

Construire et utiliser un analyseur de spectres

par René MOREAU,
Gradignan.

A. PRESENTATION DE L'ARTICLE.

Si l'enseignement des Sciences physiques privilégie tellement l'étude du comportement harmonique des systèmes (réponses de ceux-ci à des excitations sinusoïdales), c'est parce que les résultats de cette étude permettent, dans beaucoup de cas, et notamment en ce qui concerne les systèmes linéaires, de prévoir leurs réponses à des excitations de formes quelconques.

Nous savons en effet qu'une excitation décrite par une fonction du temps $f(t)$ « raisonnable », peut être considérée comme une somme (finie ou infinie) de fonctions sinusoïdales. Si $f(t)$ est périodique, elle se décompose en un nombre fini ou infini de composantes sinusoïdales discrètes dont les fréquences sont multiples d'une fréquence « fondamentale » (série de Fourier). Sinon son spectre peut être considéré comme un ensemble de termes discrets — c'est le cas de fonctions « presque périodiques » comme celles qui décrivent une onde porteuse modulée sinusoïdalement en amplitude ou en fréquence — ou, au contraire comme une fonction continue de la fréquence (donnée par l'Intégrale de Fourier), comme c'est le cas pour une excitation quelconque limitée dans le temps. Certaines excitations revêtent enfin la forme de fonctions aléatoires pour lesquelles la connaissance du spectre est essentielle. Là encore, la donnée du spectre et l'étude du comportement sinusoïdal du système excité, permet de prévoir sa réponse à une telle sollicitation.

L'analyse spectrale, autrement dit la connaissance des excitations et des réponses non plus dans le seul domaine temporel (ce que permet parfaitement l'oscillographe), mais dans le domaine fréquentiel, conforte donc l'étude harmonique que nous faisons des systèmes linéaires. Cette analyse suppose donc la possession d'un analyseur de spectres, et nous allons donner la description d'un appareil commode et peu coûteux qui pourrait intéresser en priorité des collègues des classes préparatoires ou des lycées techniques, mais aussi d'autres comme ceux qui enseignent dans les classes de Première A, car on peut rendre concrets des problèmes comme celui de l'encombrement de

l'espace des fréquences par la multiplication des radios locales émettant en modulation de fréquence...

Avant de passer à l'étude du fonctionnement de l'analyseur proposé, et à l'explication de ses caractéristiques, nous allons, avec l'espoir d'allécher le lecteur, donner quelques exemples d'applications pédagogiques rendues possibles par l'utilisation d'un tel appareil.

Ces exemples porteront tout d'abord sur des spectres dont on peut facilement effectuer le calcul (le calcul étant notre péché mignon, il faut bien, tout d'abord, y sacrifier !)

Nous nous intéresserons ensuite à des cas plus complexes dont la résolution mathématique fait intervenir des notions difficiles comme les fonctions de BESSEL tandis que l'expérience fournit immédiatement les réponses aux questions que l'on peut se poser à leur propos.

Il existe enfin des spectres que nous ne savons pas calculer, tout au moins en n'utilisant que les ressources de l'analyse mathématique classique. (La résolution numérique, elle, est relativement facile, une fois résolus les problèmes théoriques et pratiques liés à l'échantillonnage, et elle peut même être rendue très rapide en utilisant le fameux algorithme de la transformée rapide de Fourier — F.F.T. — mis au point en 1965 par COOLEY et TUKEY).

Dans ce cas, l'analyseur donnant, là encore, une réponse instantanée, permet de se poser mainte question, de susciter maint exercice, bref, il fera travailler l'imagination et développera la créativité de ceux qui l'utiliseront ainsi.

B. PERFORMANCES DE L'APPAREIL.

Il permet de séparer des raies distantes de moins d'un kilohertz dans la bande comprise entre 0 et 80 kHz. De plus, comme l'on décompose souvent les fonctions du temps non pas sur une base de fonctions sinusoïdales $a \sin(n\omega t + \varphi)$, mais sur une base de fonctions complexes $\exp(in\omega t)$ — sur une telle base, d'ailleurs, le spectre des fonctions réelles du temps est symétrique par rapport à la fréquence nulle — on fait apparaître, artificiellement, des fréquences négatives. L'analyseur proposé permet d'observer les parties négatives des spectres dans la bande $(-25, 0)$ kHz.

Il est très facile de repérer la position de la fréquence nulle. En effet, en ajoutant au signal analysé une tension continue variable (tension dite d'off-set des générateurs de fonctions), on observe, toutes choses étant égales par ailleurs, que la hauteur

d'une seule raie varie lorsque cette composante continue varie : on marque ainsi la place de la fréquence zéro.

Il est en outre possible de déplacer le centre de la plage de fréquences analysées ainsi que l'étendue de celle-ci. On peut ainsi, en limitant cette étendue à 5 kHz, par exemple, et en jouant sur l'amplificateur horizontal de l'enregistreur associé (oscillographe, table traçante) séparer des raies voisines de 300 Hz.

Le balayage en fréquence est soit automatique, et, dans ce cas, on peut en régler la fréquence, soit manuel : pour avoir une première idée du spectre à observer, on balaie rapidement, cela permet de régler l'enregistreur de manière commode (de façon à ce que, par exemple, une division de l'échelle horizontale corresponde à 10 kHz), puis, pour procéder à des mesures, on diminue au maximum la vitesse d'exploration du spectre tout en augmentant la sélectivité (de manière à bien séparer les raies). Pour des mesures très fines de fréquences, enfin, on peut arrêter le balayage, se placer sur telle ou telle raie, et en déterminer la fréquence grâce à un fréquencemètre extérieur.

Notons encore que, pour ne pas saturer les différents amplificateurs, il faut veiller à ce que l'amplitude de la tension d'entrée soit assez faible (de l'ordre de 1 V). Cependant, lorsque le spectre de la tension d'entrée est très riche, on peut être amené à augmenter cette amplitude maximale : Pour de tels signaux, en effet, la puissance se répartit sur plusieurs composantes fréquentielles si bien que l'amplitude de l'ensemble des raies a tendance à décroître.

L'impédance d'entrée de l'appareil peut être considérée comme infinie.

C. QUELQUES EXEMPLES D'APPLICATION.

1° Décomposition d'une fonction périodique du temps sur une base de fonctions complexes $e^{in\omega t}$.

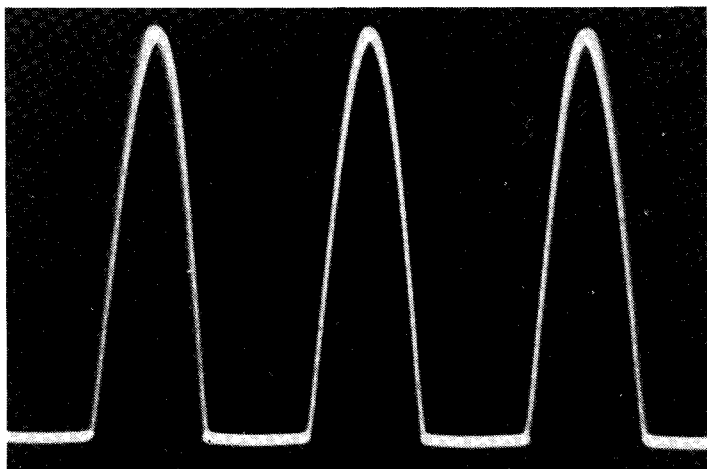
Si $f(t)$ est réelle, périodique de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, on peut

$$\text{écrire } f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{in\omega t}.$$

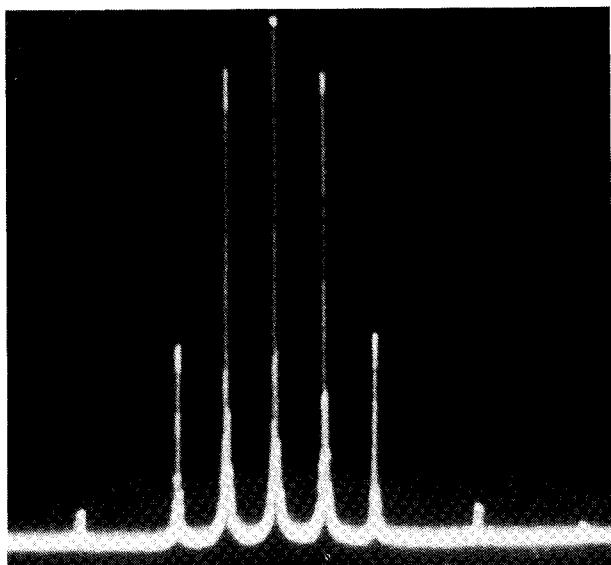
Les coefficients c_n et c_{-n} sont complexes conjugués. Par conséquent, sur l'écran de l'enregistreur associé à l'analyseur, celui-ci n'évaluant que les modules $|c_n|$, les deux parties du spectre étudié apparaissent comme symétriques par rapport à l'origine des fréquences (fréquence nulle).

La photo n° 1 montre l'oscillogramme obtenu en analysant une simple tension sinusoïdale « redressée », de fréquence 5 kHz.

Groupe de photos n° 1 :



$f(t)$: arches de sinusoides de fréquence 5 kHz.



Spectre de $f(t)$: symétrique par rapport à $f = 0$; pas d'harmonique 3.

Pour que l'opération mathématique effectuée par l'ensemble diode-résistance soit la plus proche possible de la fonction :

$$v(t) = k \cdot u(t) \quad \text{si} \quad u(t) \geq 0$$

$$v(t) = 0 \quad \text{si} \quad u(t) \leq 0,$$

autrement dit, pour pouvoir négliger l'effet de seuil de la diode, il faut que l'amplitude de $u(t)$ soit élevée (10 V), on choisira de plus une diode de détection dont le seuil (0,3 V) est plus faible que celui d'une diode au silicium. Le potentiomètre R_1 , R_2 est destiné à n'introduire à l'entrée de l'appareil qu'une tension de valeur maximale de l'ordre de 1 V (fig. 1).

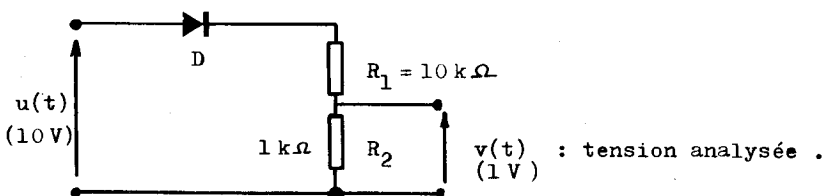


Fig. 1

Nous écrirons : $v(t) = PP(a \cdot \cos \omega t)$, expression dans laquelle PP signifie Partie Positive.

Dans ces conditions il est facile de calculer les onze termes centraux de la décomposition de ce signal en série de Fourier complexe :

$$v(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n \cdot e^{in \omega t}; \quad \text{on a : } c_0 = \frac{a}{\pi}; \quad c_{-1} = c_1 = \frac{a}{4} = \frac{c_0}{1,27};$$

$$c_{-2} = c_2 = \frac{a}{3\pi} \quad \text{et, par conséquent : } c_2 = \frac{c_0}{3} = 0,42 \quad c_1;$$

$$c_{-3} = c_3 = 0; \quad c_{-4} = c_4 = -\frac{a}{15\pi} = \frac{c_1}{11,8}; \quad c_{-5} = c_5 = 0.$$

On constate que c'est bien cette décomposition (aux signes près) qui est effectuée par le dispositif. Le fait que la raie centrale ne soit pas tout à fait aussi haute qu'elle devrait l'être est dû au léger seuil de la diode que l'on n'a pas éliminé, mais on peut dire que l'accord est excellent. D'une manière générale, l'analyseur permet de déterminer les coefficients c_n avec une excellente précision, confirmée soit par le calcul classique soit par le calcul numérique.

Par la suite, nous nous limiterons à la partie positive des spectres. Cela présente un petit inconvénient ; en effet, nous avons vu que les amplitudes a_n des différentes raies observées sur l'enregistreur peuvent (à un facteur de proportionnalité près), s'identifier aux modules $|c_n|$ des coefficients de la décomposition telle que :

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{in \omega t}.$$

On a donc : $a_0 = c_0$, $a_1 = c_1$, etc.

Si l'on désire écrire $f(t) = b_0 + \sum_{-\infty}^{+\infty} b_n \cdot \cos(n \omega t + \varphi_n)$, cela

impose les relations :

$$b_0 = c_0; \quad c_n = \frac{b_n \cdot e^{i \varphi_n}}{2}, \quad \text{soit} \quad |c_n| = \frac{b_n}{2}.$$

On ne peut donc identifier les a_n mesurés, à la fois aux coefficients $|c_n|$ et aux coefficients b_n , car b_0 est égal à c_0 tandis que tous les autres coefficients b_n sont égaux à $2 \cdot |c_n|$.

En se limitant à la partie positive du spectre (y compris la raie correspondant à la fréquence nulle), on ne pourra donc identifier l'ensemble des a_n mesurés aux coefficients b_n qu'en sachant que cela entraîne pour b_0 une valeur deux fois trop forte.

Si, par exemple, on applique à l'entrée de l'appareil une tension sinusoïdale d'amplitude 1 V à laquelle s'ajoute une tension continue de 1 V, on pourra avoir sur l'écran de l'oscillographe enregistreur une raie de hauteur 8 cm pour la fréquence nulle et une raie de 4 cm correspondant à la partie variable de la tension d'entrée.

Il faudra donc se souvenir de cette restriction pour l'interprétation correcte et complète des spectres observés.

2° Décomposition de quelques fonctions périodiques sur la base des fonctions sinusoïdales $b_0 + \sum_1^{\infty} b_n \cdot \cos(n \omega t + \varphi_n)$.

Les générateurs de fonctions fournissent simplement des tensions triangulaires et carrées.

On vérifiera sans peine que, seuls, les harmoniques impairs sont présents dans le spectre de ces fonctions [cela est dû à ce qu'elles sont alternatives c'est-à-dire telles que

$$f\left(t + \frac{T}{2}\right) = -f(t)], \quad \text{et que l'amplitude des harmoniques pré-}$$

sents décroît comme $1/n$ pour une tension en créneaux et $1/n^2$ pour une tension triangulaire.

Les photos 2 et 3 nous montrent les spectres de telles fonctions. (Dans chaque cas, une légère tension continue de décalage a été ajoutée pour marquer la place de la fréquence nulle.)

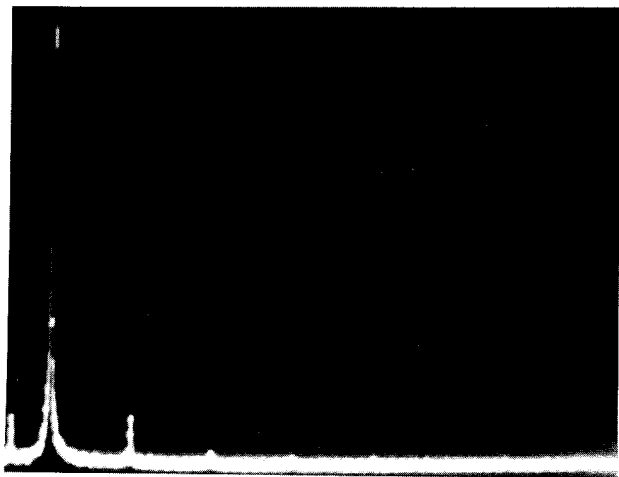


Photo n° 2 : Tension triangulaire ; fréquence 5 kHz. Fréquences positives seules. Une légère composante continue permet de repérer la fréquence nulle.

En jouant sur l'amplificateur de l'oscillographe, il est facile de vérifier que la loi de décroissance du spectre de la tension carrée est bien en $1/n$. Si, par exemple, on règle à 7 carreaux la hauteur de l'harmonique fondamental, on constate que la hauteur de l'harmonique 7 est de 1 carreau ; si on règle l'amplification de manière à ce que la hauteur de l'harmonique 3 soit de 3 carreaux, alors celle de l'harmonique 9 est de 1 carreau, etc.

3° Illustration de la relation $\Delta f \cdot \Delta t \cong 1$.

