

Bulletin de l'Union des Physiciens

Association de professeurs de Physique et de Chimie

Flatland, le plat pays

par Claudine BÉTRENCOURT, Jean-Claude DEROCHE,
Etienne GUYON, Jean-François SADOE,

Physique S.N.V. (Sciences de la Nature et de la Vie)
Bât. 333, Université Paris-Sud, 91405 Orsay.

I. INTRODUCTION.

L'enseignement de la physique en Sciences de la Nature et de la Vie (S.N.V.) en D.E.U.G. B, qui peut être également considéré comme formation complémentaire à des étudiants peu motivés par les sciences exactes, n'a pas suscité en France un intérêt comparable à celui existant dans les pays anglo-saxons. Les programmes sont souvent chez nous des variantes « affaiblies » de ceux pour des étudiants scientifiques (type D.E.U.G. A) [2], et les méthodes pédagogiques utilisées restent à peu près les mêmes.

Nous avons précédemment cherché à montrer, en nous appuyant sur des thèmes très peu ou pas enseignés en D.E.U.G. A, que l'on pouvait développer des qualités propres aux étudiants en S.N.V. de deux façons complémentaires : en illustrant ces sujets par des exemples proches de leurs intérêts ; en créant une rupture, au niveau des méthodes, avec une situation d'échec en physique souvent rencontrée chez ces étudiants. Ainsi nous avons précédemment montré sur les exemples de l'étude de la physique des empilements [3] et de celle des interfaces [4], comment il était possible de créer une prise en charge descriptive des phénomènes observés se prêtant à une approche inductive [5] des lois physiques, et comment ces problèmes s'ouvraient très directement vers l'étude de phénomènes naturels les concernant. La présente note est relative à un enseignement semestriel que nous avons pratiqué plusieurs années en D.E.U.G. B-2. Nous avons dégagé les caractéristiques originales des empilements à deux dimensions (pavage) et introduit dans l'étude des interfaces, des modèles particuliers.

Nous avons adressé cet article au B.U.P. parce que, nous semble-t-il, un bon nombre de ces exemples pourraient être pris en charge dans des classes de niveau élémentaire, développant le sens de l'observation et de la « géométrisation », éléments cruciaux d'un apprentissage en physique [6].

II. LA MATIERE A DEUX DIMENSIONS...

a) existe...

La matière à 2 D existe de façon autonome. La surface d'un corps possède des propriétés spécifiques distinctes de celles du volume (3 D). Son organisation, ses propriétés (réactivité, ondes de surface...), sa nature même (oxyde, film superficiel...) peuvent être bien différentes de celles à 3 D. Le faible rapport surface sur volume nous fait parfois oublier les effets de surface mais ceux-ci sont toujours essentiels pour des systèmes de petite taille ou des structures divisées telles que les poreux ou encore des matériaux feuilletés : le graphite exfolié en fournit un exemple limite avec des surfaces spécifiques allant jusqu'à plusieurs centaines de m^2/g . Ce matériau est à l'origine de nombreuses études actuelles « d'intercalation » d'atomes à l'intérieur de ces structures. La phase intercalée représente en ce sens une phase 2 D plus ou moins couplée au substrat. Un film monomoléculaire d'acide gras formé à la surface de l'eau en est un autre exemple. La réalisation de films libres, tels que les multicouches smectiques de MEYER et PINDAK [7] tendues au-dessus d'un trou fait dans une plaque rigide, en donne une illustration modèle. La stabilité de ces diverses phases repose sur l'état d'ordre partiel qui y règne (généralement smectique, fait de molécules alignées parallèlement entre elles).

b) ... et l'on peut l'étudier directement...

On dispose de moyens de caractérisation pratiquement aussi riches et variés pour ces systèmes que pour la matière à 3 D. Par exemple, la spectroscopie à électrons lents permet d'étudier la structure (diffusion élastique) ou l'état d'énergie (diffusion inélastique) des atomes en surface ; le microscope à effet de champ permet de voir les atomes du bout d'une pointe de tungstène ; la microbalance à quartz mesure la variation de fréquence de résonance d'un quartz vibrant lorsqu'une mince couche de quelques Å est déposée sur la surface ; l'ellipsométrie mesure des épaisseurs optiques du même ordre de grandeur. Ces divers outils ont, depuis les années 60, fait très largement progresser notre connaissance de la physique microscopique des surfaces.

Mais, ne l'oublions pas, c'est aussi de la géométrie à 2 D que nous faisons lorsque nous décrivons un empilement ou un pavage sur une surface macroscopique. Notre environnement actuel donne

de nombreux exemples concrets qui justifient ce type d'étude au-delà même de son utilisation dans les modèles particuliers qui visent à représenter, à notre échelle, un univers macroscopique. C'est à de tels exemples macroscopiques que nous ferons essentiellement référence par la suite.

III. LE PAVAGE DU PLAN.

a) Pavages réguliers.

Les jeux des jeunes enfants montrent bien que la notion de pavage du plan est très intuitive. Pourtant, la description de la couverture d'une surface par des polygones intervient en physique à 2D parfois très subtilement.

La relation d'EULER [8] va nous guider dans la description de quelques-uns des pavages les plus courants. Le nombre de sommets (S), arêtes (A) et faces (F) d'une portion de pavage du plan sont reliés entre eux par une relation linéaire :

$$S - A + F = m. \quad (1)$$

La fig. 1 propose une justification de cette relation.

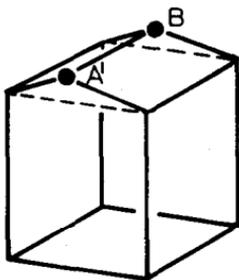


Fig. 1. — Formule d'Euler. Cette relation entre le nombre de sommets S, de faces F, et d'arêtes A, d'un polyèdre s'écrit : $S - A + F = 2$. Il est possible de la démontrer en remarquant qu'une face coupée en deux introduit : 2 sommets, 2 faces et 5 arêtes à la place de 0 sommet, 1 face et 2 arêtes, donc :

$$\Delta S = 2, \quad \Delta F = 1 \quad \Delta A = 3$$

et
$$\Delta S - \Delta A + \Delta F = 0.$$

Si la relation d'Euler est vérifiée pour un polyèdre quelconque, elle sera donc vraie pour tous les polyèdres. On peut la vérifier pour un tétraèdre et donc l'étendre à tous les polyèdres.

