm). En réalité, le résultat d'une mesure s'apparente plutôt, dans le cas général, à une variable continue et il devient alors nécessaire de regrouper les valeurs en classe : n_i désigne donc, cette fois, le nombre d'observations correspondant à des mesures X telles que l'on ait : $x_{i-1} \leq X < x_i$.

La représentation graphique de la distribution porte le nom d'histogramme et a l'allure de la fig. ci-après :



On notera que les intervalles $[x_{i-1}, x_i]$ des différentes classes peuvent ne pas être égaux : les aires des rectangles qui apparaissent dans la construction graphique doivent, de toute façon, être proportionnelles aux fréquences relatives. En d'autres termes, les hauteurs $f_n(x_1), \dots, f_n(x_i), \dots, f_n(x_k)$ de ces rectangles sont telles que :

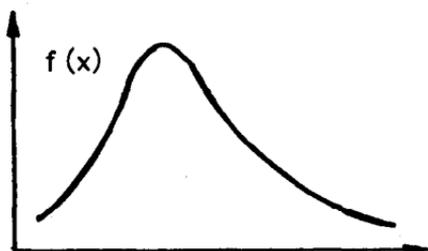
$$(x_{i-1} - x_i) f_n(x_i) = \frac{n_i}{n},$$

fréquence relative.

La quantité $f_n(x_i)$ est donc une fréquence relative par unité d'intervalle.

La courbe obtenue en joignant les points milieux du sommet des rectangles porte le nom de polygone de fréquence. Lorsque le nombre d'observations total n tend vers l'infini, le nombre des rectangles peut augmenter indéfiniment ; le polygone des fréquences dessine alors une courbe régulière caractéristique d'une distribution continue et on écrira :

$$f_n(x) \longrightarrow f(x) \\ n \rightarrow \infty$$



$f(x)$ s'appelle la densité de probabilité de la distribution continue ainsi obtenue.

Elle est définie mathématiquement par la relation :

$$f(x) dx = \frac{dn}{n} = \frac{\text{nombre d'observations entre } x \text{ et } x + dx}{\text{nombre total d'observations}}.$$

Dans le cas où n représente le nombre de mesures, la courbe de distribution précédente représente, sous une forme compacte, toutes les informations possibles sur l'expérimentation concernée :

- la position de la courbe renseigne sur la grandeur à mesurer,
- la forme de la courbe est liée à la précision de l'appareillage.

Afin de discerner comment il est possible d'appréhender numériquement les deux quantités mesure et précision, nous allons successivement considérer le cas théorique où l'on disposerait d'un nombre infini de mesures et le cas réel d'un nombre fini de n mesures (ou échantillon de taille n).

B. Nombre infini de mesures.

1. VRAIE VALEUR = MOYENNE ARITHMÉTIQUE.

Dans la mesure où les erreurs systématiques ont pu être éliminées, on a tout lieu de penser que les erreurs aléatoires dues à la précision de la chaîne de mesures doivent être distribuées autour de la vraie valeur m .

On peut envisager plusieurs définitions possibles de cette vraie valeur. C'est ainsi que l'on pourrait retenir, par exemple :

- la moyenne arithmétique des mesures,
- le mode ou valeur correspondant à la fréquence d'observation la plus élevée,
- la médiane, ou valeur partageant la distribution en deux zones d'égales surfaces.

(On notera que ces trois quantités sont confondues dans le cas d'une distribution symétrique).

On décide, en fait, de retenir comme « vraie » valeur m , la moyenne arithmétique \bar{X} dont la définition mathématique est :

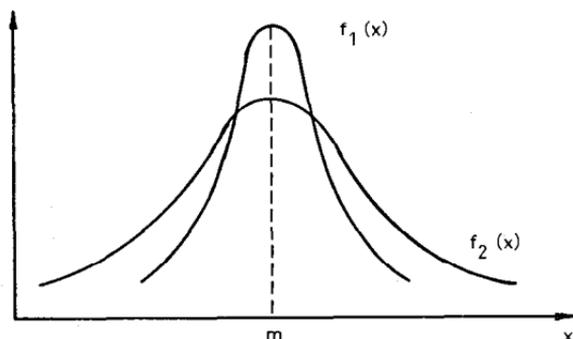
$$\begin{aligned}
 m = \bar{X} &= x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + \dots + x_i f(x_i) + \dots \\
 &= \sum_{i=1}^{\infty} x_i f(x_i) \quad (\text{variable discrète})
 \end{aligned}$$

ou :

$$m = \bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx \quad (\text{variable continue}).$$