Soit la fonction du temps suivante :

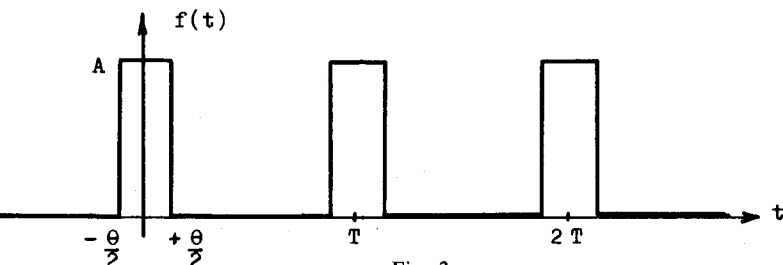


Fig. 2

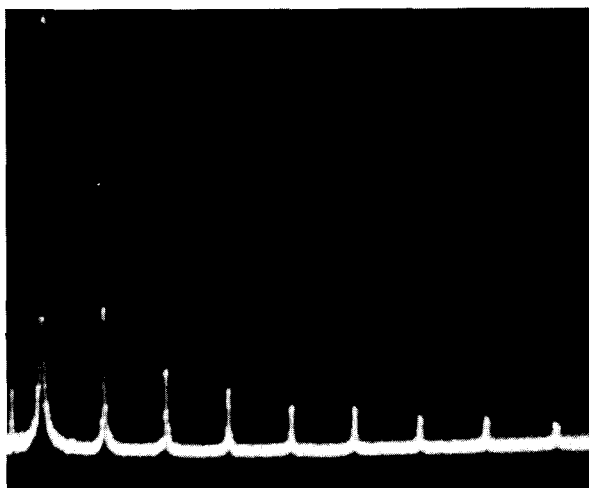


Photo n° 3 : Tension en créneaux ; fréquence 4 kHz. On peut mesurer l'amplitude des 17 premiers harmoniques. Les harmoniques pairs sont nuls, les impairs décroissent comme la suite $u_n = 1/n$.

Un tel signal, dit signal d'horloge rectangulaire, est disponible sur beaucoup de générateurs de fonctions, mais il est facile de construire un oscillateur capable de le fournir (voir le B.U.P. n° 647, page 17).

Le rapport $m = \frac{\vartheta}{T}$, est dit rapport cyclique.

Le spectre d'un tel signal est constitué de raies distantes de $1/T$, évidemment, dont la hauteur est modulée par la fonction de la fréquence :

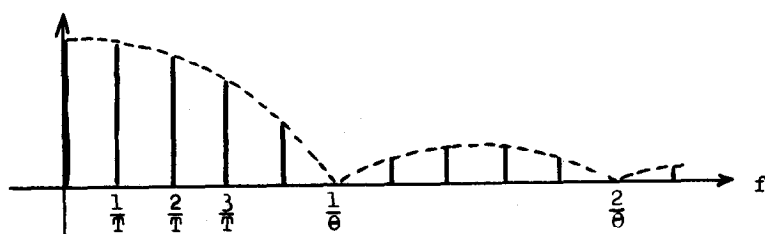
$$S'(f) = A \cdot \frac{\vartheta}{T} \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot \vartheta \cdot f)}{\pi \cdot \vartheta \cdot f} \right|$$

Dans le cas où $m = 1/5$, cela donne le spectre représenté sur la fig. 3 et relevé sur la première photographie du groupe n° 4.

Il faut noter que la fonction $S(f) = A \cdot \frac{\vartheta}{T} \cdot \frac{\sin(\pi \cdot \vartheta \cdot f)}{\pi \cdot \vartheta \cdot f}$

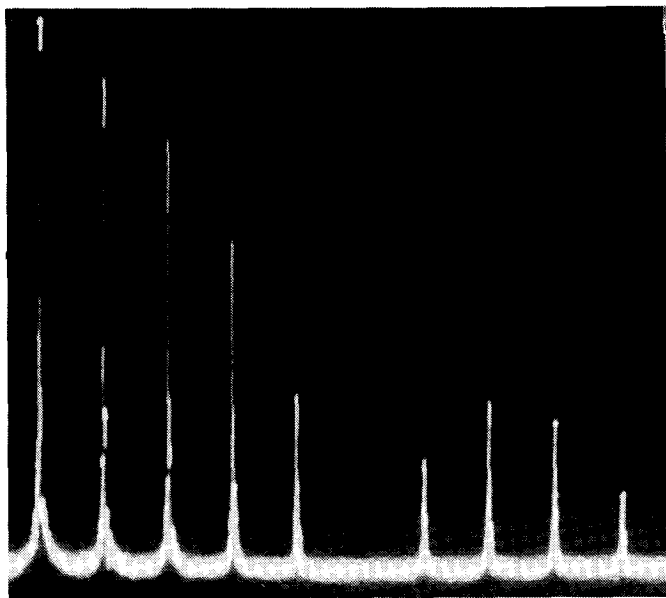
est la transformée de Fourier de l'impulsion rectangulaire unique de largeur ϑ , centrée sur l'origine.

La fig. 3, comme le groupe de photographies n° 4, représentent la partie droite de la décomposition des signaux d'horloge sur la base des fonctions complexes $e^{in \omega t}$; sur la base des

Fig. 3. — $m = 5 : 4$ raies par arche.

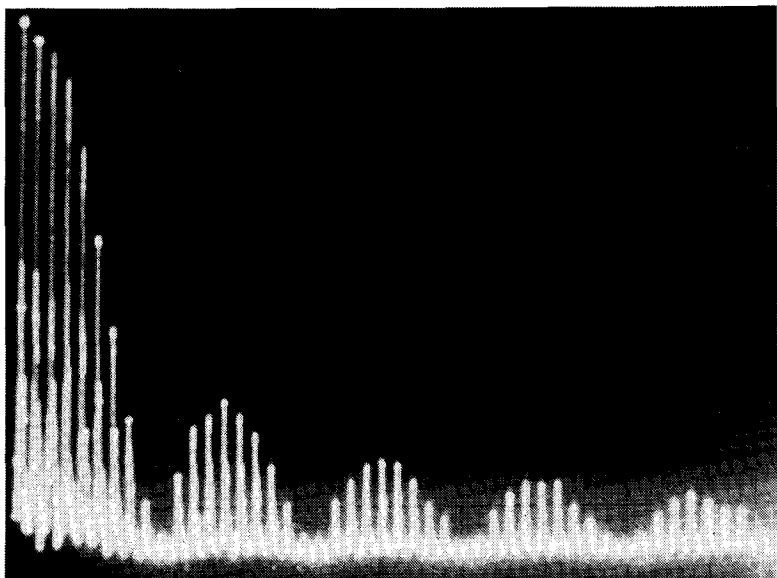
fonctions sinusoïdales, il faudrait diviser par deux l'amplitude de la première raie.

Groupe de photos n° 4 : spectres de signaux d'horloge rectangulaires.



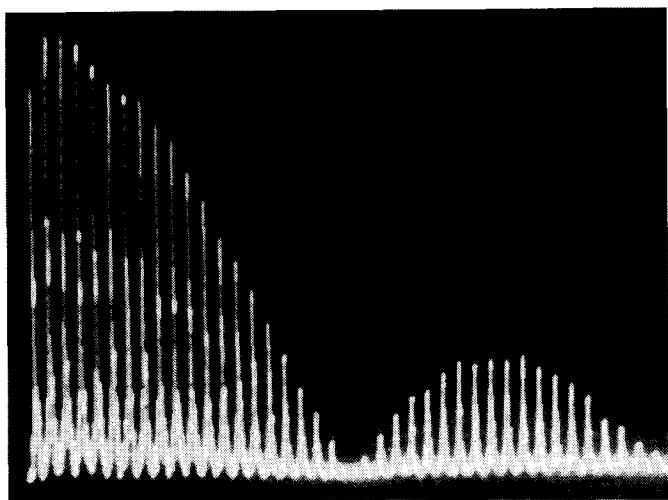
$$f = 8 \text{ kHz}; \quad T = 125 \text{ } \mu\text{s}; \quad \vartheta = 25 \text{ } \mu\text{s} = \frac{T}{5}.$$

Les arches ont une largeur de 40 kHz; il y a 4 raies par arche (5 dans la première avec la raie de fréquence nulle).



$$f = 1,5 \text{ kHz}; \quad T = 670 \text{ } \mu\text{s}; \quad \theta = 67 \text{ } \mu\text{s} = \frac{T}{10}.$$

9 raies par arche.



$$f = 2 \text{ kHz}; \quad T = 500 \text{ } \mu\text{s}; \quad \theta = 25 \text{ } \mu\text{s} = \frac{T}{20}.$$

20 raies dans la première arche, de largeur 40 kHz.

En prenant des signaux d'horloge de fréquence 1,5 kHz et de rapport cyclique 1/10, on obtient 9 raies par arche, et comme la largeur de spectre analysable est de 80 kHz, environ, on peut voir 5 arches.

Si l'on néglige les raies situées hors de la première arche, on peut dire que la largeur spectrale d'un signal périodique de

période T et de largeur $\vartheta \ll T$ est $\frac{1}{\vartheta}$.

Il est facile de montrer expérimentalement, en conservant par exemple $\vartheta = 25 \mu\text{s}$ et en faisant varier T de $125 \mu\text{s}$ ($f = 8 \text{ kHz}$) à $500 \mu\text{s}$, ($f = 2 \text{ kHz}$), que la largeur de cette première demi-arche reste limitée à 40 kHz, tandis que le nombre de raies qu'elle contient, compte non tenu de la raie de fréquence nulle, passe de 4 à 19.

A la limite, on comprend qu'en maintenant ϑ constant et en augmentant indéfiniment T , on arriverait à une impulsion unique de largeur ϑ , dont le spectre, continu, puisque formé d'une infi-

nité de raies infiniment proches ($\frac{1}{T} \rightarrow 0$ quand $T \rightarrow \infty$), aurait

dans le domaine des fréquences, une largeur $\frac{1}{\vartheta}$.

Il semble que l'on puisse ainsi rendre presque concrète l'assertion selon laquelle, pour constituer un signal de largeur temporelle ϑ , il faut partir d'un « paquet d'ondes », de largeur fréquentielle sensiblement égale à $1/\vartheta$.

On sait toutes les implications, toutes les analogies, tous les liens avec la mécanique quantique que permet cette observation.

4° Spectres d'ondes modulées.

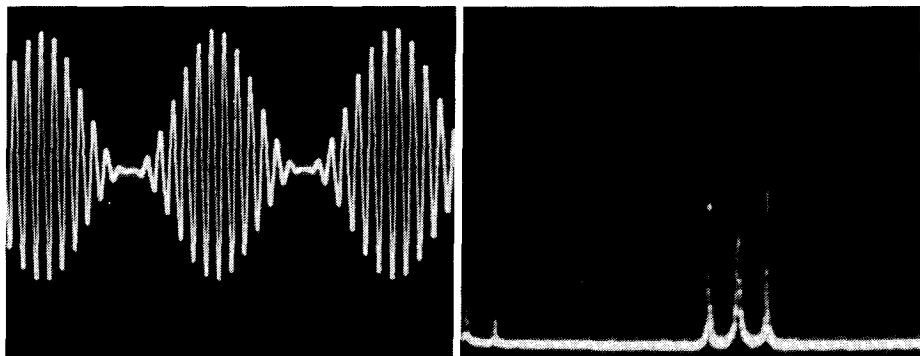
a) ONDE MODULÉE EN AMPLITUDE.

On sait que lorsque le signal modulant est sinusoïdal, l'expression mathématique d'une telle onde est :

$$f(t) = a(1 + m \cos \omega t) \cdot \cos \Omega t.$$

Il en résulte la décomposition immédiate en trois ondes sinusoïdales. L'une correspond à la porteuse de pulsation Ω , dont l'amplitude, inchangée est égale à a ; les deux autres ont pour pulsations respectives $\Omega_{-\omega}$ et $\Omega_{+\omega}$, et pour amplitude commune $(a \cdot m)/2$.

Lorsque $m = 1$, (modulation à 100 %), ces deux raies satellites ont donc une amplitude moitié de celle de la porteuse (photographie n° 5. a).

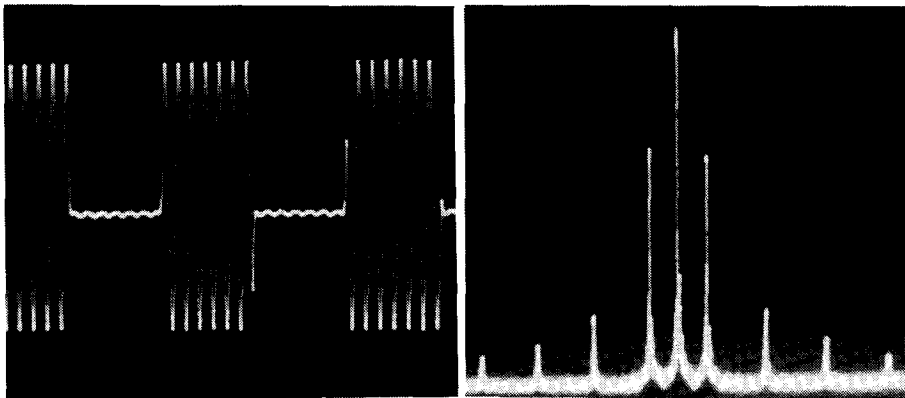
Groupe de photos n° 5

photos 5. a

Onde modulée sinusoïdalement en amplitude : Porteuse à 50 kHz ; fréquence du signal modulant : 5 kHz ; taux de modulation : $m = 1$.

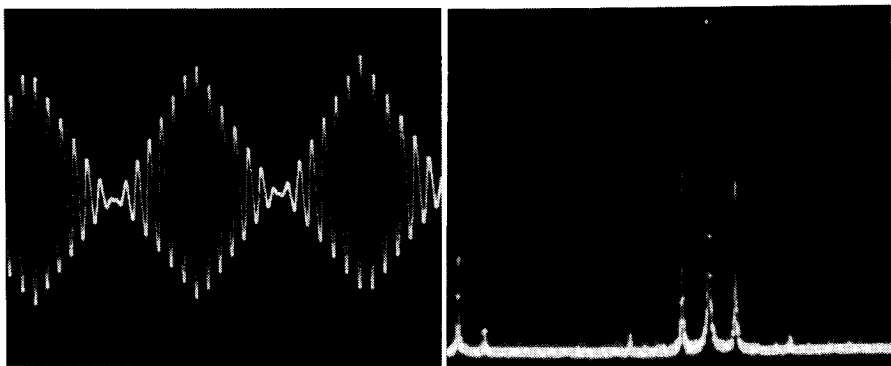
Légère composante continue pour marquer la fréquence nulle.

La raie de fréquence 5 kHz rend compte de ce que la modulation n'est pas parfaite (dissymétrie du signal modulé).



photos 5. b

Onde porteuse de 50 kHz également, modulée à 100 % par un signal modulant carré. On retrouve de part et d'autre de la porteuse le spectre du signal modulant (voir photo n° 3).



photos 5. c

Onde sinusoïdale, modulée en amplitude par des signaux triangulaires.

De même, lorsque le signal modulant a une forme quelconque (triangulaire, carrée, etc.), on retrouve le spectre du signal modulant de part et d'autre de la porteuse. Il n'y a pas d'autre raie.

Cela montre que la plage de fréquences occupée par une onde modulée par un signal de largeur spectrale Δf , est centrée sur la fréquence de la porteuse, et que sa largeur totale est $2\Delta f$.

La photo n° 5 b montre une onde modulée à 100 % par un signal carré. On remarquera que les raies de fréquences 45 et 55 kHz ont une amplitude supérieure à celles de la photo précédente. Cela est dû, bien sûr, à ce que le premier harmonique d'une tension carrée d'amplitude a possède lui-même une

amplitude égale à $\frac{4a}{\pi}$, donc supérieure à a .

On remarquera enfin que, quel que soit le signal modulant, le spectre d'une onde modulée en amplitude est toujours symétrique par rapport à la porteuse.

b) ONDE MODULÉE EN FRÉQUENCE.

Considérons là encore, pour commencer, le cas qui correspond à un signal modulant sinusoïdal.

On parle de modulation de fréquence lorsque, disposant d'un signal $s(t)$, on s'arrange pour que la pulsation instantanée d'une porteuse soit de la forme $\Omega + k \cdot s(t)$.

Dans le cas où $s(t) = a \cdot \cos(\omega t)$, de l'égalité :

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \Omega_{\text{instantanee}} = \Omega + \Delta\Omega \cos(\omega t), \text{ en posant } \Delta\Omega = k \cdot a,$$

on déduit : $\vartheta = \Omega t + \frac{\Delta F}{f} \sin(\omega t)$, si bien que l'expression de l'onde modulée $f(t) = A \cdot \cos \vartheta(t)$ devient :

$$f(t) = A \cdot \cos \left[\Omega t + \left(\frac{\Delta F}{f} \right) \cdot \sin(\omega t) \right] = A \cdot \cos [\Omega t + m \cdot \sin(\omega t)].$$

Le coefficient m , appelé indice de modulation est ainsi égal au rapport de l'excursion maximale de fréquence $\Delta F = \frac{\Delta\Omega}{2\pi}$, à la fréquence f du signal modulant. C'est donc un scalaire sans dimension.

Le calcul du spectre de $f(t)$ fait intervenir les fonctions de Bessel et nous ne le donnerons pas, mais, par contre, nous indiquerons quelques expériences faciles à réaliser, qui éclairent le sujet.

* Lorsque m est petit (0,1), le spectre de $f(t)$ a même allure que celui d'une onde modulée en amplitude. Il se compose d'une porteuse d'amplitude A et de deux raies satellites de fréquences $F - f$ et $F + f$, et d'amplitude commune $(m \cdot A)/2$. Cela montre que le seul spectre en amplitude (ou en puissance) d'une fonction $f(t)$ ne suffit pas à la caractériser ; il faut de plus connaître le comportement en phase des diverses composantes du spectre.