On pourra faire vérifier à l'élève cette dernière relation sur un dallage plan quelconque (fig. 2) afin de lui donner un premier aperçu d'une loi topologique. La valeur du deuxième membre,

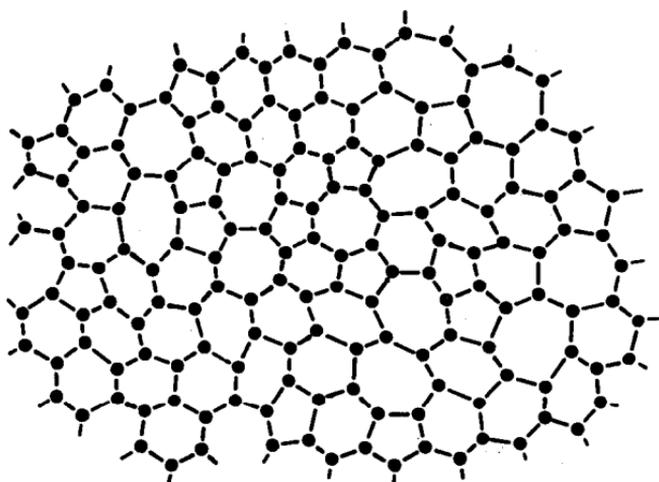


Fig. 2. — Exemple de structure plane tricoordonnée (3 liaisons par atome) ne présentant pas d'ordre cristallin.

l'invariant d'EULER, est $m = 1$ pour un plan, $m = 2$ pour une surface fermée telle qu'une sphère et $m = 2 - 2a$ pour les surfaces avec des anses ayant a trous (par exemple $m = 0$ pour le tore). On pourra vérifier que $S - A + F = 2$ pour les polygones dessinés sur un ballon de football. Les pavages de la sphère par des polygones réguliers identiques, correspondant aux cinq polyèdres de Platon [8], donnent l'occasion d'appliquer la relation d'EULER sur une surface courbe et d'introduire des notions simples de géométrie sur ces surfaces [9].

Exercice :

Retrouvons le nombre fini de polyèdres réguliers. Soit p le nombre de côtés (ou de sommets) d'un polygone, q le nombre de polygones en contact avec le même sommet (voir tableau).

	tétraèdre	cube	octaèdre	dodécaèdre	icosaèdre
p	3	4	3	3	5
q	3	3	4	5	3
F	4	6	8	12	20

On montre facilement les relations $F = qS/p$; $A = qS/2$. En appliquant la relation d'EULER, il vient :

$$S = 4p/[4 - (p-2)(q-2)].$$

Pour avoir S fini et positif, il faut satisfaire l'inégalité $(p-2)(q-2) < 4$ qui est possible seulement par les 5 combinaisons de p et q du tableau.

Dans le cas limite S infini (dallage d'un plan infini) on a l'égalité $(p-2)(q-2) = 4$ et les 3 combinaisons du tableau 2

	triangle	hexagone	carré
p	3	6	4
q	6	3	4

bien connues des carreleurs — triangles, carrés et hexagones. Nous notons, en particulier, l'impossibilité de pavages périodiques avec des pentagones alors que la symétrie ponctuelle pentagonale se retrouve très souvent dans la nature (dicotylédons, étoiles de mer).

La description des 3 pavages réguliers à 2D permet une introduction simple des notions essentielles de la cristallographie : nœuds, mailles, réseaux, ainsi que des symétries ponctuelles et cristallines. L'utilisation de motifs de papier peint ou, à un niveau incomparablement plus riche, de ceux de l'album de dessins cristallographiques de ESCHER [10] donne lieu à un travail d'observation souvent subtil et à l'étude des combinaisons (groupes) de symétries. Ce sera aussi, en se rapportant à l'organisation des atomes dans les plans réticulaires d'empilements périodiques compacts (cubiques centrés ou faces centrées, hexagonal compact) ou hexagonaux (graphite) que nous initierons les étudiants à la cristallographie à 3D.

b) Pavages irréguliers.

Le jeu de Penrose : Le pavage découvert par PENROSE il y a 9 ans [11] est une situation intermédiaire, particulièrement spectaculaire, d'une tesselation (c'est-à-dire un dallage) continue du plan à partir de 2 motifs dont certains angles font $2\pi/5$, c'est-

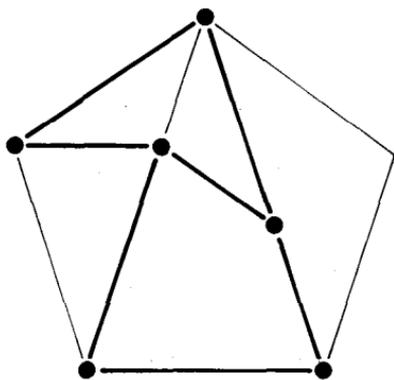


Fig. 3. — Deux tuiles de Penrose (en traits gras) formées à partir d'un pentagone régulier.