2. PRÉCISION DE L'APPAREILLAGE : DÉFINITION DE L'ÉCART-TYPE.

La forme de la distribution doit refléter la précision de l'appareillage. C'est ainsi qu'au vu des deux distributions schématisées sur la fig. ci-après, on peut penser que l'appareillage 1 est « plus précis » que l'appareillage 2. Comment mesurer alors cette précision, ou, ce qui revient au même, comment caractériser la largeur de la distribution ?



La distribution étant centrée sur la moyenne arithmétique m , on obtiendra une indication de la largeur de la distribution en comptabilisant les écarts du type $x - m$:

- soit en les comptant en valeur absolue,
- soit en faisant intervenir des puissances paires de ces écarts, ce qui laisse, ici encore, la place à plusieurs définitions possibles.

En réalité, on montre que le meilleur indicateur de la largeur d'une distribution est l'écart-type (noté σ), son carré (ou variance) étant défini mathématiquement comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= (x_1 - m)^2 f(x_1) + (x_2 - m)^2 f(x_2) + \dots \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - m)^2 f(x_i) \quad (\text{variable discrète}) \end{aligned}$$

ou :

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m)^2 f(x) dx \quad (\text{variable continue})$$

C. Nombre fini de mesures : cas réel de l'échantillon de mesures.

Le développement précédent nous a conduit à définir la distribution qui caractérise théoriquement la chaîne de mesure. On en déduit également qu'il est toujours possible d'atteindre la vraie valeur de la mesure — même avec une précision d'appareillage déplorable — sous réserve d'avoir le loisir d'effectuer un nombre infini de mesures !

Dans la pratique, le nombre de mesures dont on dispose est nécessairement limité (on parle d'un *échantillon* de mesures) et il n'est alors plus question d'obtenir la vraie valeur m (de même que celle de σ), mais simplement d'en donner une *estimation* .

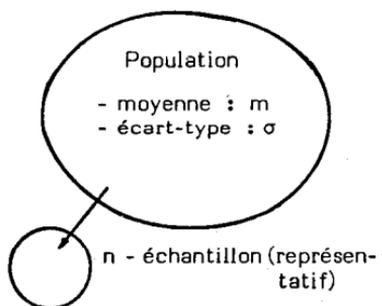
Le problème qui se pose est donc le suivant : comment estimer les quantités inconnues de m et σ à partir des mesures effec-

tuées ? Ce type de question, classique en Statistique, trouvera sa réponse dans la théorie de l'estimation statistique.

III. ESTIMATION STATISTIQUE.

A. Position du problème.

Transposons le problème de la mesure expérimentale dans le langage de la Statistique. Soit une population de moyenne m (qui



représente la vraie valeur de la mesure) et d'écart-type σ (qui caractérise la précision de l'ensemble de la chaîne de mesure). Pour apprécier cette population (c'est-à-dire en fait pour obtenir m et σ), on dispose seulement d'un échantillon de taille n , c'est-à-dire de n individus (ou mesures dans notre cas) dont l'ensemble est supposé représentatif de la population d'origine (tirage « au hasard »).

Notre préoccupation essentielle étant de déterminer la vraie valeur m *a priori* inconnue, il nous faut donc, à partir de l'échantillon des mesures effectuées :

- « estimer » m ,
- tout en essayant de définir la « précision » de cette estimation.

Ce dernier point, qui nous amènera à définir la notion d'intervalle de confiance (ou de « fourchette » d'estimation), passera par l'estimation préalable de la quantité σ à laquelle il est bien entendu étroitement lié.

B. Meilleur estimateur de la vraie valeur m .

Il s'agit de résumer les n valeurs de l'échantillon par une valeur unique chargée d'estimer au mieux la vraie valeur m . L'opérateur conduisant à cette valeur unique s'appelle un estimateur. Il est toujours possible de bâtir *a priori* plusieurs estimateurs pour un paramètre donné : on pourrait ainsi estimer la moyenne m en prenant, par exemple, la moyenne des extrêmes,

ou la médiane, ou la moyenne arithmétique des valeurs de l'échantillon. Parmi tous les estimateurs possibles, il convient de retenir celui qui présentera les meilleures qualités, les critères de choix s'appelant ici : convergence, non biais, efficacité.