* La forme générale du spectre d'une porteuse modulée en fréquence ne dépend, à un facteur d'échelle près sortant sur les fréquences, que de l'indice m : choisir pour fréquence du signal modulant $f = 5$ kHz (par exemple), et pour fréquence de la porteuse $F = 40$ kHz. Régler l'amplitude du signal modulant pour obtenir une dizaine de raies bien visibles, cela correspond à peu près à $m = 3$. Repérer l'amplitude de ce signal modulant (ce sera par exemple une tension de 1,2 V qui, appliquée sur l'entrée de modulation d'un oscillateur contrôlé en tension, provoquera une variation de fréquence de ce dernier de 20 kHz ; nous supposons la modulation linéaire). Si, à partir de cet état, on multiplie par un même facteur (1/2 ou 2 par exemple), à la fois l'amplitude du signal modulant et sa fréquence, on obtient d'autres spectres dont les raies, certes, sont plus ou moins rapprochées de la porteuse, mais qui gardent la même disposition relative et les mêmes amplitudes.

* Le spectre d'une onde modulée en fréquence n'est pas toujours symétrique par rapport à la porteuse : moduler avec des impulsions rectangulaires de rapport cyclique égal à 0,2 (ou 0,8) environ, en choisissant un indice de modulation égal à 2 environ : on obtient un spectre très dissymétrique.

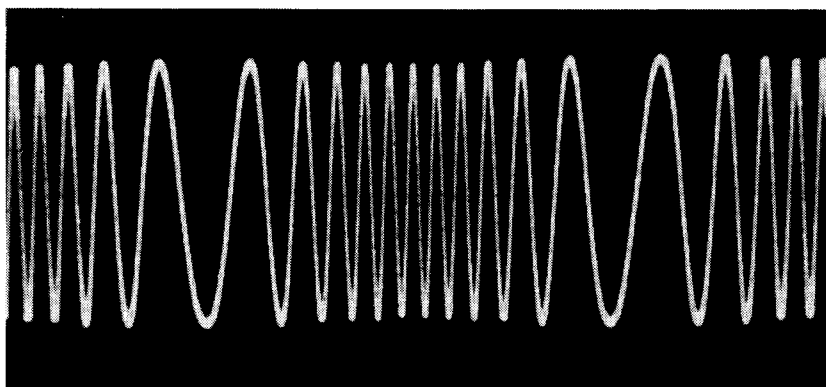
* La largeur spectrale d'une onde modulée en fréquence est en général beaucoup plus grande que celle d'une onde modulée en amplitude. Elle s'étend de part et d'autre de la fréquence de la porteuse non modulée, sur une bande approximativement égale à $\Delta F + f$.

L'excursion de fréquence nécessaire, en ondes métriques, pour transmettre, en modulation de fréquence, des signaux de largeur spectrale 15 kHz, est ainsi de 75 kHz ; c'est le cas des radios « libres ».

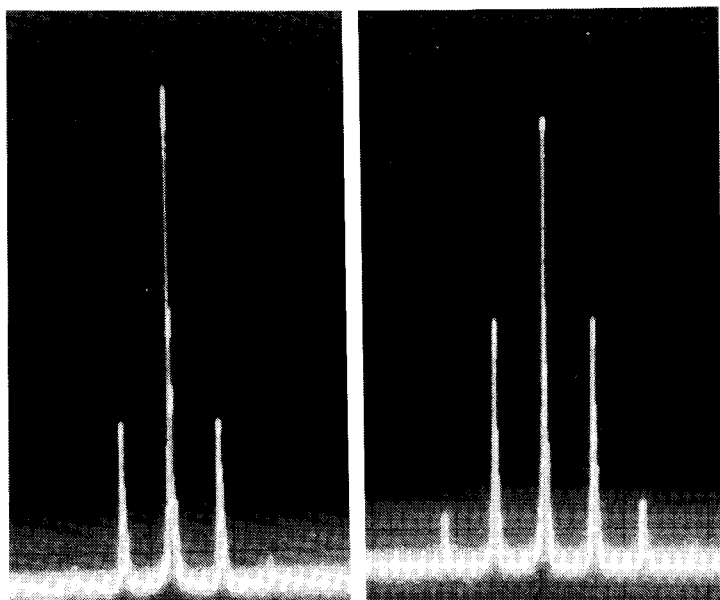
* La raie correspondant à la porteuse non modulée peut fort bien disparaître. On observera ce phénomène en faisant croître l'indice de modulation continûment ; il suffit, pour cela, de diminuer la fréquence f du signal modulant tout en maintenant son amplitude constante (et donc l'excursion de fréquence ΔF).

Les groupes de photos 6 et 7 illustrent ces propriétés.

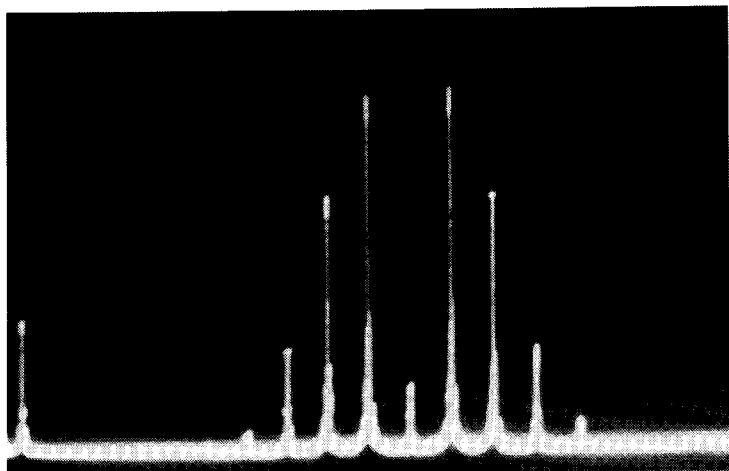
Groupe de photos n° 6 : Onde modulée en fréquence par un signal sinusoïdal.



Onde modulée sinusoïdalement en fréquence : $f(t)$.

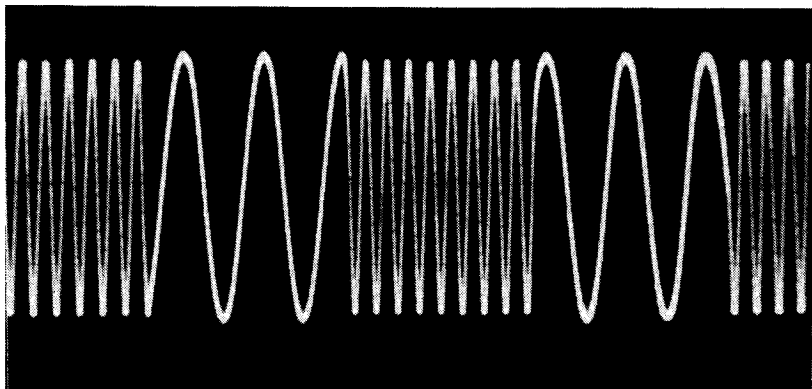


Spectres pour m faible (environ 0,3 puis 1,0); porteuse à 50 kHz ; signal modulant : 5 kHz.

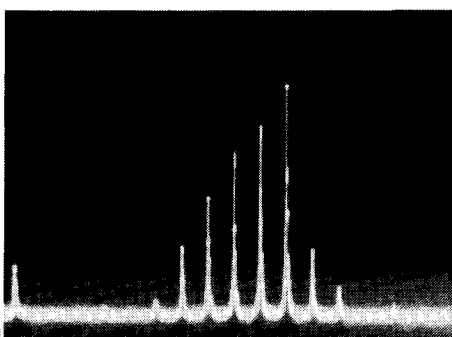
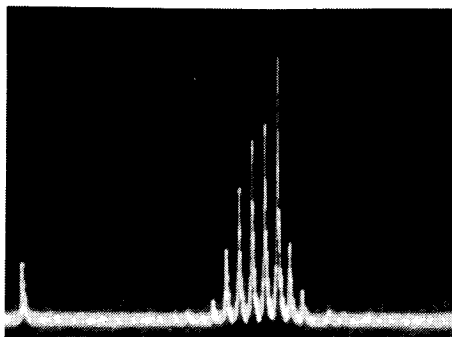


Spectre pour m plus élevé ($m \simeq 2,2$); porteuse à 50 kHz ; signal modulant : 5 kHz.

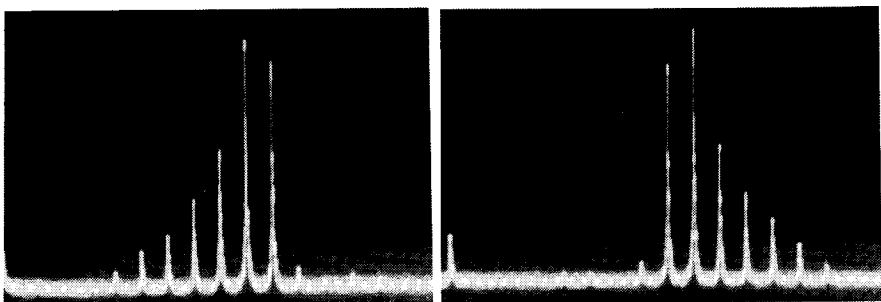
Groupe de photos n° 7 :



Onde modulée en fréquence par des signaux « carrés », ou signaux d'horloge de rapport cyclique égal à $1/2$.



Sur ces deux photos, le signal modulant a gardé la même forme (signaux d'horloge de même rapport cyclique). On a seulement multiplié par 2, à la fois la fréquence et l'amplitude de ce signal : à un facteur 2 près, portant sur les fréquences, les spectres sont identiques. L'indice de modulation (indice généralisé), est resté le même.



Spectres (dissymétriques) d'une onde modulée en fréquence par des signaux d'horloge rectangulaires, de fréquence 5 kHz, de rapports cycliques respectifs 0,2 et 0,8, provoquant, de part et d'autre de la porteuse (dont la raie — la plus grande — est inchangée) une excursion de fréquence de 8 kHz.

c) CONSTRUCTION D'UN GÉNÉRATEUR MODULABLE EN AMPLITUDE ET EN FRÉQUENCE.

Les expériences précédentes supposent que l'on dispose d'une telle source. Les générateurs de fonctions actuels sont généralement modulables en fréquence (entrée V.C.O.), mais il en existe peu qui soient également modulables en amplitude. De toute manière, il faut deux générateurs pour réaliser chacune de ces deux opérations et cela peut se révéler un peu excessif. Le schéma représenté sur la fig. 4 est celui d'un générateur de fonctions construit autour du circuit intégré XR-2206 qui est très courant et (donc) peu coûteux.

La fréquence de ce générateur est inversement proportionnelle à la capacité que l'on place entre ses bornes 5 et 6, et elle est proportionnelle à l'intensité du courant qui pénètre par sa borne n° 7.

L'amplitude de la tension de sortie, elle, est réglée par la tension que l'on applique sur la borne n° 1.

Le circuit intégré TL 082 est, en fait, un ensemble de deux amplificateurs opérationnels. L'un sert à mettre en forme la tension modulante appliquée à la borne n° 1 du XR-2206 à partir du signal d'entrée, dans le cas où l'on désire réaliser une modulation d'amplitude, l'autre sert d'adaptateur d'impédance.

Un inverseur I permet, à partir du même signal modulant, d'obtenir une tension modulée en amplitude ou en fréquence.

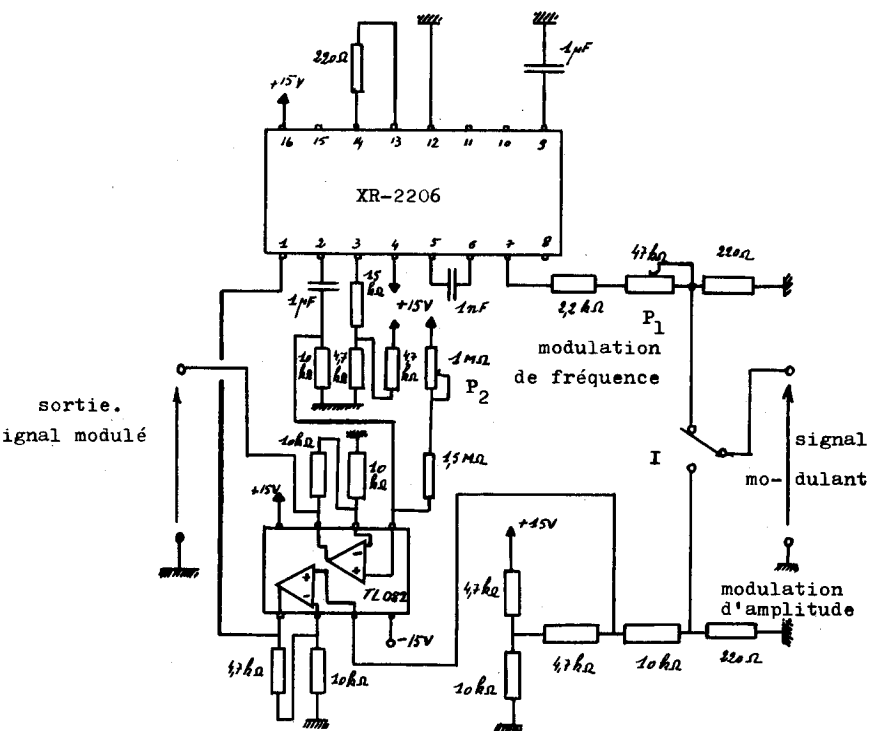


Fig. 4

Le potentiomètre P_1 permet de régler la fréquence de la porteuse. Une fréquence de 40 kHz, compte tenu des possibilités de l'analyseur, est excellente. Le potentiomètre P_2 permet de faire varier légèrement la valeur de la faible composante continue que l'on incorpore au signal de sortie. Cela permet de repérer la raie de fréquence nulle, et sert donc de marqueur.

L'amplitude du signal de sortie est voisine de 0,5 V, elle est donc adaptée à l'analyseur.

5° Spectre d'un bruit.

Il est intéressant de disposer d'un générateur fournissant une tension de bruit. En appliquant cette tension aléatoire à divers filtres, on obtient de nouveaux signaux dont les spectres dépendent du bruit initial et des caractéristiques du filtre. Les transformations non linéaires appliquées à une tension de bruit

sont également très riches d'applications. Encore faut-il disposer de quelques indications sur le spectre de cette tension de bruit...

Nous allons tout d'abord nous doter d'un bon générateur de bruit analogique. Pour cela, nous proposons de réaliser le montage dessiné sur la fig. 5.

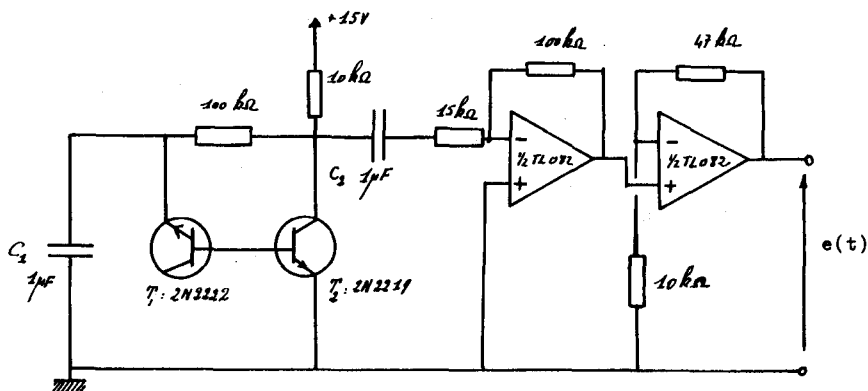


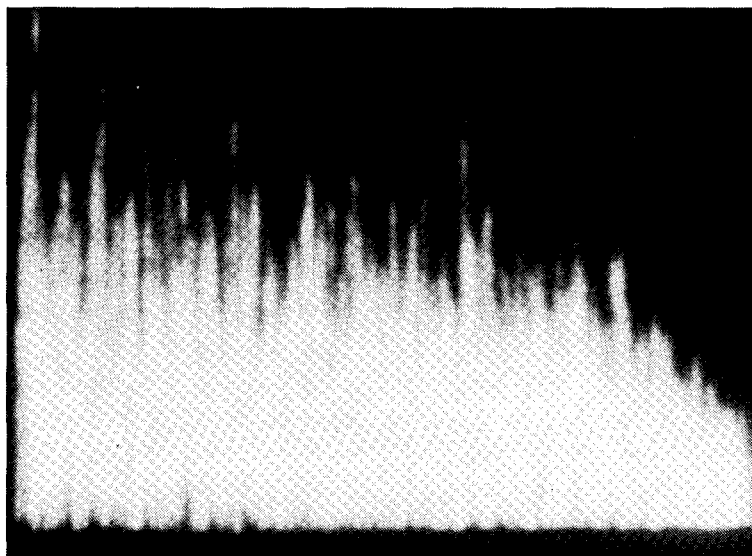
Fig. 5

Le véritable générateur de bruit du montage de la fig. 5 est la diode émetteur-base du premier transistor, T_1 . Cette diode, très faiblement polarisée en inverse, fonctionne en régime d'avalanche; c'est, en quelque sorte, une très mauvaise diode Zener et le courant qui la traverse fluctue beaucoup. Toutefois, ces fluctuations ne peuvent se produire que si le générateur qui alimente la diode s'apparente à un générateur de tension qui laisse donc le courant libre de fluctuer. Cette dernière remarque permet d'expliquer le rôle absolument essentiel du condensateur C_1 qui abaisse l'impédance du générateur de polarisation. Ensuite, les variations d'intensité de la diode d'entrée sont amplifiées par le deuxième transistor monté en émetteur commun; le condensateur C_2 élimine la tension continue présente sur le collecteur de T_2 et un amplificateur à deux étages (de manière à garder une bonne bande passante qui est ici supérieure à 200 kHz) fournit enfin une tension de bruit de valeur efficace voisine de 2,3 V, dont le spectre d'amplitude est donné sur la première des photos du groupe n° 8.