à-dire pouvant réaliser localement une symétrie d'ordre 5 et interdire l'ordre à grande distance. Il n'y a donc pas d'impossibilité d'un dallage compact non périodique avec une telle symétrie comme le montre ce contre-exemple [12]. Un tel résultat que peut vérifier simplement l'élève avec un ensemble de tuiles de deux espèces complémentaires que nous avons réalisé était loin d'être évident pour les topologistes il y a vingt ans. La fig. 3 donne la construction des 2 pièces du dallage, cerf-volant et flèche, utilisées dans le pavage de la fig. 4. La symétrie locale

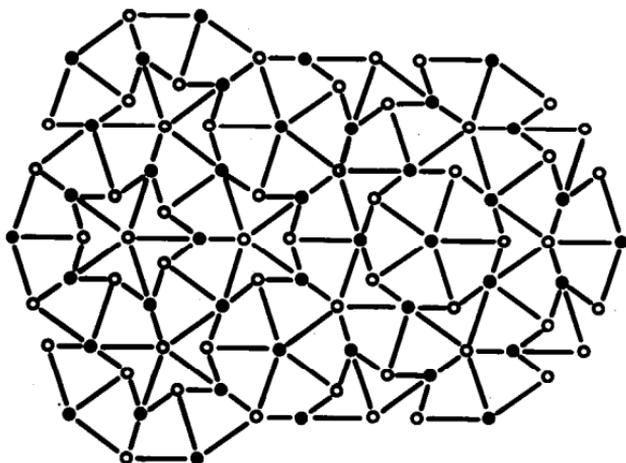


Fig. 4. — Un ensemble de tuiles recouvre le plan mais ne présente pas d'ordre cristallin. Pourtant, localement, il semble très régulier. On observe des symétries locales d'ordre 5.

d'ordre 5 dans les directions des arêtes est bien mise en évidence en faisant diffracter la lumière par un modèle réduit semi-transparent de cette tessellation (fig. 5), expérience que réalisent les étudiants en comparant ce résultat à la diffraction à partir de grillages périodiques.

c) Empilements d'objets bidimensionnels irréguliers.

Soit à empiler, sur une seule couche, des pièces de monnaie en les plaçant sur un plateau de la façon la plus dense possible. Nous réalisons un empilement triangulaire compact (repéré par les centres des pièces) si on n'utilise que des pièces de même valeur (fig. 6). Il suffit de partir d'une seule pièce de taille différente (supérieure) à toutes les autres pour créer une structure désordonnée (fig. 7). On peut voir alors que, suivant les règles de remplissage, différents empilements seront possibles. Caractérisons toujours ces remplissages par les centres des pièces : si, en

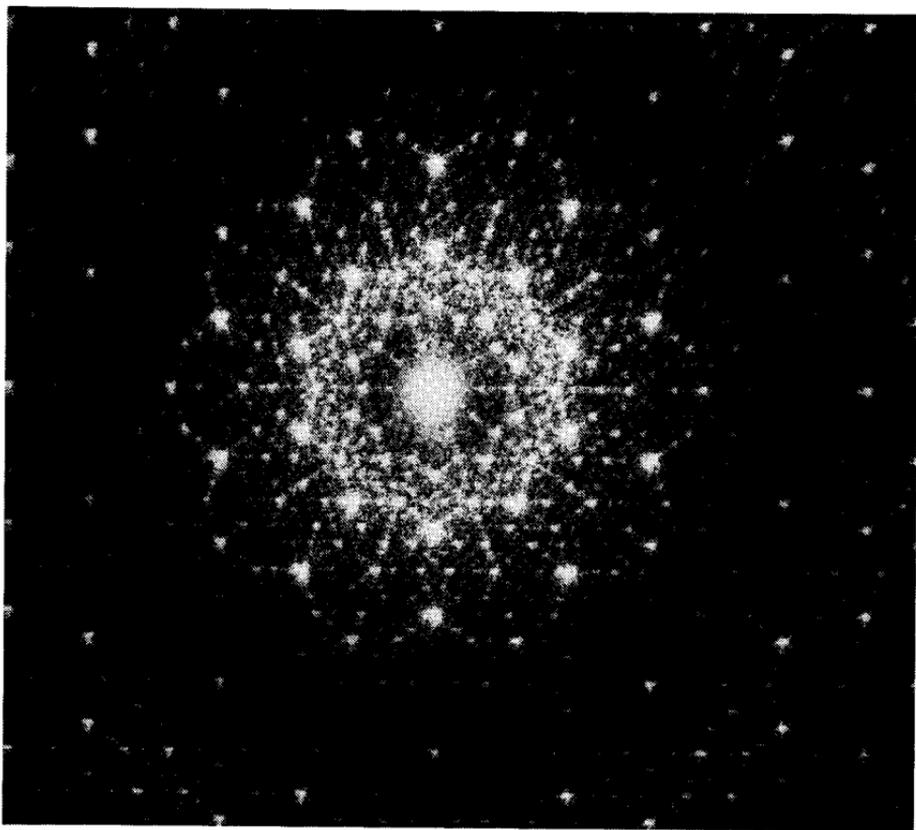


Fig. 5. — La diffraction optique sur un tel ensemble de points (sommets des tuiles de Penrose) est très symétrique, mais non-cristalline en raison de la symétrie d'ordre 5.

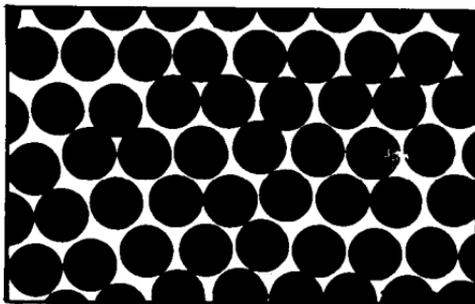


Fig. 6. — Un pavage de disques presque régulier. Chaque disque a 6 voisins. Une telle structure peut être le modèle d'un cristal avec un peu d'agitation thermique.

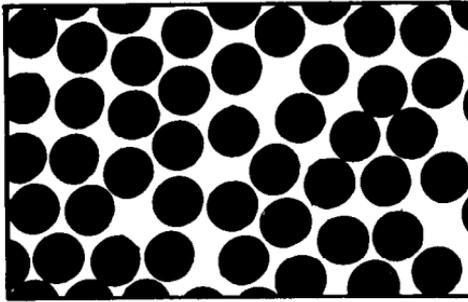


Fig. 7. — Un pavage de disques désordonnés.

En utilisant la construction de DIRICHLET-VORONOÏ, on peut vérifier que, en moyenne, il y a encore 6 voisins. Mais un tel modèle représente bien un verre ou un liquide.

déformant le réseau formé, on reforme un pavage de triangles équilatéraux, on a un simple *désordre de position*. Mais, en général, cela ne sera pas possible (par exemple, si certains sommets ne sont pas communs à 6 triangles); le *désordre* est dit alors *topologique*. Pour montrer la généralité du problème posé, supposons que toutes les pièces se gonflent autour de leur centre afin de remplir le plan au maximum. La figure ressemble alors à un assemblage de cellules dans un tissu animal ou végétal (fig. 8) [13].