On montre alors que le meilleur estimateur de la moyenne m (ou de la vraie valeur m , dans notre cas) est la moyenne arithmétique \bar{X}_n de l'échantillon :

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

ou :

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

dans le cas où les n valeurs ($n = \sum_{i=1}^k n_i$) sont regroupées en k classes d'effectifs n_i et de centre x_i .

C. Meilleur estimateur de la précision de l'appareillage σ .

Pour estimer σ^2 , variance de la population, on pourrait intuitivement choisir comme estimateur la variance s^2 de l'échantillon définie par :

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{X}_n)^2.$$

En fait, on montre que le meilleur estimateur (*sans biais*) de σ^2 est la quantité :

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{X}_n)^2 = \frac{n}{n-1} s^2.$$

Remarques.

* Les quantités \bar{X}_n , s et s_n sont directement accessibles sur les calculatrices pourvues de fonctions statistiques (elles sont alors souvent notées : \bar{x} , σ_n et σ_{n-1}).

* On notera la nécessité de disposer d'au moins deux mesures pour estimer σ^2 ; avec une seule mesure, l'estimateur s_n est indé-

terminé ($\frac{0}{0}$).

D. Précision d'une estimation : intervalle de confiance.

Il faut maintenant se servir des informations contenues dans les n valeurs d'échantillon pour « encadrer » l'estimation (dite ponctuelle) de la vraie valeur.

Et il semble logique de penser que cet « encadrement » est lié :

- à la précision de l'appareillage,
 - au nombre n de mesures (ou taille de l'échantillon),
- tandis qu'il doit se resserrer quand n croît.

La Statistique vient en effet confirmer cette intuition...

1. NOTION DE DISTRIBUTION D'ÉCHANTILLONNAGE.

La moyenne d'échantillon \bar{X}_n étant elle-même une variable aléatoire (cf. tous les échantillons possibles), on saura ce que l'on est en droit d'attendre de cet estimateur si l'on connaît la forme de la loi de distribution des \bar{X}_n .

On montre ainsi que, si l'on extrait un échantillon de taille n d'une population de moyenne m et d'écart-type σ (la situation est identique lorsqu'on effectue n mesures d'une grandeur inconnue m avec un appareillage dont la précision est caractérisée par un écart-type σ), la variable aléatoire \bar{X}_n suit une loi :

— de valeur moyenne m ,

— d'écart-type $\frac{s_n}{\sqrt{n}}$.

$$\left[(\text{On note : } \bar{X}_n \text{ suit } \mathcal{L} \left(m, \frac{s_n}{\sqrt{n}} \right). \right]$$

Le problème du départ est donc presque résolu puisque l'on connaît simultanément :

- l'estimateur \bar{X}_n de la quantité inconnue m ,
- la dispersion (pour tous les échantillons possibles) de cet estimateur autour de la valeur inconnue m .

Exemple : sur un échantillon de 100 mesures, on a obtenu :

$\bar{X}_n = 17,386$ cm estimation de m ,

$s_n = 1,226$ cm estimation de la précision de l'appareillage,

d'où :

$$\frac{s_n}{\sqrt{n}} = 0,1226 \quad \text{précision de l'estimation de } m.$$

On pourrait alors présenter le résultat de la mesure selon : $(17,39 \pm 0,13)$ cm ; mais qu'est-ce que cela signifie ?