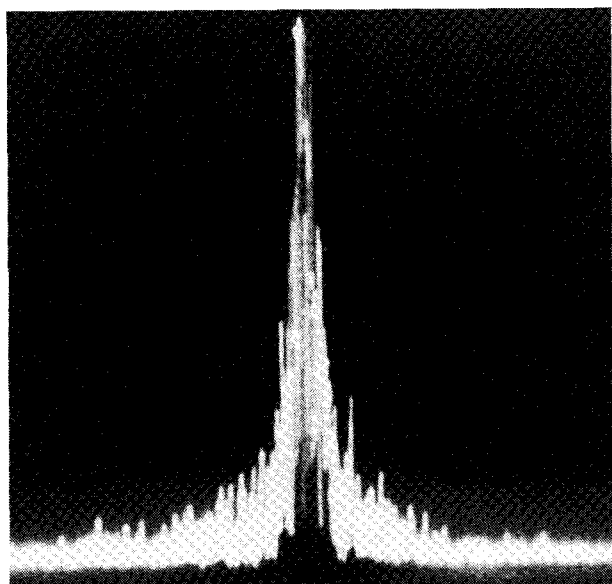
On constate que le bruit est présent sur toute la bande analysée par l'appareil (80 kHz) et qu'il peut être considéré comme blanc sur la moitié de cette bande.

Nous ne pouvons pas développer ici, (cela dépasserait le cadre d'un article consacré à la réalisation d'un analyseur de spectres), les applications qu'on peut tirer d'un tel générateur. En fait, comme il s'agit d'un bruit à répartition gaussienne, elles sont nombreuses.

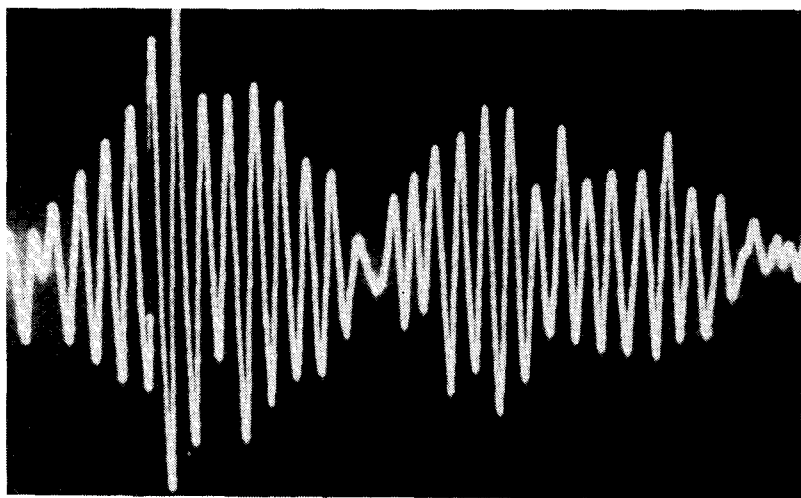
Groupe de photos n° 8 : Signaux aléatoires ; bruit analogique.



Spectre du bruit analogique fourni par le générateur de la fig. 5. Le bruit peut être considéré comme blanc sur 50 kHz.



On peut filtrer un tel bruit par un circuit résonnant LC dont la largeur de bande, B , est voisine, ici, de 3 kHz, autour de $f_0 = 40$ kHz.



On obtient une tension quasi sinusoïdale de fréquence 40 kHz dont le temps de cohérence, τ , est de l'ordre de $1/B = 0,3$ ms.

Enfin, le groupe de photos n° 8 bis, page 1173 décrit un bruit pseudo-aléatoire numérique.

6° Les effets de transformations non linéaires sur les spectres.

On connaît les effets des opérations linéaires (combinaisons d'opérations proportionnelles, intégrales, dérivées), sur les spectres. Elles conduisent à privilégier certaines raies, à en éliminer d'autres, mais si le spectre d'une grandeur d'entrée est composé d'un certain nombre de raies discrètes, et si l'ensemble des opérations que lui applique tel ou tel dispositif est linéaire, alors la grandeur de sortie de ce même dispositif comportera, au plus, autant de raies que la grandeur d'entrée.

Les opérations linéaires ne sont pas génératrices de fréquences nouvelles ; au contraire, les non linéarités en créent.

L'analyseur permet d'illustrer très facilement cette assertion, aussi allons-nous donner sur un exemple, quelques axes de recherche pédagogique.

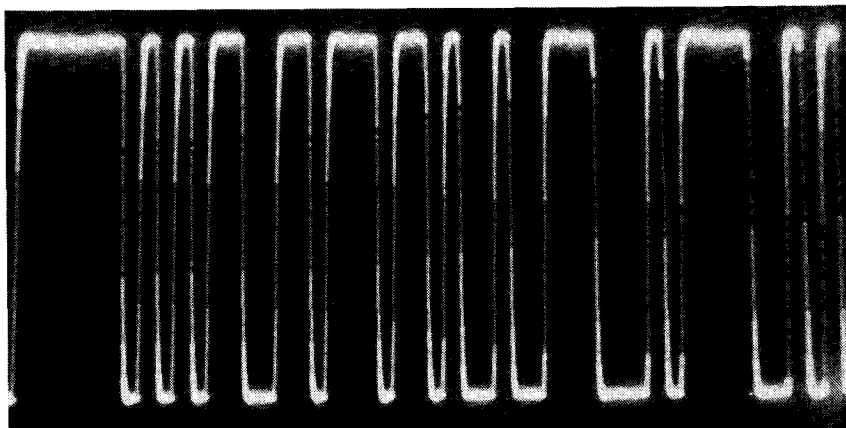
Considérons un signal $e(t)$, constitué de la somme de deux tensions sinusoïdales :

$$e(t) = a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + b \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2).$$

a) ELÉVATION AU CARRÉ DE LA TENSION COMPOSÉE $e(t)$.

Il existe plusieurs multiplieurs, sur le marché, qui permettent de réaliser cette opération (Motorola MC 1595 ; Moto-

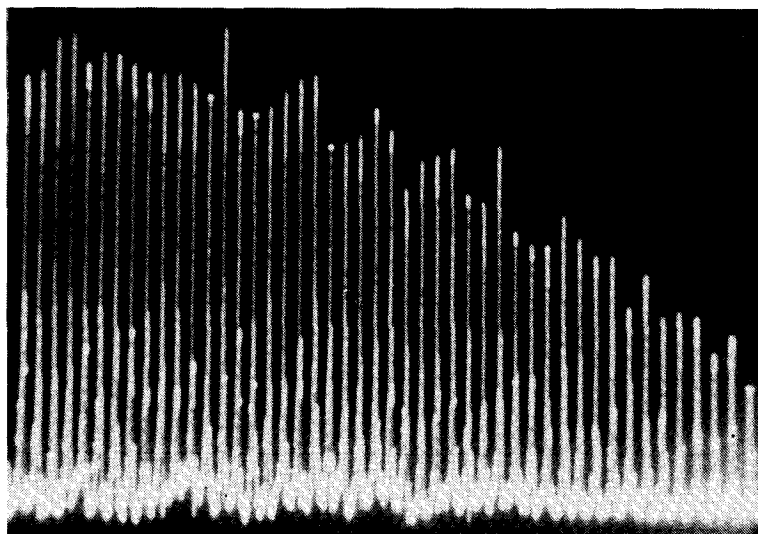
Groupe de photos n° 8 bis : Bruit pseudo-aléatoire numérique.



Bruit numérique et son spectre.

Ce bruit numérique est formé de trains de 64 bits de 8 μ s chacun.

La photo ci-dessus ne montre qu'une partie d'un train, formée des bits 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, etc.



La fréquence des trains est de 1,9 kHz, d'où le spectre de raies.

En allongeant les trains, on ne peut plus séparer les raies. C'est ce qui est réalisé dans les générateurs de bruit du commerce.

rola MC 1495 ; Analog-Devices AD 533 ; AD 534, etc.). Le dernier cité n'est, certes pas, le moins coûteux, mais il est, semble-t-il, celui dont l'emploi est le plus commode (fig. 6).

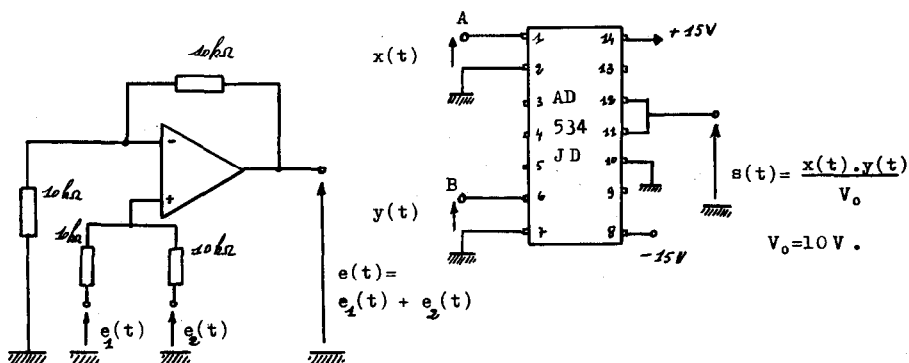


Fig. 6

Pour élever au carré la tension $e(t)$, il suffit de relier les deux bornes d'entrées A et B du multiplieur et d'y appliquer $e(t)$ après avoir quelque peu amplifié ce signal ; la grandeur de sortie, $s(t)$, étant une tension, elle ne peut, en effet, ne serait-ce que pour une question d'homogénéité, être égale au carré d'une autre tension.

On a donc $s(t) = \frac{e(t)^2}{V_0}$, et la valeur de V_0 , *a priori*, est

fixée par le constructeur à 10 V.

Si $e(t)$ a une amplitude maximale de 1 V, l'amplitude maximale de $s(t)$ serait, sans amplification, de 0,1 V, ce qui est un peu faible pour l'analyseur.

Les spectres de $e(t)$ et de $s(t) = k \cdot e^2(t)$ sont faciles à calculer (fig. 7 et groupe de photos n° 9).

On prendra par exemple : $f_1 = 2 \text{ kHz}$; $f_2 = 18 \text{ kHz}$.

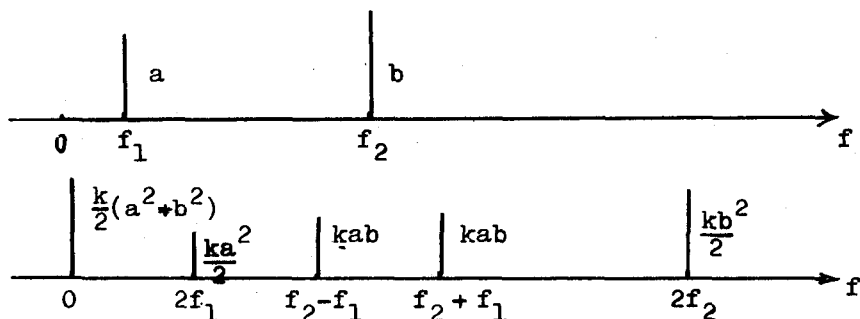
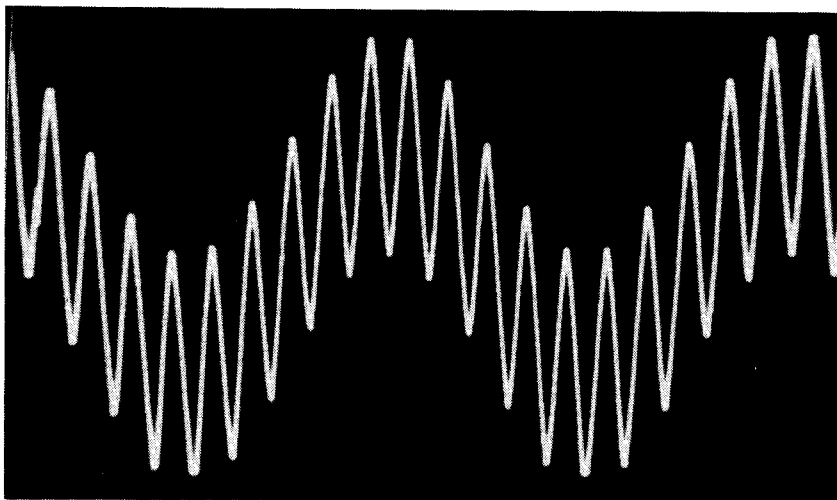
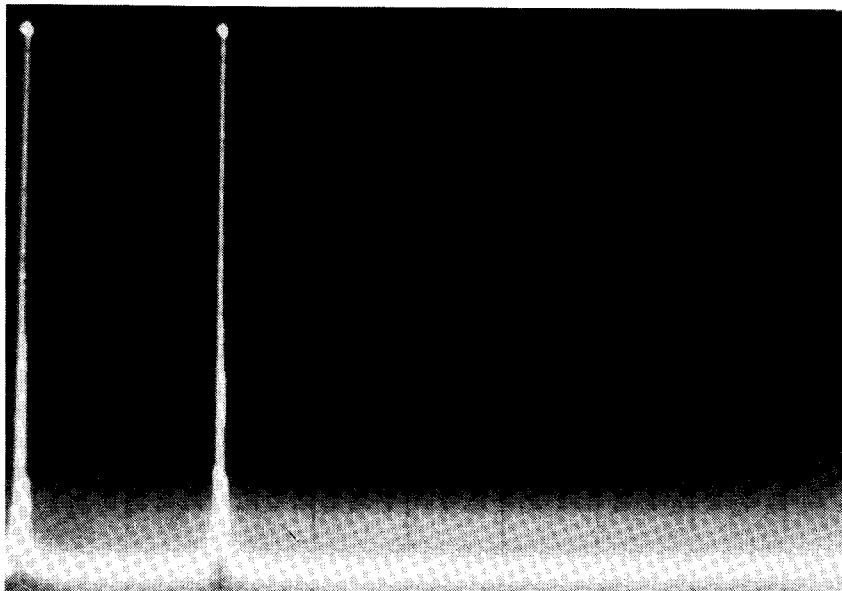


Fig. 7

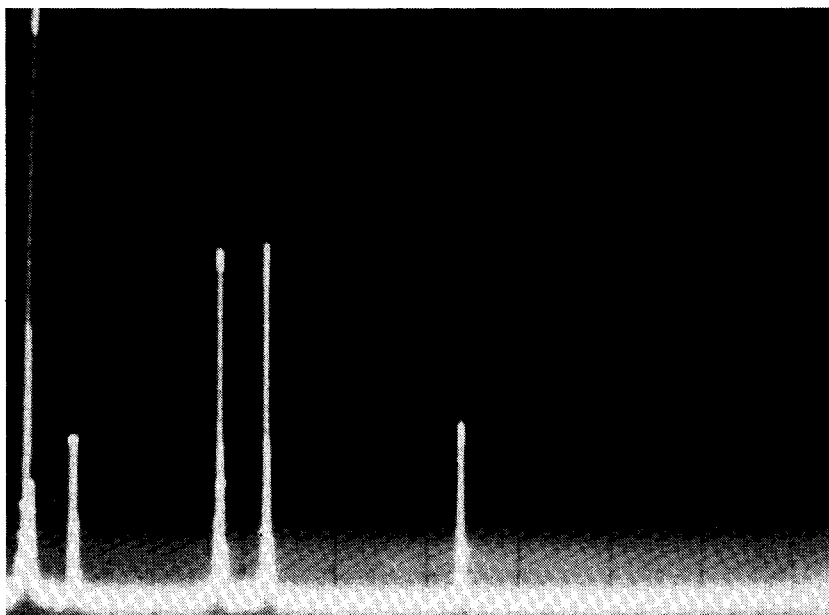
Groupe de photos n° 9 :



Représentation temporelle de $e(t)$, somme de deux sinusoïdes de fréquences différentes et d'amplitudes égales.



Spectre de $e(t)$ (raies de 2 et 18 kHz).