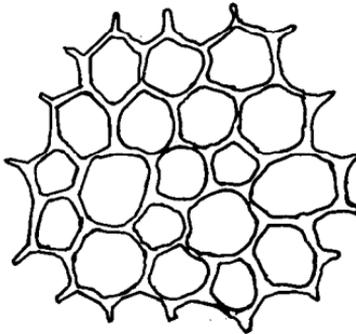


Fig. 8. — En imaginant les disques de la fig. 7 un peu dilatés, on obtient une figure pouvant représenter aussi bien un dallage du sol, que des cellules d'un tissu biologique ou une coupe à travers une mousse de bulles de savon.

L'opération que nous avons faite revient à la construction des cellules de VORONOÏ du réseau de parties désordonnées. La construction (dite de DIRICHLET) est décrite dans la légende de la fig. 9 [14]. Dans le cas particulier d'un réseau triangulaire, il conduit à une tessellation périodique par des tomettes hexagonales.

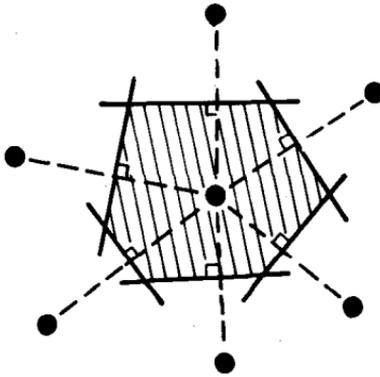


Fig. 9. — Construction de DIRICHLET-VORONOÏ. On détermine la région lieu des points les plus proches d'un point donné que tous les autres points du réseau. Le nombre de côtés d'une cellule caractérise le nombre de points du réseau voisin du point donné. On peut appliquer cette construction au centre des disques des figures 6 et 7.

d) Défauts d'empilement.

Dans un grand nombre d'empilements rencontrés dans la nature, il existe une régularité qui n'est néanmoins pas celle d'un réseau périodique à cause des conditions qu'imposent les mécanismes de croissance. Ainsi, la disposition des florets sur un aster est un exemple de remplissage hexagonal auquel se superpose une croissance en spirale. Dans de tels exemples, il est « économique » de décrire le désordre en termes de défauts par rapport à un empilement régulier (au désordre de position près). La fig. 10 empruntée à RIVIER et al [15] est une analyse modèle de la phylotaxie (croissance de feuille) d'une fleur d'aster vérifiant cette propriété. Dans cet exemple, les défauts correspondront aux florets entourés par cinq ou sept florets voisins au lieu de six. En d'autres termes, les cellules de VORONOÏ des florets seront généralement des hexagones, sauf autour des défauts où apparaissent des pentagones ou des heptagones. A partir de la relation d'EULER, on peut montrer que [5], pour le plan,

$$\sum_p (6 - p) f_p = 0 \quad (2)$$

où f_p est le nombre de cellules ayant p côtés dans une surface donnée. Ceci exprime que le nombre moyen de côtés est 6. Cette relation suppose que seulement 3 arêtes partent de chaque sommet. Il y aura donc un nombre indéterminé d'hexagones et autant de pentagones que d'heptagones dans l'exemple particulier.

On peut mieux comprendre la nature des défauts ainsi introduits en considérant la déformation d'une feuille de papier sur

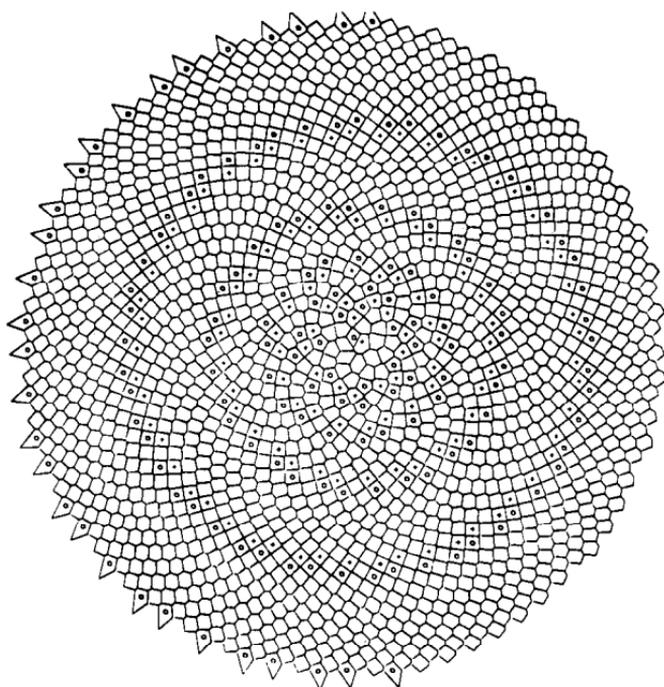


Fig. 10. — Structure en « Marguerite » pouvant représenter le cœur d'une marguerite, mais aussi les cellules de convection de BÉNARD. Des « défauts » c'est-à-dire des cellules non-hexagonales (9,3 % pentagones ; 83,4 % hexagones ; 7,2% heptagones) apparaissent soit dès la croissance du cœur de la marguerite, soit en raison du cisaillement lié au mouvement du pourtour circulaire du récipient dans le cas des cellules de convection de BÉNARD.

laquelle est tracé un pavage hexagonal : on coupe cette feuille le long d'une demi-droite finissant au centre d'un hexagone et on forme un cône de façon à ce que cet hexagone (fig. 11 a) devienne un pentagone. La déformation ainsi introduite porte le nom de *disinclinaison*. Notons que, le long des bords de la coupure, les hexagones se raccordent parfaitement et donc que le défaut est localisé au centre du pentagone. La fig. 11 b présente une disinclinaison d'un autre type obtenue en rajoutant un secteur angulaire afin d'obtenir un heptagone au centre. La feuille de papier a alors l'allure d'une selle de cheval. La relation (2) signifie que ces deux défauts peuvent s'annihiler en restituant deux hexagones. La présence en nombres égaux de défauts opposés (pentagones - heptagones) n'introduit que des bosses dans le plan, mais lui garde son allure plate, comme des vaguelettes sur un lac. Par contre sur une sphère, la relation (2) devient :