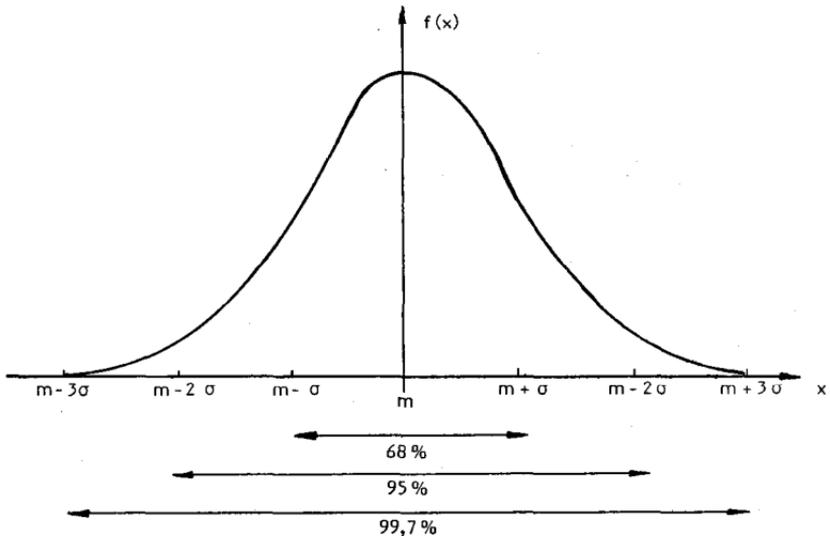
La présentation proposée dans cet exemple constitue un « intervalle de confiance » mais cette notation n'a de sens que si on est capable de préciser la probabilité pour que la vraie valeur inconnue m se trouve effectivement dans cet intervalle. Cette probabilité pourra être effectivement calculée si l'on connaît la loi de distribution de la population.

2. LOIS DE DISTRIBUTION : LOI NORMALE.

Il existe un certain nombre de lois de distribution classiques :

- | | |
|------------------|-----------------------|
| — loi binomiale | } variables discrètes |
| — loi de Poisson | |
| — loi normale | variables continues |
| — | |

La loi dite normale (ou de LAPLACE-GAUSS) est celle que l'on rencontre dans la plupart des situations ; son universalité est d'ailleurs justifiée mathématiquement (théorème de la limite centrale). On notera qu'il existe, de toute façon, des tests statistiques qui permettent de vérifier le bien-fondé du choix d'un modèle donné (loi normale ou autre), susceptible de représenter la distribution (*a priori* inconnue) de la population.



La loi normale est une loi distribuée symétriquement autour de la valeur moyenne m et dont l'étendue est reliée simple-

ment à l'écart-type σ . Ainsi, pour une population distribuée normalement :

- 68 % des effectifs sont compris entre $m - \sigma$ et $m + \sigma$,
- 95 % des effectifs sont compris entre $m - 2\sigma$ et $m + 2\sigma$,
- 99,7 % des effectifs sont compris entre $m - 3\sigma$ et $m + 3\sigma$.

3. INTERVALLE DE CONFIANCE DE LA MESURE.

Pour une population normalement distribuée (hypothèse rarement démentie dans le cas des mesures physiques) :

— on note : X_i suit $\mathcal{N}(m, \sigma)$

ou :

$$\frac{X_i - m}{\sigma} \text{ suit } \mathcal{N}(0, 1),$$

loi normale réduite,

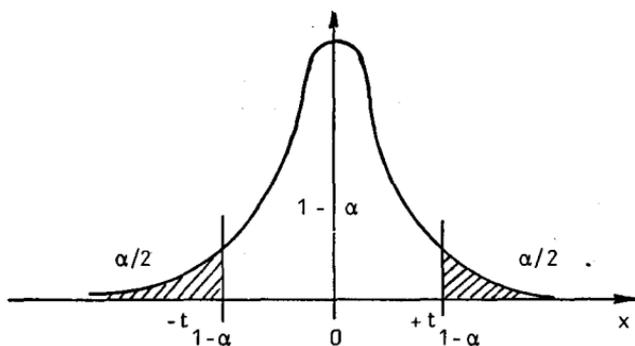
— et on montre que la variable aléatoire réduite : $\frac{\bar{X}_n - m}{s_n/\sqrt{n}}$

suit une loi dite de STUDENT à $\nu = n - 1$ degrés de liberté.

N.B. : La loi de STUDENT est une loi centrée, distribuée symétriquement et paramétrée par ν , quantité appelée degré de liberté. Cette loi se confond avec une loi normale réduite lorsque $\nu \rightarrow \infty$ (pratiquement pour $\nu > 30$).