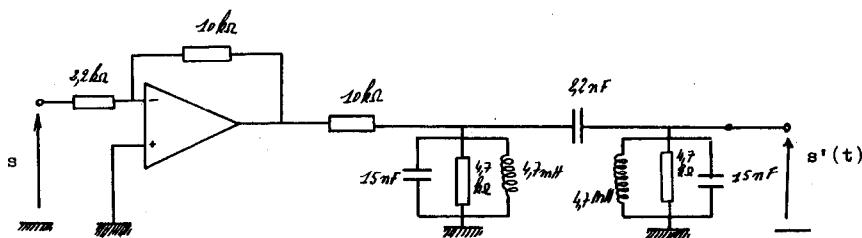


Spectre de $k \cdot e^2(t)$ (raies de 0, 4, 16, 20 et 36 kHz).

Avec les valeurs numériques choisies, les deux raies d'égale amplitude kab correspondent aux fréquences 16 et 20 kHz.

On peut les isoler du reste du spectre en faisant subir à la tension $s(t)$ un filtrage énergétique après amplification.

Le filtre représenté sur la fig. 8, dont la théorie est facile à retrouver, convient parfaitement.



Filtre passe-bande.

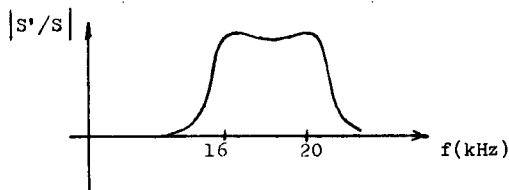


Fig 8

Il est évident que la nouvelle tension obtenue par ce filtrage, égale à la somme de deux sinusoïdes d'amplitudes égales, revêt la forme caractéristique du produit :

$$2 K a b \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi) \cdot \cos(\omega_1 \cdot t).$$

b) PARTIE POSITIVE DE $e(t)$.

Le montage simple de la fig. 1 suffit pour obtenir un bon résultat. Cependant le montage de la fig. 9, équivalent à une diode sans seuil, est meilleur.

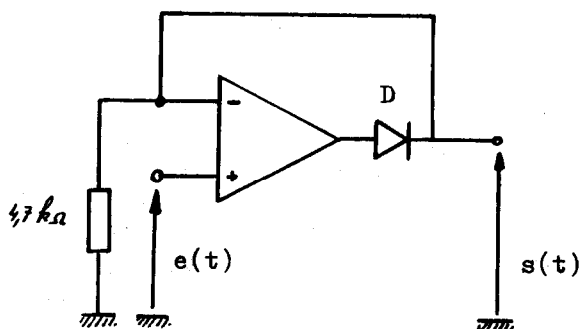


Fig. 9

On a $s(t) = \text{PP}(e)$ soit $s = e$ si $e \geq 0$, $s = 0$ si $e < 0$. Lorsque $e(t) = a \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi_1) + b \cdot \sin(\omega_2 \cdot t + \varphi_2)$, on obtient, pour $s(t)$, le spectre suivant (fig. 10 et groupe de photos n° 10).

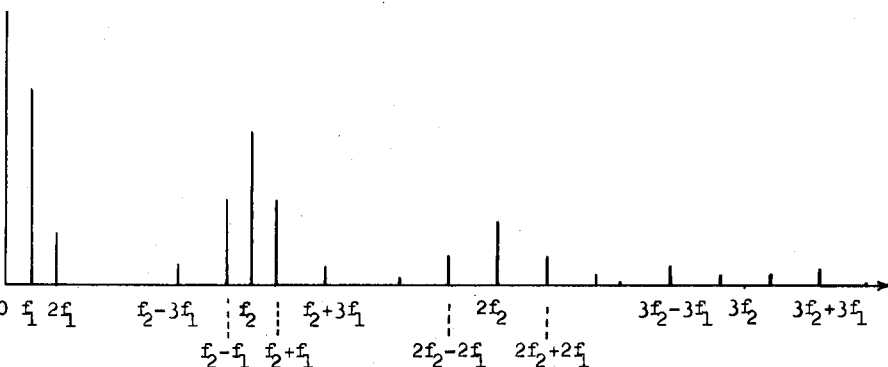
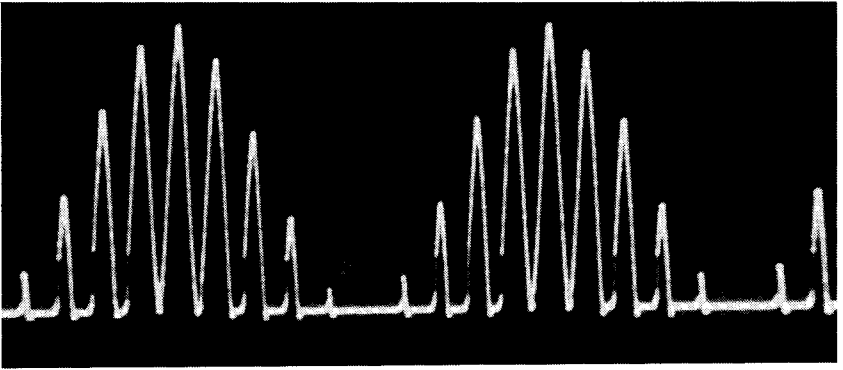
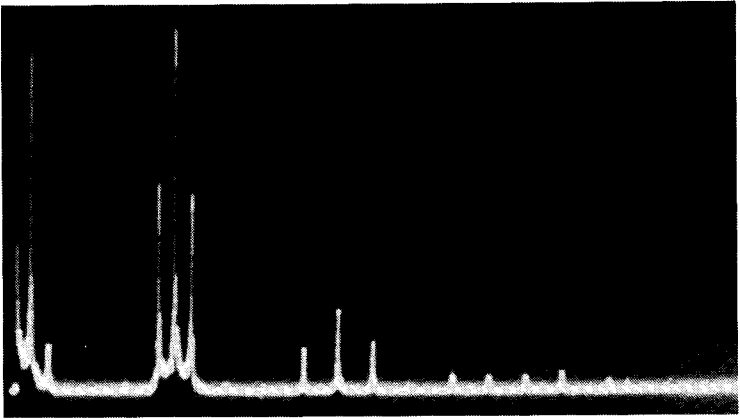


Fig. 10

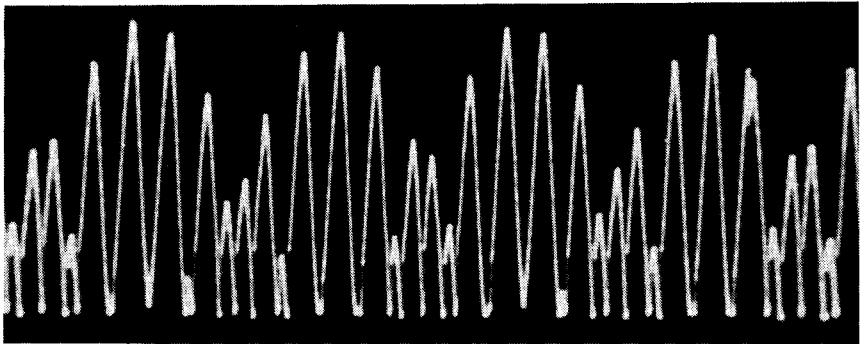
Groupe de photos n° 10 :



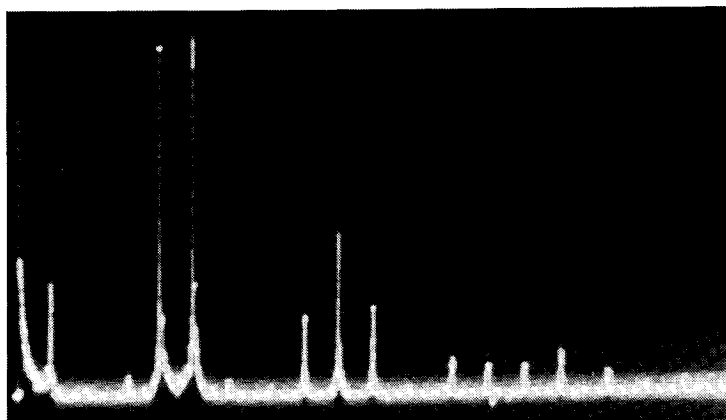
Partie positive de $e(t)$.



Spectre de cette fonction.



Valeur absolue de $e(t)$.



Spectre de cette tension.

Les amplitudes des différentes raies ne sont pas respectées sur la figure précédente. Le tableau suivant précise la manière dont elles varient en fonction des amplitudes relatives des composantes de la tension d'entrée $e(t)$: raie de fréquence f_1 d'amplitude a , variable, et raie de fréquence $f_2 = 10 f_1$ et d'amplitude constante, égale à $b = 1000$.

(Le spectre varie légèrement avec le rapport des fréquences $\frac{f_2}{f_1}$, et il se complique beaucoup si l'amplitude a dépasse l'amplitude b).

Fréquences des raies du spectre de PP $e(t)$	a_1 250	a_2 500	a_3 1000	observations
0	645	676	810	composante continue
f_1	125	250	500	raie d'amplitude $\frac{a}{2}$
$2f_1$	5	20	90	varie comme a^2
$f_2 - 3f_1$	0	1	18	augmente très vite avec a lorsque $a \approx b$.
$f_2 - 2f_1$	0	0	0	
$f_2 - f_1$	78	154	270	raie variant comme a
f_2	500	500	500	raie d'amplitude $\frac{b}{2}$
$f_2 + f_1$	78	154	270	symétrique de $f_2 - f_1$
$f_2 + 2f_1$	0	0	0	par rapport à f_2 .
$f_2 + 3f_1$	0	1	18	symétrique de $f_2 - 3f_1$

$2f_2-4f_1$	0	0	8	
$2f_2-3f_1$	0	0	0	
$2f_2-2f_1$	5	18	54	croît plus vite que a
$2f_2-f_1$	0	0	0	
$2f_2$	203	174	90	décroît lorsque a croît
$2f_2+f_1$	0	0	0	
$2f_2+2f_1$	5	18	54	partie du spectre symé-
$2f_2+3f_1$	0	0	0	trique de la précédente
$2f_2+4f_1$	0	0	8	par rapport à la raie
				de fréquence $2f_2$
$3f_2-5f_1$	0	0	4	seules sont présentes
$3f_2-3f_1$	1	4	23	les raies paires en f_1 ;
$3f_2-f_1$	24	38	17	ce groupe de raies pré-
$3f_2$	0	0	0	sente une symétrie par
$3f_2+f_1$	24	38	17	rapport à la fréquence
$3f_2+3f_1$	1	4	23	$3f_2$.
$3f_2+5f_1$	0	0	4	

On constate donc la présence de groupes de raies présentant des symétries par rapport aux raies de fréquences f_2 , $2f_2$, $3f_2$, etc., mais tantôt ce sont les fréquences multiples impaires de f_1 qui se groupent autour de la raie centrale (de fréquence f_2 ou $3f_2$), tantôt ce sont les seuls multiples pairs de f_1 qui existent autour des raies de fréquences $2f_2$, $4f_2$, etc.

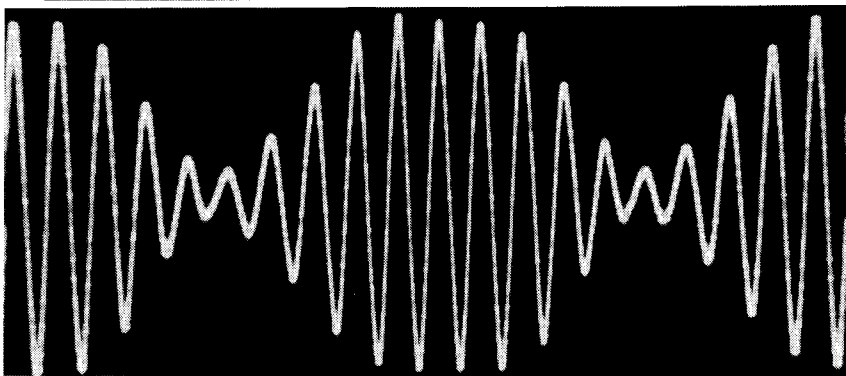
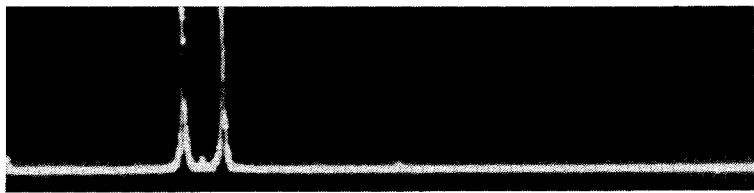
Ces spectres partiels ont tendance à s'élargir lorsque l'amplitude a croît. Corrélativement, les raies de fréquences $2f_2$ et $4f_2$ décroissent.

La raie de fréquence f_2 a toujours une amplitude égale à $\frac{b}{2}$, celle de la raie de fréquences $3f_2$ est toujours nulle.

L'analyseur proposé ne permet évidemment pas d'obtenir une précision comparable à celle qui permet de dresser le tableau ci-dessus, mais il permet très bien de retrouver les valeurs de la dizaine de raies les plus importantes.

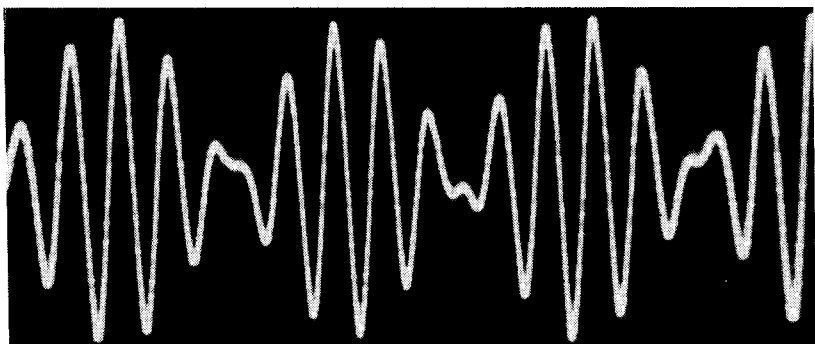
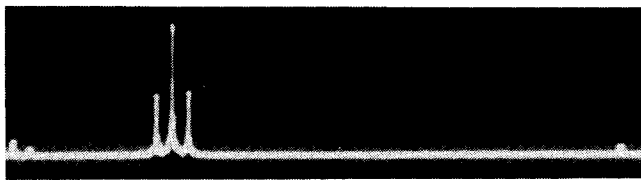
En isolant, à l'aide du filtre représenté sur la fig. 8, le groupe de raies centré sur f_2 , on obtient une onde modulée en amplitude à la fréquence f_1 . En modifiant les valeurs des capacités de ce filtre (3,77 nF soit 3,3 en parallèle avec 0,47 nF, au lieu de 15 nF), on isolera le groupe de trois raies situées autour de $2 \cdot f_2$ modulée sinusoidalement par un signal de fréquence $2 \cdot f_1$.

Groupe de photos n° 11 : Filtrages.

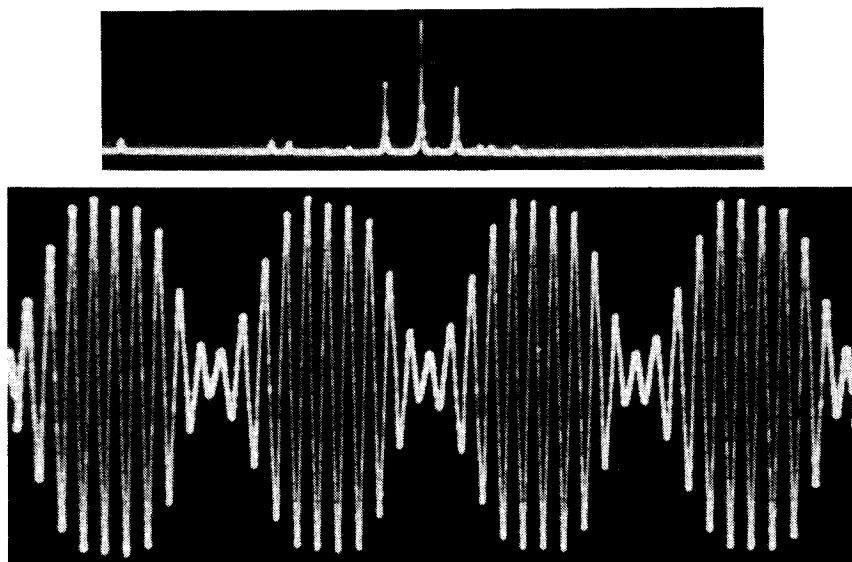


Filtrage des deux raies de fréquences respectives $f_2 - f_1$ et $f_2 + f_1$, présentes dans les spectres de $e^2(t)$ et de $|e(t)|$.

Représentation temporelle : battements de fréquence $2 f_1 = 4 \text{ kHz}$.



Filtrage du groupe de trois raies de fréquences $f_2 - f_1$, f_2 , $f_2 + f_1$, du spectre de $PP(e)$: onde de fréquence f_2 modulée à $f_1 = 2 \text{ kHz}$.



Filtrage du groupe de trois raies de fréquences $2f_2 - 2f_1$, $2f_2$, $2f_2 + 2f_1$, des spectres de $PP(e)$ et $|e(t)|$.

Onde de fréquence $2f_2$, modulée en amplitude à la fréquence $2f_1$.

c) VALEUR ASOLUE DE $e(t)$.