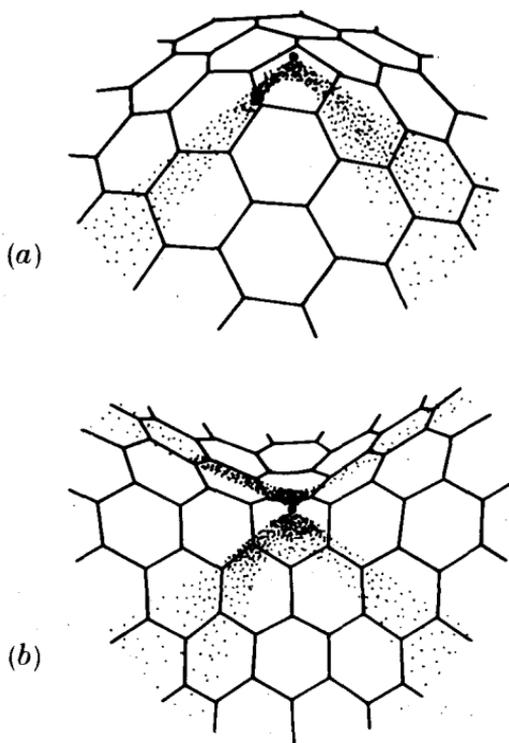


Fig. 11. — Disinclinaison dans un réseau hexagonal. Ce sont les « défauts » introduisant ici des pentagones ou des heptagones. On construit une disinclinaison en coupant dans une feuille de papier un coin et en recombinaut les 2 reliures de la coupure pour former un cône. Si le coin découpé a été bien choisi, on peut former la fig. 11 *a* (disinclinaison positive). Si on ajoute un coin au lieu d'en enlever un, on obtient la fig. 11 *b* (disinclinaison négative).

$$\sum_p (6 - p) f_p = 12$$

indiquant la nécessité topologique des défauts pour assurer la courbure totale. Ceci se vérifie bien sur un ballon de football [17].

La notion de disinclinaison conduit à celle de *dislocations* qui, dans le réseau triangulaire, peuvent être vues comme la superposition d'une paire pentagone, heptagone (paire de disinclinaisons). La fig. 12 montre le circuit de Burgers construit autour d'un tel défaut composite et le vecteur de Burgers qui en résulte (voir fig. 13 pour la définition du vecteur de Burgers). En pratique, la notion de dislocation est plus simplement approchée sur

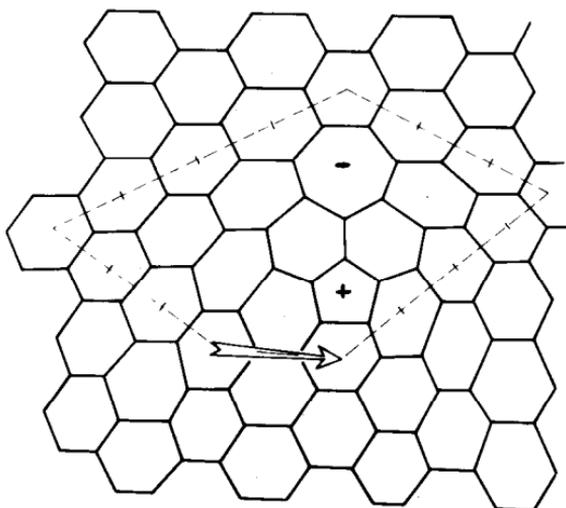


Fig. 12. — Une paire de disinclinaisons positive et négative (dipôle) dans une structure hexagonale est équivalente à une dislocation ainsi que le montre le vecteur de BURGERS du défaut global (cf. fig. 13).

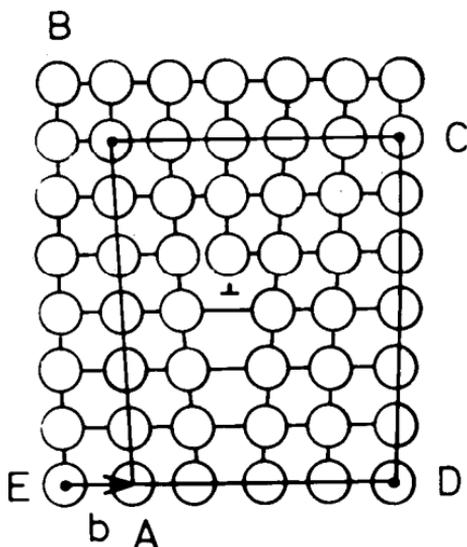


Fig. 13. — Définition du vecteur de BURGERS. Un circuit de BURGERS est un circuit formé de vecteurs du réseau cristallin ; il comporte autant de vecteurs dans un sens que dans un autre. C'est donc un circuit fermé s'il est tracé dans un réseau parfait. Mais s'il entoure un défaut il n'est plus fermé et un vecteur supplémentaire doit être ajouté pour fermer le circuit : c'est le vecteur de BURGERS caractéristique des dislocations. Ici est représenté un exemple dans le réseau carré.

l'exemple du réseau carré. Nous ne développerons pas plus avant cet exemple classique dont la manipulation permet à l'élève de comprendre le rôle joué par ces défauts aussi bien dans l'étude des formes du monde réel que dans ces comportements mécaniques. Ce thème a fait l'objet de remarquables ouvrages souvent bien imagés. Ainsi, l'utilisation des réseaux de bulles de savon [16] introduite par BRAGG et NYE [18] est un moyen très pédagogique de visualiser les processus métallurgiques (déformation, microcristallinité, recuit, lacune, etc.).

IV. FUSION.

La notion de fusion peut être abordée soit d'un point de vue thermodynamique, soit d'un point de vue topologique. De façon stricte, la fusion topologique est associée à l'existence de défauts qui font perdre l'ordre angulaire (disinclinaisons) ou de position (dislocations) à grande distance [19]. Nous allons dire quelques mots de cette notion très simple et qui conclut la description topologique que nous avons ébauchée précédemment. Nous reviendrons à une vue plus classique et thermodynamique dans le chapitre suivant.