De ce qui précède, il résulte que si l'on se fixe un niveau de confiance $(1 - \alpha)$ [ou un risque (ou seuil) α], les tables de loi de STUDENT fournissent alors la quantité $t_{1-\alpha}$ telle que :

$$\text{Prob} \left[-t_{1-\alpha} \leq \frac{\bar{X}_n - m}{s_n/\sqrt{n}} \leq +t_{1-\alpha} \right] = 1 - \alpha.$$



En d'autres termes, l'intervalle de confiance correspondant au niveau de confiance $1 - \alpha$ s'écrit :

$$\bar{X}_n - t_{1-\alpha} \frac{s_n}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{X}_n + t_{1-\alpha} \frac{s_n}{\sqrt{n}}$$

cette affirmation étant assortie d'un risque α pour que la vraie valeur m soit à l'extérieur de l'intervalle annoncé.

Il va de soi que la largeur de l'intervalle de confiance doit varier en sens inverse du risque que l'on entend assumer.

Pour les risques classiques de 5 % et de 1 %, les valeurs correspondantes de $t_{1-\alpha}$ issues de la table de STUDENT sont données par le tableau suivant, paramétré par le nombre n de mesures :

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{95\%}$	12,7	4,30	3,18	2,78	2,57	2,45	2,37	2,31	2,26
$t_{99\%}$	63,7	9,93	5,84	4,60	4,03	3,71	3,50	3,36	3,25
n	12	14	16	18	20	30	50	100	∞
$t_{95\%}$	2,20	2,16	2,13	2,11	2,09	2,04	2,01	1,98	1,96
$t_{99\%}$	3,11	3,01	2,95	2,90	2,86	2,76	2,68	2,63	2,57

Exemple : Supposons qu'une série de n mesures ait donné lieu aux résultats suivants : $\bar{X}_n = 17,386$ cm et $s_n = 1,226$ cm.

L'intervalle de confiance de la vraie valeur m que l'on peut proposer à l'aide de ces deux résultats est lié, d'une part, au nombre de mesures effectives, d'autre part au risque choisi.

— Si les résultats précédents ont été obtenus à l'aide d'un échantillon de $n = 5$ mesures, on aura :

$$t_{95\%} = 2,78 ; t_{95\%} \frac{s_n}{\sqrt{n}} = 1,524 \text{ cm,}$$

d'où l'intervalle de confiance à 95 % : [15,86 ; 18,91] cm.

$$t_{99\%} = 4,60 ; t_{99\%} \frac{s_n}{\sqrt{n}} = 2,522 \text{ cm,}$$

d'où l'intervalle de confiance à 99 % : [14,86 ; 19,91] cm.

— Si les résultats précédents ont été obtenus à l'aide d'un échantillon de $n = 100$ mesures, on aura :

$$t_{95\%} = 1,98 ; t_{95\%} \frac{s_n}{\sqrt{n}} = 0,243 \text{ cm,}$$

d'où l'intervalle de confiance à 95 % : [17,14 ; 17,63] cm.

$$t_{99\%} = 2,63; \quad t_{99\%} \frac{s_n}{\sqrt{n}} = 0,322 \text{ cm},$$

d'où l'intervalle de confiance à 99 % : [17,06 ; 17,70] cm.

Remarques.

— On observe que si l'on opère, par exemple, avec un appareillage *deux fois* moins précis (soit pour l'exemple concerné avec : $s_n = (1,226/2)$ cm), il faudra *quatre fois* plus de mesures pour aboutir à la même largeur d'intervalle de confiance.

— Il existe une variante simplifiée de la méthode de STUDENT : il s'agit d'une méthode qui évite le calcul de s_n en se basant uniquement sur l'étendue des résultats de mesures ; plus simple à mettre en œuvre, elle conduit à des intervalles de confiance légèrement plus larges que la méthode de STUDENT (*).

4. INTERVALLE DE CONFIANCE DE LA MESURE ET CALCUL D'ERREUR CLASSIQUE.

Il est maintenant temps de revenir sur le calcul d'erreur classique pour en souligner les insuffisances :

— Dans le calcul d'erreur classique, les incertitudes sont généralement estimées de manière empirique ; il s'agit le plus souvent d'une estimation *a priori* qui peut donc difficilement prendre en compte la précision de l'ensemble de la chaîne de mesures (appareillage + manipulateur [s]).