Le montage de la fig. 11 permet très facilement d'obtenir la tension $s'(t) = |e(t)|$ qu'on applique à l'entrée.

Il est basé sur la remarque selon laquelle si $s'(t) = |e(t)|$, alors :

$$\begin{aligned} \text{si } e \geq 0 & \quad s' = e \\ \text{si } e \leq 0 & \quad s' = -e. \end{aligned}$$

Il suffit, à partir de $e(t)$, d'élaborer deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$, telles que $u_1(t) = PP[e(t)]$ — c'est le montage de la fig. 9 — et $u_2(t) = PN[e(t)]$, c'est-à-dire $u_2 = 0$ si $e \geq 0$ et $u_2 = e$ si $e \leq 0$.

Le montage qui permet de réaliser la fonction $u_2 = PN[e(t)]$ s'obtient à partir de celui de la fig. 9 en changeant le sens de la diode.

Un dernier soustracteur, permettant de réaliser l'opération $u_1 - u_2$ donne bien $s'(t) = |e(t)|$.

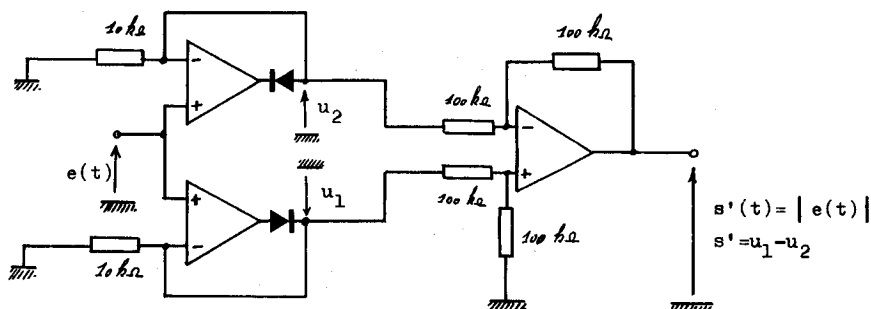


Fig. 11

Le spectre de la valeur absolue de $e(t)$ est lié à celui de sa partie positive.

On a en effet $e(t) + |e(t)| = 2 \cdot \text{PP}[e(t)]$, comme le montrent bien les graphes des trois fonctions identité, partie positive et valeur absolue qui sont représentés sur la fig. 12.

On en déduit l'égalité $|e| = 2 \cdot \text{PP}(e) - e$, si bien que le spectre de $|e(t)|$ s'obtient en doublant l'amplitude de toutes les

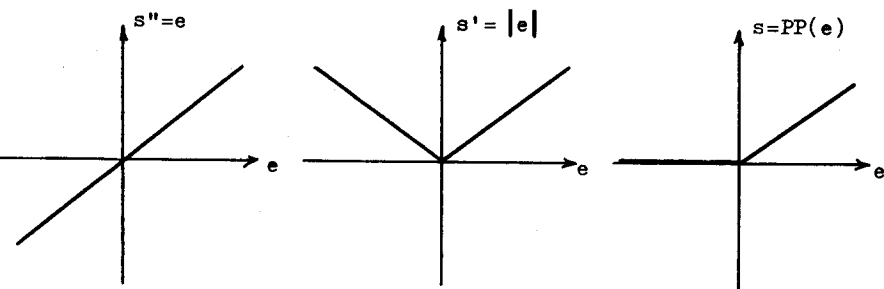


Fig. 12

raies de celui de $\text{PP}(e)$ et en retranchant respectivement a et b aux raies de fréquences f_1 et f_2 qui composent seules le spectre de $e(t)$.

Comme les amplitudes des raies de fréquences f_1 et f_2 dans le spectre de $\text{PP}(e)$ valent respectivement $a/2$ et $b/2$, on voit que ces deux raies sont absentes dans le spectre de $|e(t)|$. Groupe de photos n° 10.

Si, par exemple $a = 1$ V et $b = 1$ V, on aura une raie d'amplitude 0,54 V à la fréquence $f_2 - f_1$, une autre de même amplitude à la fréquence $f_2 + f_1$ et rien à la fréquence f_2 .

Le fait de sélectionner ces deux raies à l'aide du filtre de la fig. 8 fait apparaître une tension de la forme :

$$\cos \left[\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} \right) \cdot t + \varphi \right] \cdot \cos \left[\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} \right) \cdot t + \psi \right]$$

qui a l'allure caractéristique de battements à la fréquence $f_2 - f_1$.

Il est temps, maintenant, de nous intéresser à l'analyseur proprement dit. Nous en présenterons tout d'abord l'organisation, sans entrer dans les détails de chacun des organes qui le composent, puis, dans une dernière partie, nous donnerons des indications sur le calcul et la conception de ces divers éléments.

D. ORGANISATION DE L'ANALYSEUR.

La fig. 13 montre qu'il est construit autour d'un multiplieur.

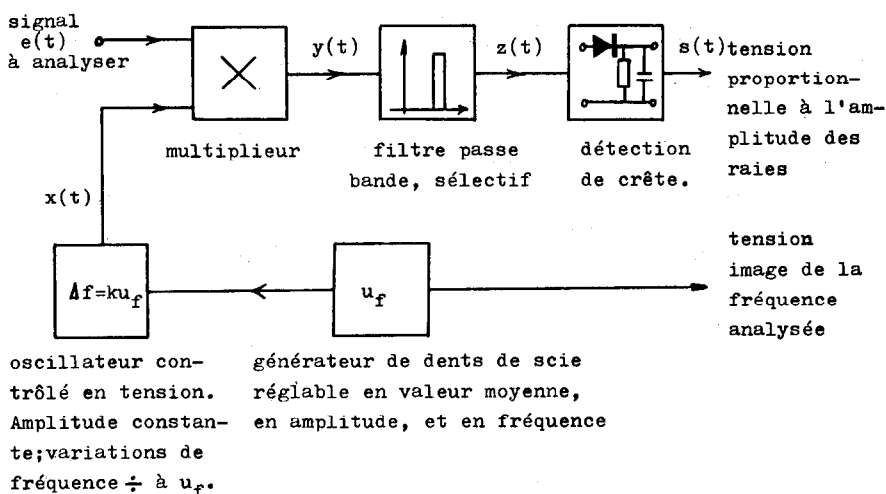


Fig. 13

Première approche qualitative.

Supposons que la fréquence centrale (fixe) du filtre sélectif suivant le multiplieur soit $f_0 = 40$ kHz. Supposons également que, sous l'action de la tension u_f , la fréquence de l'oscillateur local varie lentement de 40 kHz à 120 kHz, et que cette variation soit

proportionnelle à u_f de manière à ce qu'une augmentation de 1 V de la tension u_f produise un accroissement de fréquence de 10 kHz de la tension de sortie de l'oscillateur local.

Supposons en outre que la tension d'entrée $e(t)$ soit de la forme :

$$e(t) = a_0 + a_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) + a_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t + \varphi_2).$$

Prenons par exemple $\omega_1 = 2\pi f_1$, avec $f_1 = 15$ kHz et $\omega_2 = 2\pi f_2$, avec $f_2 = 58$ kHz.

Au début de la séquence, la fréquence de l'oscillateur local vaut 40 kHz. Le multiplieur effectue donc le produit de $e(t)$ par une tension sinusoïdale de la forme $x = b \cdot \cos \omega t$.

Il est évident que la tension $y(t)$, qui résulte de ce produit, contient 5 composantes sinusoïdales aux fréquences 40 kHz [produit de a_0 par $x(t)$], 25 kHz ($40 - 15$), 55 kHz ($40 + 15$), 18 kHz ($58 - 40$) et enfin 98 kHz.

Le filtre sélectif isole la tension de fréquence 40 kHz, si bien que la tension $z(t)$ n'est pas nulle et que le détecteur situé en bout de chaîne fournit une tension continue proportionnelle à a_0 .

On a donc : $s \doteq K \cdot a_0$ pour $u_f = 0$.

Un instant plus tard, la fréquence de l'oscillateur local a augmenté, si bien qu'aucune des composantes du spectre de $y(t)$ ne possède la fréquence $f_0 = 40$ kHz que le filtre sélectif peut, seule, laisser passer. La tension $z(t)$ est donc nulle ainsi que la sortie $s(t)$.

Lorsque la fréquence de la tension $x(t)$ sera passée à 55 kHz, les fréquences présentes dans le spectre de $y(t)$ seront : 55, 40, 70, 3 et 113 kHz. Il y aura donc de nouveau réponse de l'ensemble

filtre-détecteur et la tension s aura pour valeur $\frac{K \cdot a_1}{2}$.

Il est facile de voir que le troisième signal s non nul sera obtenu lorsque la fréquence de $x(t)$ vaudra 98 kHz, c'est-à-dire

lorsque u_f vaudra 5,8 V. Sa valeur sera, bien sûr, égale à $\frac{K \cdot a_2}{2}$.

Ainsi, sur l'écran de l'enregistreur (oscillographe à mémoire, ou oscillographe à écran rémanent — même très légèrement — ou table traçante X—Y), on verra apparaître trois raies proportionnelles à a_0 , a_1 et a_2 , d'abscisses 0, 1,5 et 5,8 V, c'est-à-dire proportionnelles aux fréquences des composantes sinusoïdales de $e(t)$.

A part le fait, déjà signalé, que la raie de fréquence nulle a une amplitude deux fois trop élevée pour ce type de décomposition, on aura bien, sur l'enregistreur, une image du spectre considéré.

Etude du plan des fréquences ; nécessité d'un filtrage de l'entrée.

Soit f_m la fréquence la plus élevée présente dans le spectre de l'entrée $e(t)$. La fig. 14 représente la décomposition de $e(t)$ sur la base des fonctions complexes du type $e^{i\omega t}$. Comme $e(t)$ est réelle, le spectre obtenu est symétrique.

La multiplication par la tension $x(t) = b \cdot \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2}$,

donne, pour $y(t)$ un spectre qui se déduit de celui de $e(t)$ par deux translations horizontales d'amplitudes (variables) f et $-f$

si $\omega = 2\pi f$. (Il y a également une affinité de rapport $\frac{b}{2}$ qui est de moindre importance).

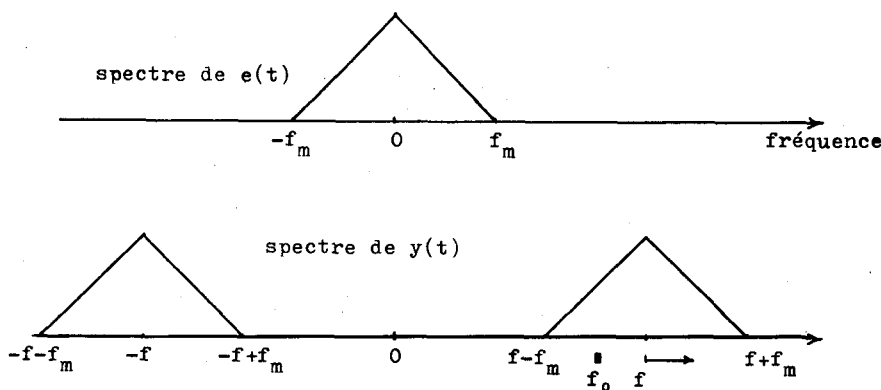


Fig. 14

On conçoit que le fait de déplacer lentement la fréquence f de la valeur f_0 (fréquence fixe du filtre sélectif), jusqu'à une valeur f'' supérieure à $f_0 + f_m$, a pour effet de faire défiler devant la « fenêtre » f_0 la partie positive du spectre de $e(t)$.

Si, même, la fréquence de départ de la tension auxiliaire $x(t)$ est $f' < f_0$, on voit qu'une partie du spectre « négatif » de $e(t)$ apparaîtra sur l'écran, à gauche de la fréquence nulle.

Ainsi, puisque nous avons dit que l'analyseur est construit pour pouvoir observer, le cas échéant, la partie négative des spectres jusqu'à -25 kHz, c'est que, compte tenu de ce que la

fréquence centrale du filtre sélectif est proche de 40 kHz, la fréquence la plus basse de l'oscillateur local est réglée à $f'_{min} = 15$ kHz.

Disons un mot de la possibilité que nous avons indiquée de mesurer très précisément au fréquencemètre la fréquence de telle ou telle raie. Elle est liée au fait qu'on peut ajuster « à la main », la tension u_f pour faire apparaître cette raie sur l'écran. Il suffit de mesurer la fréquence de la tension $x(t)$ de sortie de l'oscillateur local lorsque la raie apparaît. D'après ce qui précède, cette fréquence vaut $f_1 + f_0$ si f_1 est la fréquence de la raie recherchée et f_0 celle du filtre sélectif. Il suffit dès lors de connaître f_0 ou de mesurer préalablement cette grandeur pour connaître f_1 . Notons que pour mesurer f_0 , on mesure la fréquence de l'oscillateur local lorsque la raie de fréquence nulle apparaît.

La fig. 15 montre que lorsque f_m est élevée, deux raies de fréquence f_a et f_b peuvent parfaitement passer en même temps devant la fenêtre du filtre sélectif.

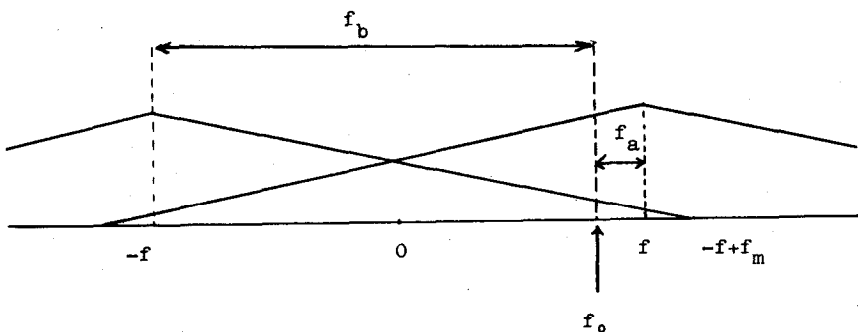


Fig. 15

Les fréquences f_a et f_b sont telles que $f - f_a = f_0$ et $-f + f_b = f_0$. Autrement dit, $f_b - f_a = 2f_0$.

Avec nos valeurs numériques, par exemple, si le spectre de $e(t)$ comporte deux raies de fréquences $f_a = 15$ kHz et $f_b = 95$ kHz, ces deux raies apparaîtront confondues sur l'écran, à la place de la seule raie de fréquence f_a que nous souhaiterions voir à cet endroit.

Ce phénomène est donc gênant et il faut y remédier.

Notons qu'il peut avoir lieu dès que la condition $-f + f_m > f_0$ est réalisée.

Nous limiterons donc, grâce à un filtre passe-bas, la fréquence maximale f_m de la tension $e'(t)$ transmise à l'analyseur, à la valeur $f_m = 80$ kHz.

Dans ces conditions, si la fréquence f de l'oscillateur local évolue entre une valeur minimale $f' = 40$ kHz et une valeur maximale f'' supérieure ou égale à 120 kHz, comme cela est nécessaire pour observer la totalité du spectre positif de $e'(t)$, la condition $-f + f_m > f_0$ ne pourra pas être réalisée et aucune confusion ne sera possible.

Par contre, même avec ce filtrage, si nous voulons observer la partie négative d'un spectre, à partir de -25 kHz, nous devons, pour cela, nous l'avons vu, prendre pour plus basse fréquence de l'oscillateur local $f' = 15$ kHz. La condition $-f + f_m > f_0$ est alors réalisée si f_m est supérieure à 55 kHz. Autrement dit, si le spectre de $e(t)$ comporte une raie comprise entre 55 et 80 kHz, en observant la partie négative de son spectre comprise entre -25 et 80 kHz, nous aurons une raie parasite. Nous n'userons donc de la possibilité de regarder la partie négative d'un spectre que si nous sommes certains que celui-ci ne possède pas de composante susceptible de provoquer une confusion, c'est-à-dire située dans la bande 55—80 kHz.

E. LES DIFFERENTES FONCTIONS ASSOCIEES DANS L'ANALYSEUR.

1° Le filtre passe-bas de bande passante 80 kHz situé à l'entrée.

Il faut que sur la totalité de la bande (0, 80 kHz), la fonction de transfert de ce filtre soit très proche de l'unité, ce qui fait penser à un filtre de Butterworth, dont la fonction de transfert possède un module de la forme $A(f) = 1/\sqrt{1 + (f/f_c)^{2n}}$.

Malheureusement cette fonction de transfert décroît assez lentement dans la zone immédiatement supérieure à f_c . Nous avons donc constitué un filtre dont la fonction de transfert présente une très légère ondulation (inférieure à 5 %), dans la bande (0,80 kHz), mais qui, par la suite coupe plus vite. (Il est quand même assez proche de la structure de Butterworth correspondant à $n = 6$).

La technologie utilisée est celle des circuits passifs (bobines et condensateurs), qui convient très bien dans cette zone de fréquences.

Un amplificateur opérationnel monté en adaptateur d'impédance permet d'obtenir une impédance d'entrée de l'analyseur égale à 1 M Ω .