La fusion bidimensionnelle a été beaucoup étudiée depuis une dizaine d'années; des systèmes tels que des gaz absorbés sur une surface ou des électrons piégés sur une surface d'hélium liquide fournissent des exemples de transition solide-liquide bidimensionnel. Alors que, dans un corps à 3 D, le rôle des défauts dans la fusion est indirect, à 2 D la fusion est due directement à la présence de défauts tels que ceux décrits sur la fig. 14 qui,

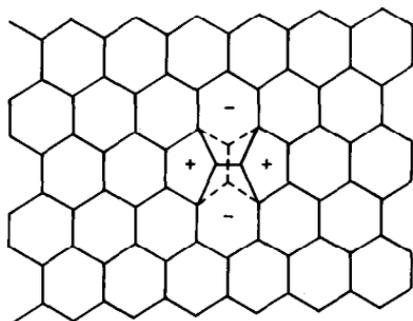


Fig. 14. — Un quadripôle de disinclinaisons est formé par rotation d'une liaison dans la structure plane hexagonale.

La séparation des quatre disinclinaisons des quadripôles formés par activation thermique sera l'origine de la fusion bidimensionnelle. Deux étapes sont possibles : séparation du quadripôle en deux dipôles, puis séparation des charges « individuelles ».

si la température du système est suffisamment élevée, se séparent — s'ionisent — faisant alors perdre l'ordre de périodicité. Une situation intermédiaire particulièrement originale est celle dans laquelle il existe un grand nombre de dislocations indépendantes (il y a donc perte de l'ordre de position). Celles-ci pouvant être vues comme des paires de disinclinaisons liées (fig. 12) il n'y a pas perte d'ordre d'orientation. La phase intermédiaire ainsi obtenue (dite hexatique pour rappeler qu'elle conserve à grande distance les 6 directions hexagonales) [20] se désordonne à plus haute température par dissociation des paires de disinclinaison.

Note :

Ce dernier thème de recherche actuelle, encore en évolution, est bien sûr au-delà du travail pédagogique fait en D.E.U.G. ! mais nous souhaitons, auprès de nos collègues qui utilisent largement les modèles particuliers pour faire comprendre la fusion, dégager cette grande originalité totale des modèles 2D par rapport à ceux qui réalisent des empilements 3D.

V. « THERMODYNAMIQUE » DES EMPILEMENTS BIDIMENSIONNELS.

L'étude thermodynamique de la désorganisation de systèmes bidimensionnels a fait l'objet de nombreuses simulations soit numériques, soit analogiques. Dans ce cas, ce sont surtout des analogies mécaniques qui ont été réalisées. Les simulations numériques calculant directement la trajectoire d'un nombre fini de particules pour différentes formes d'interactions interparticulaires (disques durs, potentiel Lennard-Jones...), ont donné lieu à une large iconographie qui peut être utilisée dans un cours. L'article récent de BARKER et HENDERSON [21] en donne un exemple.

Nous nous attacherons aux analogies mécaniques en discutant seulement un programme expérimental décrivant la cinétique de disques placés sur un plan horizontal, constitué en particulier par des tables soufflantes avec lesquelles les étudiants se sont familiarisés en cours d'enseignement secondaire.

Nous partirons de l'étude de la fusion qui conduit à des résultats qualitativement comparables à ceux des simulations numériques pour des disques durs, puis nous poursuivrons par l'étude des systèmes dilués grâce auxquels sera alors introduite la physique du transport.

a) Fusion.

Une approche ingénieuse de la fusion à 2D développée par Piotr PIERANSKI (à Poznan) [22] utilise un plan horizontal porté par une membrane de haut-parleur vibrante et des disques

identiques posés sur celle-ci à l'intérieur d'un cadre dont on fait varier la surface. Les expériences de PIERANSKI montrent les 3 régimes suivants :

- pour $S < 1,05 S_0$ (où S_0 est la surface occupée par les disques en position d'empilement triangulaire compact et S la surface du cadre pour une compacité plus faible), chaque centre de disque se déplace autour d'une position moyenne sans qu'il y ait de mouvement relatif des disques. On a un modèle de solide cristallisé et de vibrations d'un réseau ;
- pour $1,05 S_0 < S < 1,35 S_0$, on observe, par exemple sur une pose photographique assez longue des disques matérialisés par leurs centres, une coexistence de domaines cristallisés et fondus. Cette phase se décrit, comme le font BARKER et HENDERSON, par la possibilité qu'a une particule d'échapper à le cage de ses voisins même si la distance moyenne entre chocs (correspondant au libre parcours moyen du gaz) est alors faible devant la distance entre particules ;
- pour $1,35 S_0 < S$ la structure a totalement fondu. On a donc un remarquable exemple de transition de fusion du premier ordre, avec un palier pour $1,05 S_0 < S < 1,35 S_0$.

Note :

Si les interactions sont de type « sphère dure », c'est-à-dire sont dues uniquement au contact entre les sphères, elles ne font pas intervenir d'énergie de référence, avec laquelle on aurait pu comparer l'énergie thermique ou la fréquence de vibration dans une simulation ; les limites des paliers ne dépendent donc que de la géométrie de l'empilement et il n'existe pas en particulier de point critique dans le diagramme de phase.

b) Systèmes dilués.

Le montage correspondant que nous avons réalisé est constitué de palets de quelques centimètres de diamètre posés sur une table soufflante de 1 m^2 dont les côtés latéraux sont mis en mouvement alternatif pour « thermaliser l'ensemble des disques par les parois » en opposition avec le montage précédent qui réalise une « thermalisation dans la masse ».