— Le niveau de confiance à accorder aux différentes incertitudes n'est jamais précisé : on peut penser qu'il s'agit d'un niveau de confiance à $\sim 99\%$ (on rappelle que l'intervalle de confiance à 100 % est] $-\infty$, $+\infty$ [!) en espérant toutefois que ce niveau de confiance est compatible avec la façon dont le constructeur a défini la classe de l'appareil de mesure (ce qui reste à voir...).

— Le calcul d'erreur classique conduit à des marges d'erreurs trop importantes lorsqu'il y a combinaison de plusieurs erreurs indépendantes ; la façon dont est conduit ce calcul revient en effet à se placer dans le cas le plus défavorable (c'est-à-dire dont la probabilité de réalisation est extrêmement faible) alors qu'il y a en réalité un effet de compensation statistique.

On écrit en effet pour $U = X + Y$, par exemple :

$$\Delta U = \Delta X + \Delta Y$$

(*) Pour plus de détails, on pourra se reporter au Bulletin de l'Union des Physiciens d'octobre 1980, n° 627, page 104.

alors que, si X et Y sont des variables aléatoires statistiquement indépendantes, on a :

$$\sigma_U^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad (\text{théorème d'addition des variances}),$$

soit :

$$\sigma_U = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}.$$

IV. CONCLUSIONS.

Le développement précédent ne rend pas pour autant désuet le calcul d'erreur classique qui reste seul applicable dans certains cas, mais il montre que l'interprétation statistique s'impose dès lors que l'on possède plus de deux mesures représentatives d'une grandeur donnée :

— *Le calcul d'erreur classique est un calcul a priori.*

* Il s'applique donc aux mesures isolées.

* Il peut être intéressant à utiliser lorsque l'on veut définir à l'avance l'incidence de telle mesure particulière sur le résultat final.

Exemple : soit U une fonction des trois variables indépendantes X, Y, Z ; on pourra écrire :

$$U = f(X, Y, Z)$$

$$\Delta U = |f'_X| \Delta X + |f'_Y| \Delta Y + |f'_Z| \Delta Z.$$

— *Le calcul statistique est un calcul a posteriori* qui permet de tirer profit des informations contenues dans une série de mesures indépendantes d'une même grandeur. La statistique nous apprend alors qu'il est possible de déduire de cette série de mesures (supposée représentative) un encadrement de la vraie valeur en terme de probabilités. Cet encadrement (appelé intervalle de confiance) est lié directement à la précision de l'appareillage et au nombre de mesures n dont on dispose, sa largeur tendant vers zéro lorsque n tend vers l'infini.

Remarque finale.

L'application de l'outil statistique à l'interprétation des mesures expérimentales amènera à poser (et à résoudre) les problèmes suivants :

— Vérification de la normalité d'une distribution (tests statistiques).

— Comparaison de deux échantillons de mesures (tests statistiques).

- « Mélange » de deux séries de mesure : pondération par les écarts-types.
- Notion de mesures aberrantes : test d'élimination.
- Ajustement linéaire : méthode des moindres carrés.
- ...

Pour toutes ces questions, nous renvoyons le lecteur intéressé à la bibliographie citée en référence.

Remerciements.

Je tiens à remercier ici mon Collègue Claude Lebrun, Maître de Conférences à l'Institut de Physique de l'Université de Nantes, dont les réflexions ont contribué à inspirer cet article.

BIBLIOGRAPHIE

Bulletin de l'Union des Physiciens :

n° 505 - mai 1968 (tout le B.U.P.),

n° 596 - juillet, août, septembre 1977, 1249-1303 (R. MOREAU),

n° 627 - octobre 1980, 99-114 (R. MOREAU).

L.-M. TREMBLAY, Y. CHASSE : « *Introduction à la méthode expérimentale* » 1970. C.E.C. (Québec). Diffusions Vuibert.

N.-C. BARFORD : « *Experimental measurements : precision, error and truth* » 1967. Addison Wesley.

J. TOPPING : « *Errors of observation and their treatment* » 1972. Chapman and Hall.

P.-Y. NIZOU : « *Statistique probabiliste* » 1980. Université de Nantes, Institut de Physique.

Petite encyclopédie des Mathématiques. 1980. Didier, p. 647-678.