La fréquence de coupure à 1 db est de 78 kHz ; à 82 kHz, on a une atténuation de 3 db et, à 90 kHz : 10 db.

On peut vérifier ces performances avant le montage des éléments, ou après, en analysant une tension sinusoïdale pure dont on fait varier la fréquence de 0 à 100 kHz. On doit obtenir une

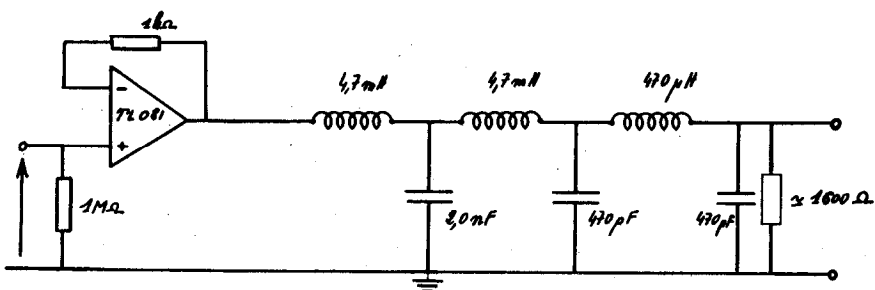


Fig. 16

raie qui se déplace en gardant son amplitude constante jusqu'à 80 kHz et qui décroît très vite par la suite. Suivant la qualité des bobines que l'on utilisera, il se peut que l'on ait à retoucher légèrement la résistance de sortie pour obtenir une fonction de transfert parfaitement plate. J'ai utilisé des bobines C.L.O. On peut modifier les valeurs des éléments, à condition de respecter la règle de correspondance. $L \cdot C = c^{ste}$ et $R \cdot C = c^{ste}$.

Ainsi un filtre du même ordre, constitué avec des bobines de 2,22 mH, 2,22 mH et 220 μ H, des capacités de 4,4 nF, 1 nF et 1 nF, et enfin une résistance de 730 Ω , aurait exactement les mêmes caractéristiques.

2° Le multiplieur.

Il réalise parfaitement, dans le domaine de fréquences considéré, la multiplication de la tension $e'(t)$ issue du filtre, avec celle qui est générée par le wobulateur local. Nous avons utilisé le circuit intégré AD 534 JD représenté sur la fig. 6. Il génère peu de bruit et son impédance d'entrée différentielle est de 10 M Ω .

3° Elaboration d'une tension sinusoïdale de fréquence réglable par tension.

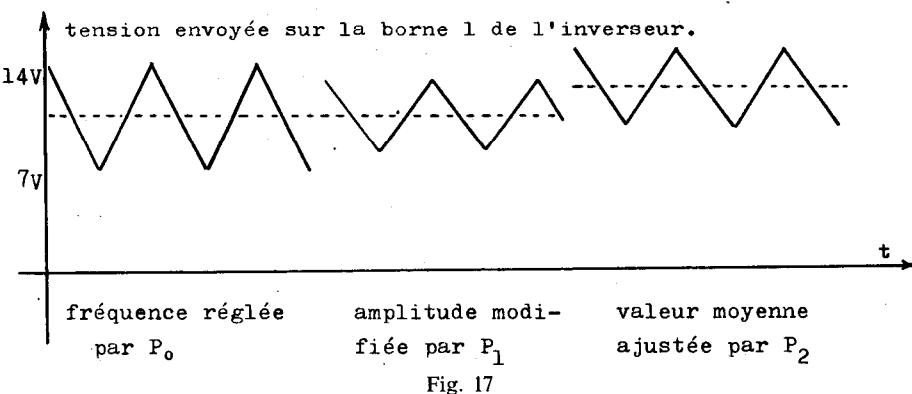
L'oscillateur local est un circuit intégré de marque Intersil : ICL 8038. Nous l'avons choisi en fonction de la très bonne linéarité de la conversion tension-fréquence qu'il permet. Il est très répandu.

La fréquence de la tension qu'il délivre dépend de la capacité du condensateur que l'on branche entre sa borne 10 et la tension d'alimentation -15 V. Elle varie en outre avec la tension que l'on applique sur sa borne 8. Si celle-ci, par exemple, varie de 14 V à 7 V, avec les valeurs portées sur le montage de la fig. 18, cette fréquence passe de 10 à 120 kHz.

La tension appliquée à la borne 8 n'est donc pas l'image de la fréquence (elle varie en sens inverse), d'où le rôle du montage construit autour du dernier amplificateur de ce bloc qui a pour effet de changer le signe de la tension et d'en supprimer la composante continue avant de l'appliquer à l'entrée X de l'enregistreur.

Un inverseur I permet de choisir entre un balayage automatique en fréquence ou une exploration manuelle. Dans ce dernier cas (position 2) le potentiomètre P_3 permet de faire varier la fréquence.

Le balayage automatique (position 1 de l'inverseur I) nécessite l'élaboration d'une tension de très basse fréquence évoluant selon une fonction linéaire par morceaux (fig. 17), de manière à ce que la vitesse de balayage en fréquence soit (au signe près), la même à l'aller et au retour du spot.



Cette tension est fournie par un circuit intégré également très répandu, peu coûteux, le XR 2206. Elle doit, à partir de la borne 2 de ce circuit, subir quelques décalages, et amplifications avant de pouvoir moduler la fréquence de l'oscillateur ICL 8038.

La fréquence de balayage est réglée par le potentiomètre P_0 , l'excursion de fréquence, par P_1 et le centre de la bande analysée, par P_2 .

Les quatre amplificateurs opérationnels du montage de la fig. 18 font partie du même boîtier du circuit intégré TL 084.

Il suffit d'adjoindre à cet ensemble un amplificateur de puissance pour obtenir un excellent wobulateur (voir annexe et B.U.P. n° 637).

4° Filtrage sélectif.

Il faut réaliser un filtre dont on puisse régler la sélectivité. En effet, lors du cadrage d'un spectre, du réglage des amplifications, etc., on désire que celui-ci soit balayé rapidement. Il faut alors diminuer la sélectivité du filtre, car celui-ci répond d'autant plus rapidement qu'il est moins sélectif (bande passante et temps de réponse varient de manière inverse l'un de l'autre). Au contraire, lorsque l'on désire pratiquer des mesures, et isoler des raies proches les unes des autres, il faut réduire au maximum la bande passante de l'amplificateur sélectif, et accroître d'autant son amplification.

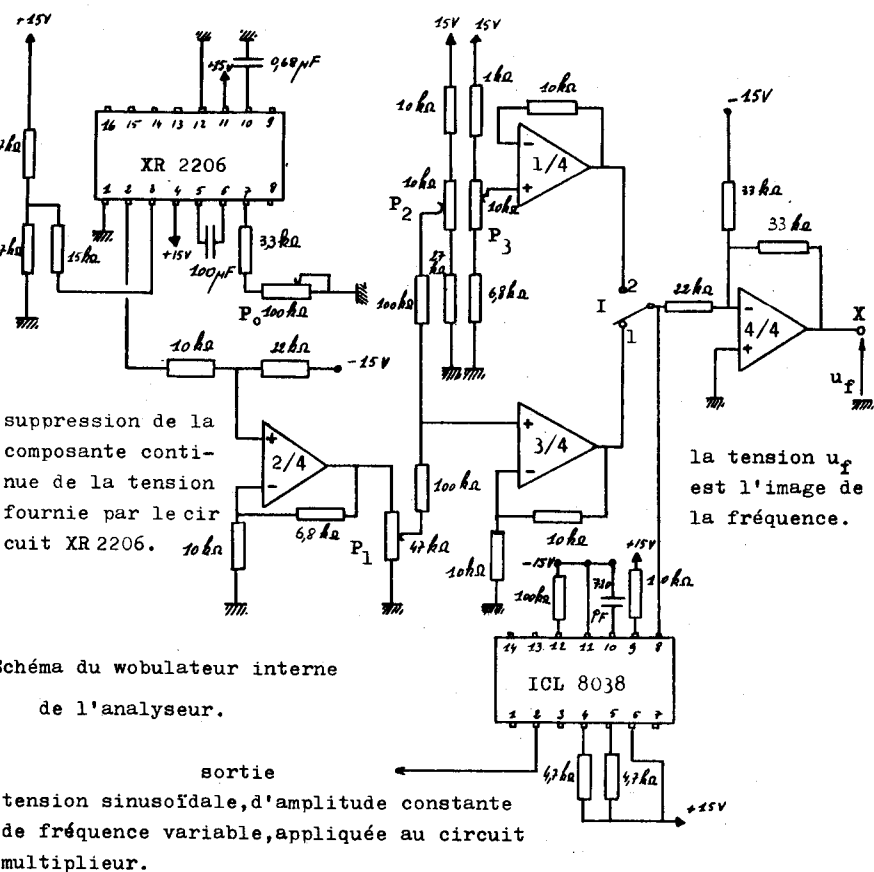
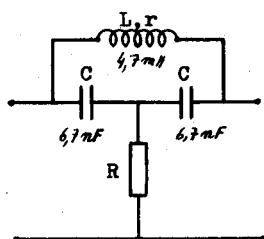


Fig. 18

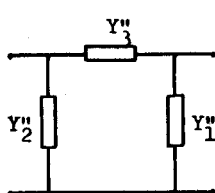
Ce résultat est obtenu en établissant une réaction sélective sur un amplificateur opérationnel, comme le montre la fig. 19.

Le Té ponté de la fig. 19 a est en effet équivalent au quadri-pôle en Pi représenté sur la fig. 19 b. L'admittance Y''_3 a pour expression :

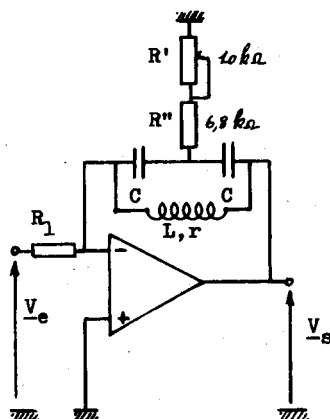
$$Y''_3 = \frac{1}{r + jL\omega} - \frac{1}{1/RC^2\omega^2 + 2j/C\omega}$$



19a



19b



19c

Fig. 19

Les valeurs des autres admittances sont sans importance puisque, dans le montage de la fig. 19 c, Y''_1 serait branchée entre la sortie et la masse d'un générateur d'impédance de sortie négligeable, donc n'aurait aucun effet, tandis que Y''_2 serait branchée entre l'entrée inverseuse (au potentiel nul) et la masse, et, par conséquent, n'aurait, sous réserve de ne pas s'annuler, aucun effet. Or Y''_2 ne peut s'annuler.

Tout se passe donc comme si l'amplificateur de la fig. 19 c, supposé fonctionner en régime sinusoïdal, était monté comme

l'indique la fig. 20 où l'impédance $Z'' = \frac{1}{Y''}$ vaut, en posant $p = j\omega$:

$$Z'' = \frac{(2RCp + 1) \cdot (Lp + r)}{LRC^2p^3 + RrC^2p^2 + 2RCp + 1}$$

On conçoit que le coefficient d'amplification de ce montage soit infini pour la pulsation ω_0 qui annule Y'' , soit :

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{L \cdot C}}$$

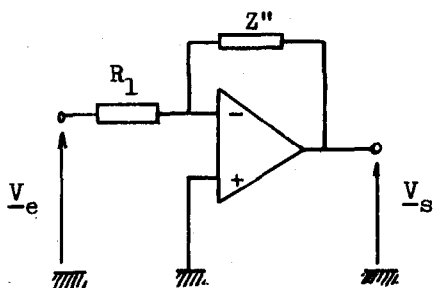


Fig. 20

Mais ceci ne peut se produire que si la résistance R (égale en fait, comme le montre la fig. 19 c), à $(R'_{\text{variable}} + R''_{\text{fixe}})$ vaut :

$$R_0 = \frac{L}{2rC}.$$

Pour les valeurs de R supérieures à R_0 , la fonction de transfert $H(p) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{-Z''(p)}{R_1}$ est une fraction rationnelle dont les pôles ont une partie réelle négative : le système est stable ; il est d'autant plus sélectif pour la fréquence :

$$f_0 = \frac{1}{\pi \sqrt{2L \cdot C}} = 40,1 \text{ kHz},$$

que R est proche de sa valeur critique R_0 .

Si R devient inférieure à R_0 , l'un des pôles de la fonction de transfert acquiert une partie réelle positive, et le système, rendu instable, se met à osciller. (On remarque que pour $R = R_0$, le pôle de la fonction de transfert est justement $p = j\omega_0$, imaginaire pur).

En conclusion, on augmente la sélectivité du filtre en diminuant R . Si on franchit la valeur R_0 , cela n'entraîne aucune conséquence grave, le spot de l'oscillographe s'échappe seulement vers le haut de l'écran.

5° Détection sans seuil.

L'analyseur permet de comparer des raies de hauteurs très inégales. Il ne faut donc perdre aucune information comme cela se produirait si l'on pratiquait une détection d'enveloppe sans prendre de précaution. La diode de détection, en effet, présente un « seuil » qui aurait pour effet de « gommer » les raies de très faibles amplitudes.

On ajoute donc au signal qui sort du filtre sélectif, avant de l'envoyer sur le détecteur d'enveloppe, une tension continue positive (A.2, ne pas oublier que l'amplificateur modifie le signe de la tension d'entrée).

Il suffit, ensuite, d'enlever cette composante continue, et c'est le rôle de la dernière partie de ce montage : l'amplificateur opérationnel A₃ sert d'adaptateur d'impédance (montage séparateur), ainsi que A₄.

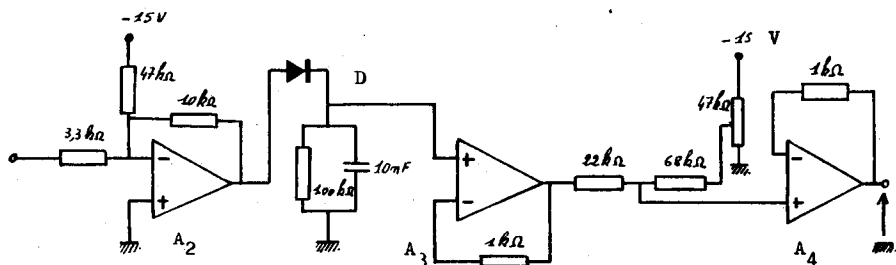


Fig. 21

La diode D est une diode de détection, à pointe.

Les trois amplificateurs opérationnels A₂, A₃ et A₄, font avec celui qui est utilisé pour la confection de l'amplificateur sélectif, partie du même boîtier TL 084.

L'ensemble du montage absorbe une intensité voisine de 80 mA fournie par l'alimentation positive (+ 15 V), et une intensité encore plus faible de la part de l'alimentation négative.

Le schéma général de l'analyseur de spectres est reporté sur la fig. 22, tandis que le dessin de l'un des circuits imprimés que nous avons réalisé, avec le schéma d'implantation correspondant, est donné en annexe. Il ne représente certainement pas un modèle !

F. CONCLUSION.

Nous avons cherché, dans la constitution de cet analyseur, à faire, chaque fois que cela ne nuisait pas à l'efficacité du dispositif, œuvre de pédagogie. La Physique que nous enseignons peut servir : les circuits couplés pour réaliser un filtre passe-bande, un Té ponté pour un amplificateur sélectif, une association de bobines et de capacités pour réaliser un filtre passe-bande, etc. se montrent parfaitement « à la hauteur ». C'est réconfortant.