Partant de l'état liquide, on peut décrire continûment le comportement cinétique des phases désordonnées. Dans notre appareillage, un des palets porte une source lumineuse et est suivi au cours de son mouvement par enregistrement photo. Les clichés obtenus sont ensuite dépouillés pour construire un histogramme des longueurs des parcours droits entre deux chocs et d'en chercher la valeur moyenne. Plutôt que d'utiliser de longues expositions qui conduisent à de nombreux recouvrements de

trajets et donc à des clichés difficiles à dépouiller, nous utilisons, pour l'évaluation statistique, un ensemble de photos préparées à l'avance dans les mêmes conditions que celles qui ont été préparées par le groupe de Travaux Dirigés. A travers ce travail on a atteint, en plus du libre parcours moyen, la notion de moyenne statistique (celle que font les étudiants est une moyenne d'ensemble) et l'hypothèse d'ergodicité est introduite puisqu'on ne suit qu'un seul palet au cours de l'expérience et que l'on suppose qu'il a pu explorer l'ensemble des configurations possibles [23].

La table soufflante est également utilisée pour déterminer le flux de *diffusion* de palets marqués (coloriés) à travers un « gaz » de palets identiques en masse et en dimension. Afin d'obtenir un gradient de concentration, tous les palets choquant un côté du cadre mobile sont prestement retirés de la table pour être aussitôt réinjectés sur le côté opposé, au contact du cadre mobile. Le nombre de palets retirés pendant un intervalle de temps donne directement le flux. La table étant divisée en bandes parallèles par des marques, permet d'obtenir la concentration en palets en fonction de l'éloignement du point d'injection et donc aussi le gradient. Pour ce faire, un arrêt brusque de la soufflerie permet de geler la position de l'ensemble des palets et donc de compter le nombre de palets dans chaque tranche. Cette expérience nécessite que les caractéristiques de la table soufflante soient identiques en chaque point donc :

- a) que la table soit parfaitement plane et sans aucun bombement ou incurvation,
- b) que les trous soient calibrés identiquement pour ne pas communiquer aux palets de mouvement horizontal.

Puisque la table soufflante est particulièrement adaptée aux phases fluides assez diluées, nous l'avons utilisée pour modéliser un *gaz parfait* à 2D.

A partir de l'équation des gaz parfaits il s'agit ici de vérifier la proportionnalité de la pression avec la concentration du gaz (n moles dans un volume V). $P = nRT/V$. Le volume n'intervient pas car nous travaillons à « volume » constant, c'est-à-dire avec une table de dimensions fixes. La température joue un rôle réduit car, comme nous l'avons vu précédemment, on a ici une interaction de sphères dures, soit un potentiel qui ne présente pas d'échelle naturelle d'énergie. Néanmoins, pour plus de clarté, les mesures sont faites à « température » constante, c'est-à-dire avec un mouvement de fréquence fixe pour le cadre mobile.

Si la concentration est rapidement obtenue par décompte du nombre des palets présents sur la table, la notion de « pres-

sion » est moins évidente. On fait l'hypothèse que chaque choc de palet sur le cadre transmet à celui-là la même impulsion, et on détermine alors la pression par comptage des chocs sur tout le pourtour du cadre pendant un laps de temps fixé. La table étant assez grande, 8 étudiants prennent en charge chacun une portion de cadre d'environ 50 cm et comptent les chocs tandis qu'un neuvième chronomètre. La proportionnalité du nombre de chocs avec l'effectif de palets est bien vérifiée, tandis que les palets ne sont pas trop nombreux (gaz dilué) [24].

Jusqu'à présent, nous avons exclusivement observé des phases homogènes. Pour aller un peu plus loin nous introduisons une énergie potentielle linéairement variable avec la position. Pour cela la table soufflante est inclinée, ce qui crée une altitude différente selon les points de la table et qui introduit donc une énergie potentielle en plus de l'énergie cinétique. Comme pour la diffusion, la table est divisée en bandes horizontales donc en régions équipotentielles. En arrêtant brutalement le mouvement des palets, on compte le nombre d'objets pour chaque « altitude » afin de mettre en évidence la répartition exponentielle de l'*atmosphère isotherme*. Après chaque arrêt, la nécessité d'un temps de préparation pour obtenir un régime d'équilibre illustre de façon très expressive pour les étudiants la notion de *régime transitoire*.

Pour cette expérience, comme d'ailleurs pour celle de la diffusion, les étudiants sont préparés par la projection d'un film en boucle [25]. Ces films courts (environ 5 minutes) présentent l'ensemble de la manipulation proposée aux étudiants, ce qui permet à ceux-ci d'avoir une vue d'ensemble des opérations à réaliser avant de commencer le travail.

VI. CONCLUSION.

Le cheminement que nous avons suivi, des phases cristallines bidimensionnelles à la théorie cinétique des gaz, reposait sur la même préoccupation d'observation d'organisations bidimensionnelles et, dans la dernière phase, de la cinétique de ces ensembles. Si les problèmes d'ordre bidimensionnel conduisent à des structures originales par rapport au cas 3 D (à cause de la différence de topologie et aussi des lois d'interaction à 2 ou 3 D) par contre, l'étude des phases diluées pour lesquelles les problèmes de topologie ne sont pas cruciaux offre une introduction directe des phénomènes de transport en volume (difficilement extrapolable, d'ailleurs, à l'étude des phases plus concentrées [26]). Nous avons mis en place ce programme de physique 2 D non seulement pour les particularités de son étude, mais par ce qu'il pouvait permettre une prise en compte des formes, des structures, en un mot de la géométrie de l'espace.

Celle-ci est un élément essentiel de notre préhension du monde réel. A ce niveau, il est possible de se demander si nombre de notions que nous avons citées ne pourraient pas faire l'objet bien plus tôt, de travail pratique à l'école. Ce n'est pas à 20 ans que l'on fait le plus naturellement des jeux d'assemblage !

En aidant le jeune à structurer ses jeux, en lui apprenant à travailler dans le plan et dans l'espace on peut le mettre dans une situation de confiance et refuser l'échec auquel conduit trop souvent l'apprentissage exclusivement fondé sur les exercices d'application, à des cas particuliers, de lois dont il ne maîtrise pas la généralité.

Information de dernière heure

Nous avons présenté avec fermeté en page 1135 ce qui était un « credo » des cristallographes depuis cinquante ans, à savoir l'absence d'empilements périodiques pentagonaux (ou de symétrie cristalline d'ordre 5).