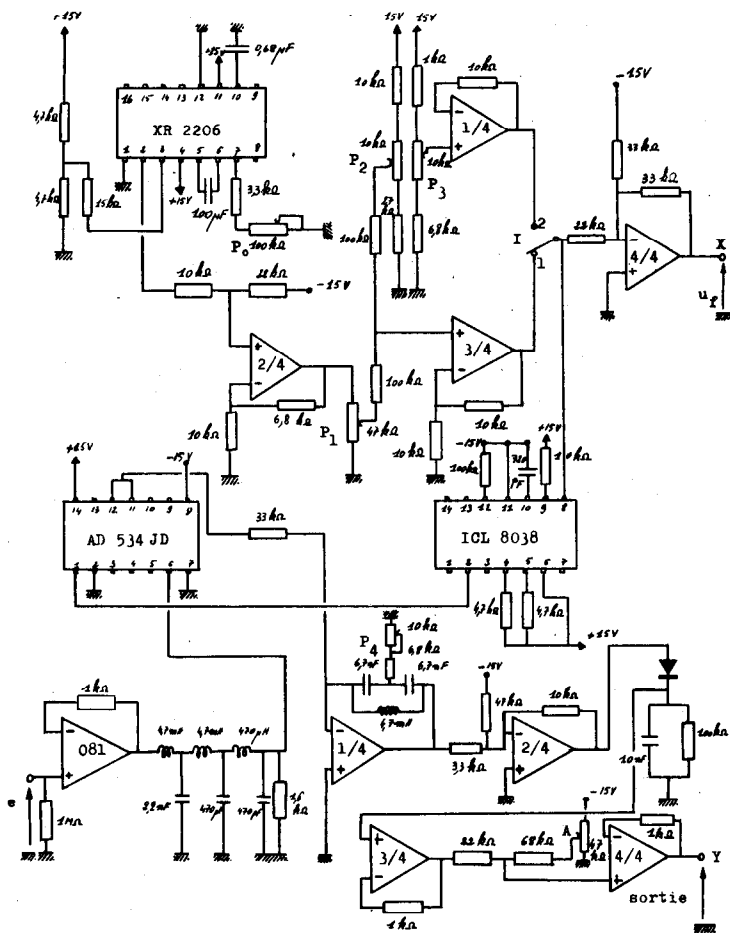
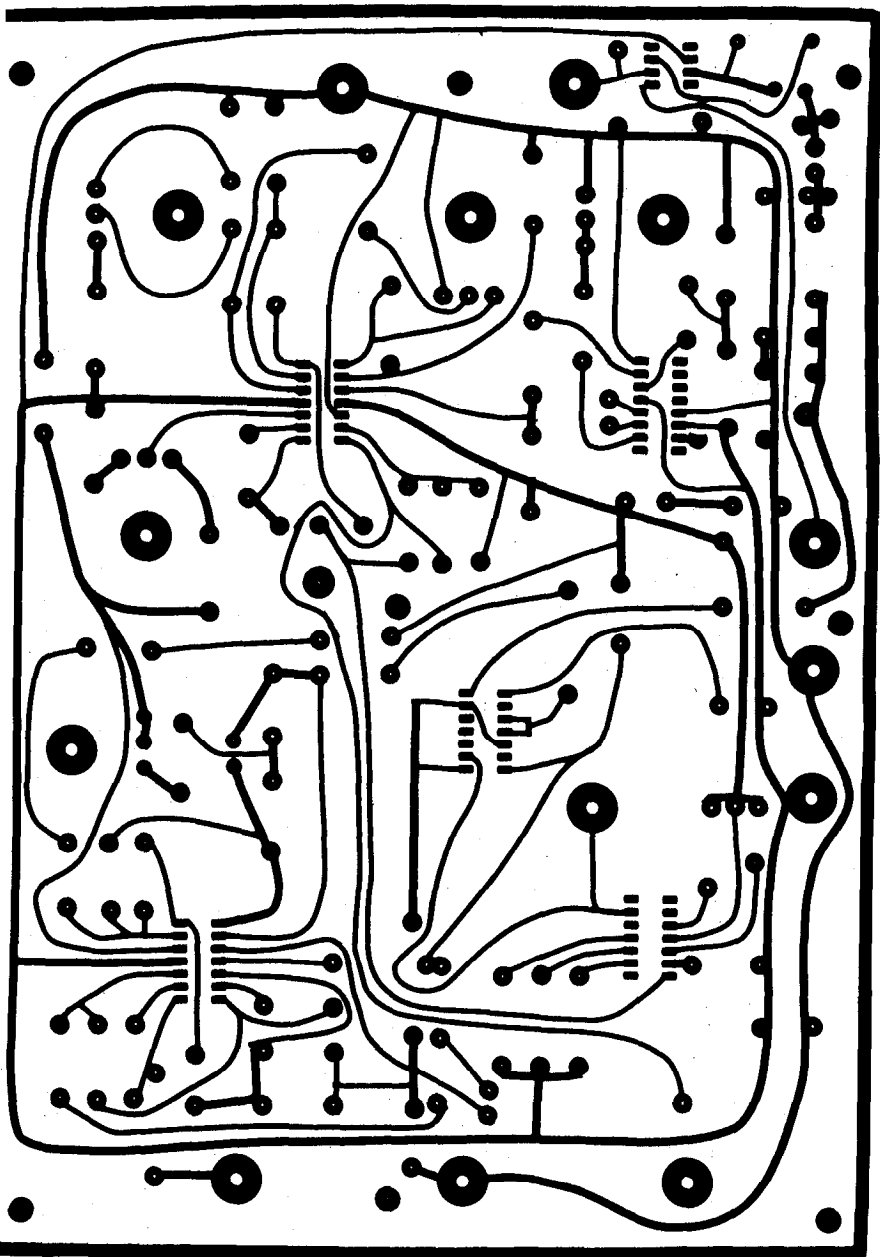
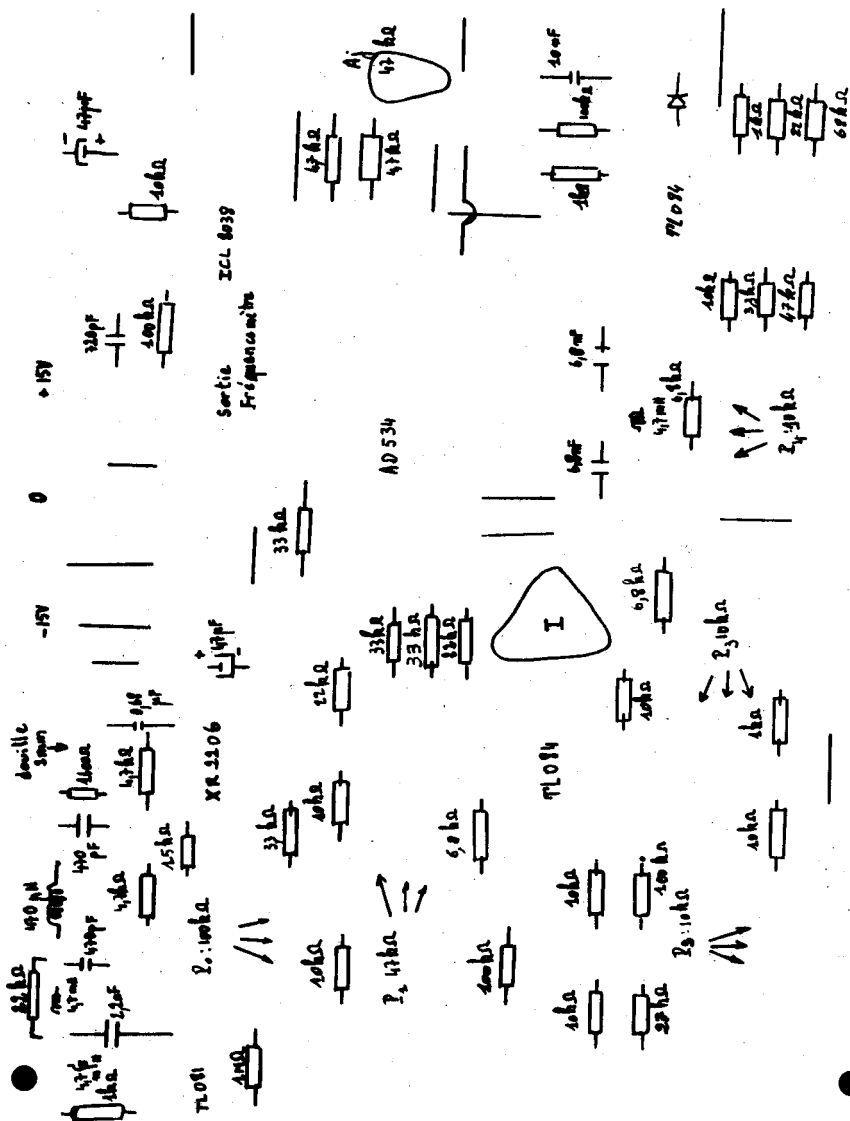


Fig. 22

ANNEXE 1



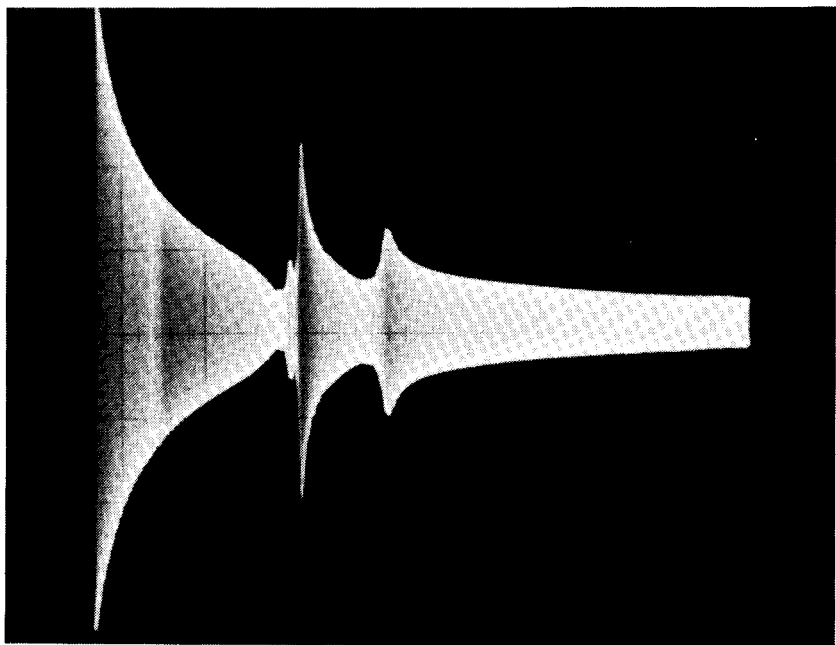


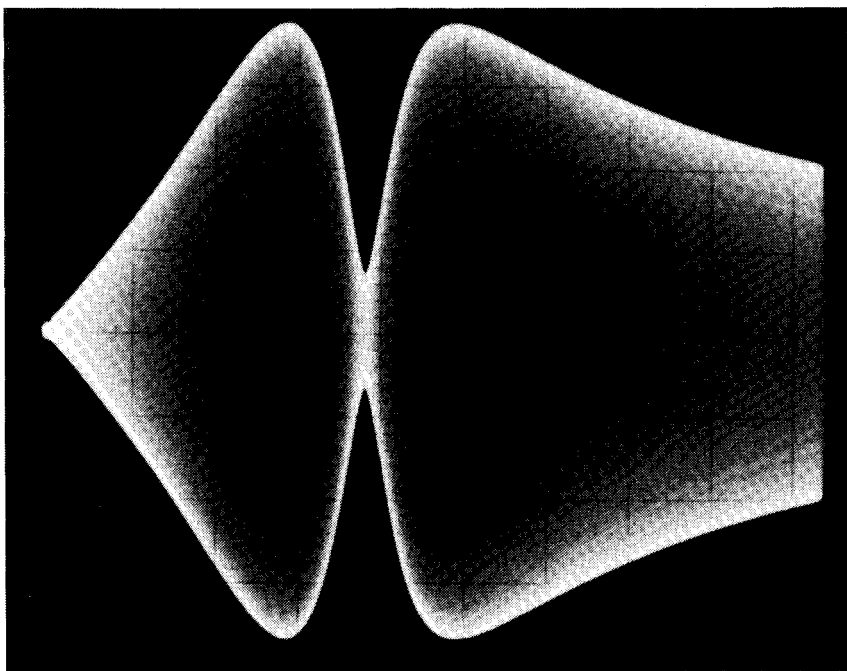
ANNEXE 2

Pour terminer ce trop long article, nous indiquons le schéma d'un wobulateur d'excellente qualité que l'on peut construire à partir des éléments de base de l'analyseur de spectres décrit précédemment.

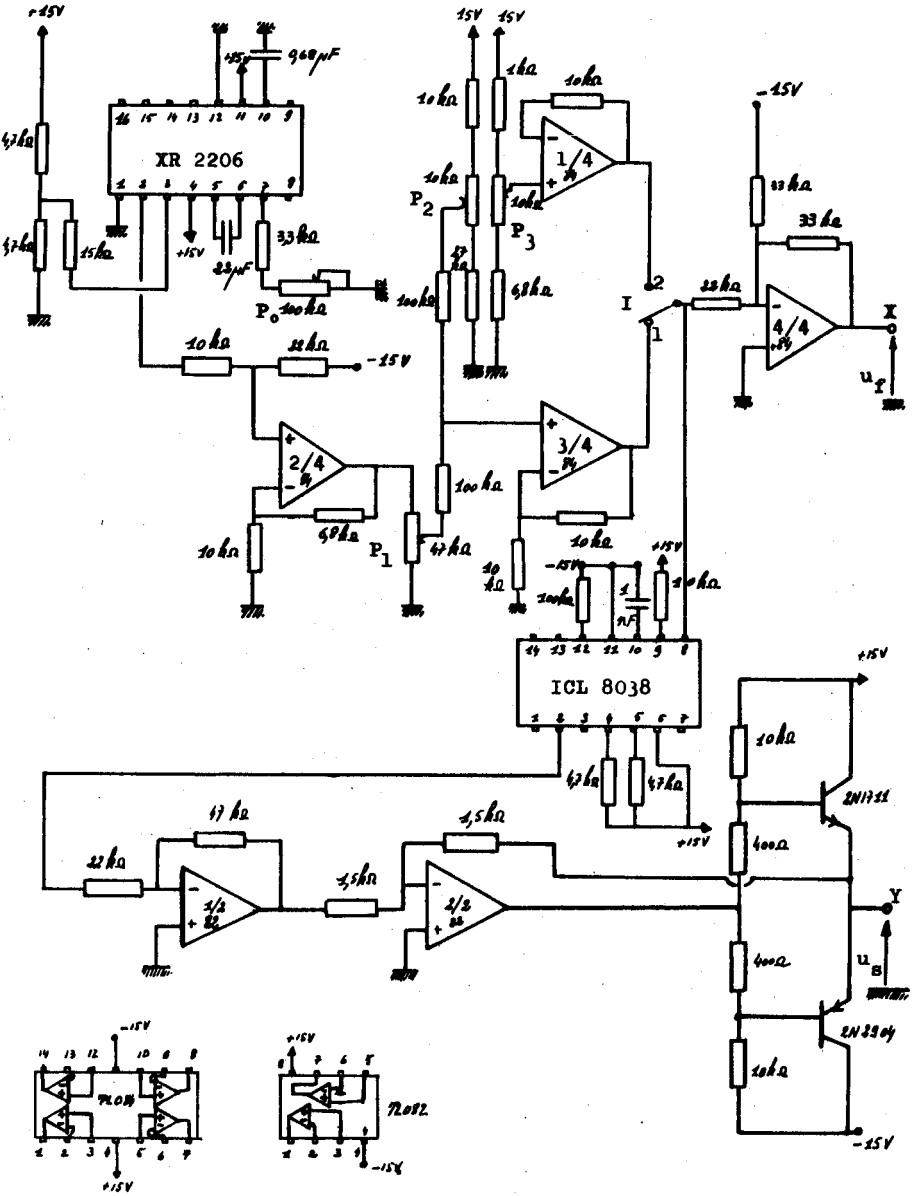
Le fait que l'on puisse régler l'excursion de fréquence, ainsi que la fréquence centrale permet d'obtenir des figures plus esthétiques, comme en témoignent les deux photographies reproduites ci-après.

La première représente les variations de l'impédance d'un transducteur à ultrasons (B.U.P. n° 49, p. 353), lorsque la fréquence varie, (il y a là de la belle Physique !), la seconde, beaucoup plus simplement, traduit la variation, en fonction de l'impédance d'un dipôle formé d'un circuit bouchon en parallèle avec un circuit résonnant série.





WOBULATEUR : 10 à 100 kHz



FONCTIONNEMENT.

Le circuit intégré XR 2206 fournit sur sa broche n° 2 une tension en dents de scie dont la fréquence se règle grâce au potentiomètre P_0 .

Le condensateur de 22 μF qui doit être placé entre les bornes 5 et 6 de ce circuit est, en fait, un condensateur chimique dont la polarité est sans importance (l'amplitude de la tension qu'il supporte est faible).

Le potentiomètre P_1 règle l'amplitude de la dent de scie, autrement dit, l'excursion de fréquence du wobulateur.

Le potentiomètre P_2 permet, lui, de faire varier la fréquence centrale du wobulateur.

L'interrupteur inverseur I permet de passer en position de réglage manuel de la fréquence (position 2), ou en wobulateur proprement dit : (1).

En réglage manuel de la fréquence, on dispose d'un générateur de signaux sinusoïdaux dont la fréquence se règle grâce au potentiomètre P_3 .

La tension image de la fréquence (à une translation près) est disponible sur la borne X.

La tension sinusoïdale wobulée est générée par le circuit intégré ICL 8038. Pour que la tension délivrée par ce circuit soit bien sinusoïdale, ce circuit doit être chargé très faiblement : d'où la présence d'une résistance de 22 $\text{k}\Omega$ dans le premier étage de l'amplificateur de sortie.

L'étage de puissance est constitué d'un montage push-pull à deux transistors. Placer un petit radiateur sur chacun de ces transistors. Dans le cas de manipulations d'élèves, il sera bon de placer en série sur la borne Y, une résistance de 47 Ω , 1 W. Ainsi, l'impédance de sortie du wobulateur sera voisine de 50 Ω , et l'étage de sortie sera parfaitement protégé.

La tension de sortie, sur la borne Y, possède une valeur efficace voisine de 5 V. On pensera à découpler le montage par deux condensateurs chimiques de 100 μF placés entre + 15 V et la masse et - 15 V et la masse.