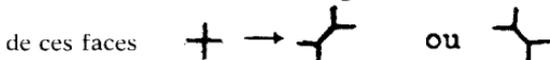
Déjà, l'existence du pavage de Penrose et la figure de diffraction originale que nous avons réalisée de ce pavage (fig. 5) pouvaient semer le doute sur cette assertion pourtant apparemment bien fondée.

Hors, tout récemment, D. SCHECHTMAN, I. BLECH, D. GRACIAS et J.-M. CAHN dans une lettre aux *Physical Review Letters* [53, 1951 (1984)] ont décrit un nouveau type de cristal (un alliage AlMn) asymétrique icosaédrique, présentant un ordre d'orientation d'ordre 5 à grande distance et dont le diagramme de diffraction X ressemble beaucoup à celui que nous avons réalisé pour le B.U.P. Ce travail est un véritable choc pour le monde scientifique et de très nombreux travaux sont apparus sur ce thème depuis 6 mois. Lorsque l'on saura que la structure de ce cristal se comprend en étudiant les groupes de la cristallographie dans un espace à six dimensions, on comprendra qu'il est encore un peu tôt pour en faire une description pédagogique simple !

BIBLIOGRAPHIE

- [1] *Flatland ; a romance of many dimensions*. Dover, New York (1952) par E.-A. ABBOTT (1838-1926).
Ce classique de Science fiction décrit la vie d'une population d'êtres à deux dimensions, bien différente de la nôtre à trois dimensions. C'est aussi le thème de cet article.
- [2] Un compte rendu d'une réunion entre enseignants physiciens de D.E.U.G. B, paru dans le bulletin S.F.P. [42 (125-132) octobre 1981] développe ce point de vue.
- [3] C. BETRENCOURT, E. GUYON et G. GIRAUD. Eur. Jour. Phys. 1 (1980), 206-211.
- [4] E. GUYON, J. PROST, C. BETRENCOURT, C. BOULET et B. VOLOCHINE. Eur. J. Phys. 3 (1982) 159-168.
- [5] T. SHINN, Bulletin S.F.P. 42 32 (1981).
- [6] E. GUYON et T. SHINN. *Actes du premier atelier international de recherche en didactique de la physique* (La Londe, Les Maures, 1983). Editions du C.N.A.S., page 423.
- [7] C.-Y. YOUNG, R. PINDAK, N.-A. CLARK et R.-B. MEYER. Phys. Rev. Lett. 40, 773 (1978).
- [8] *Geometry and the imagination*, D. HILBERT et S. VAN COSSEN, Chelsea Publishing Compagny N.Y. est une source remarquable d'inspiration géométrique ; voir en particulier le chapitre X pour les polyèdres de Platon.
- [9] Les côtés de ces polygones tracés sur la sphère sont en fait de grands cercles ou lignes géodésiques de la sphère. On consultera avec un intérêt à ce propos, la remarquable bande dessinée : « *Le Géométricon* » de J.-P. PETIT (Belin).
- [10] *Symmetry Aspects of M.-C. Escher's Periodic Drawings* C.-H. Maggilavry (1976). International Union of Cristallography, Bohn Utrecht (1976).
- [11] Le jeu de Penrose a été décrit dans la rubrique de M. Gardner de *Scientific American* (janvier 1977). Cette rubrique a été, à travers les ans, une remarquable source de documents sur les empilements géométriques.
- [12] On a pu montrer (R. MOSSERI and J.-F. SADOÜ, in Proc. of « *Structure of non crystalline Materials* », Edited by P.-M. Gaskell, J.-M. Parker and E.-A. Davis) une propriété semblable de remplissage compact désordonné à 3 dimensions à partir de 4 motifs.

- [13] D. WEAIRE. *Phil. Mag. B.* 47 L 29 (1983).
- [14] Notons l'ambiguïté de la construction de DIRICHLET pour le réseau carré. Plus généralement la structure carré apparaît souvent instable devant celle du losange ou encore devant une troncature



Ces instabilités permettent de décrire de nouveau de façon ambiguë la construction.

- [15] N. RIVIER, R. OCCELLI, J. PANTALONI, A. LISSOWSKI, *J. de Phys.* 45 1984.
- [16] D. WEAIRE et N. RIVIER.
- [17] *Les trous noirs* (Belin), J.-P. PETIT.
- [18] L. BRAGG, F.-R.-S. et J.-F. NYE, reproduit dans *The Feynman Lectures on Physics*, Tome II. Addison-Wesley Publishing Compagny. Voir aussi le film : « *Représentation de la structure des métaux au moyen d'un modèle à bulles* ».
- [19] D.-R. NELSON, B.-I. HALPERIN, *Phys. B* 19, 2457 (1979).
- [20] La conservation de la symétrie de direction d'ordre 5, d'un grand échantillon du jeu de Penrose évoque une structure intermédiaire de même type.
- [21] J. BARKER et D. HENDERSON. *Pour la Science*, janvier 1982.
- [22] Piotr PIERANSKI. *J. de Physique* 44, 573 (1983).
- [23] Une mise en cause de l'hypothèse d'ergodicité dans des problèmes de billards où une bille lancée à la fois rebondit élastiquement sur les parois du billard a été décrite par M. BERRY. *Eur. J. of Phys.* 2, 91 (1981).
- [24] Ce chapitre d'enseignement utilisant des dénombrements de physique statistique repose sur un travail en équipe qui peut être bien valorisé.
- [25] Film en boucle, Ealing, Cambridge Massachussets.
 Equipartition de l'énergie 80 - 293 PE 202/02.
 Distribution des vitesses 80 - 291 PE 202/06.
 Mouvement brownien PE 202/01.
 Distribution gravitationnelle PE 202/03.
 Diffusion PE 202/04.
 Vitesse de diffusion des gaz PE 202/05.
- [26] P. CUTCHIS, H.-I. BEIJEREN, J.-R. DORFMAN et E.-A. MASSON. *Am. J. of Phys.* 45, 970 (1977).
-