

Analyse des données

par Michel VALLET,

Expérimentateur,

Lycée Félix-Faure, bd de l'Assaut, Beauvais.

I) POUR QUOI FAIRE ?

A la fin d'un trimestre ou d'une année, le conseil de classe se trouve face à N fiches (une par élève) comportant chacune P indications (une par discipline). C'est également le cas du professeur évaluateur en Première A-B, qui juge N élèves suivant P capacités.

Il est très difficile, à partir de ces fiches d'avoir une vue précise et fiable de l'ensemble de la classe ; et s'il est assez aisé de comparer les résultats ou les profils de deux élèves donnés, les comparaisons portant sur un plus grand nombre d'individus deviennent vite très subjectives.

Le professeur évaluateur peut aussi se poser des questions sur sa façon d'utiliser les critères, leur rôle respectif, leurs interactions. C'est cette dernière partie qui sera illustrée ici.

II) L'ANALYSE DES DONNEES.

L'analyse des données utilise des méthodes statistiques multidimensionnelles et apporte une aide à la description et à la visualisation des grands tableaux de données en fournissant des représentations graphiques suggestives. Le but étant de consentir une perte d'information compensée par un gain de signification.

Ces méthodes sont nées avec le XX^e siècle, poussées par les besoins de la biométrie et de la psychométrie ; les interactions avec les statistiques mathématiques les ont amenées à un haut niveau de développement, leur utilisation n'étant limitée que par l'énorme volume des calculs à traiter. Les spécialistes citent très souvent les noms des « pères fondateurs » K. PEARSON ; C. SPEARMANN (1900), ceux des continuateurs : R. FISCHER ; H. HOTELLING (1930). Et en France J.-C. BENZECRI (1960). A partir des années 60, l'ordinateur a permis la vulgarisation rapide des nombreuses variantes existantes.

III) LES DONNEES.

Elles apparaissent dans un tableau à N lignes et P colonnes, matrice X dont les éléments $x(i, j)$ représentent, par exemple, la

note moyenne obtenue par le 1^{me} élève dans la J^{me} discipline ; ou bien le pourcentage de réussite de l'individu I pour le critère J.

Si on a attribué à l'élève un niveau (ABCDE), il est nécessaire de chiffrer ce niveau. Ces divers codages ne sont peut-être pas indifférents et il reste à étudier leur influence sur les résultats de l'analyse.

INERTIE DES AXES

ABSCISSES ORDONNÉES COTES
 AXE 1 : 41.3% AXE 2 : 25.2% AXE 3 : 16.2%

ECHELLE DES ABSCISSES : 2 COLONNES POUR 10 UNITES

ECHELLE DES ORDONNÉES : 4 LIGNES POUR 10 UNITES

LES COORDONNÉES DES CRITERES SONT MULTIPLIÉES PAR 40 POUR LA PROJECTION

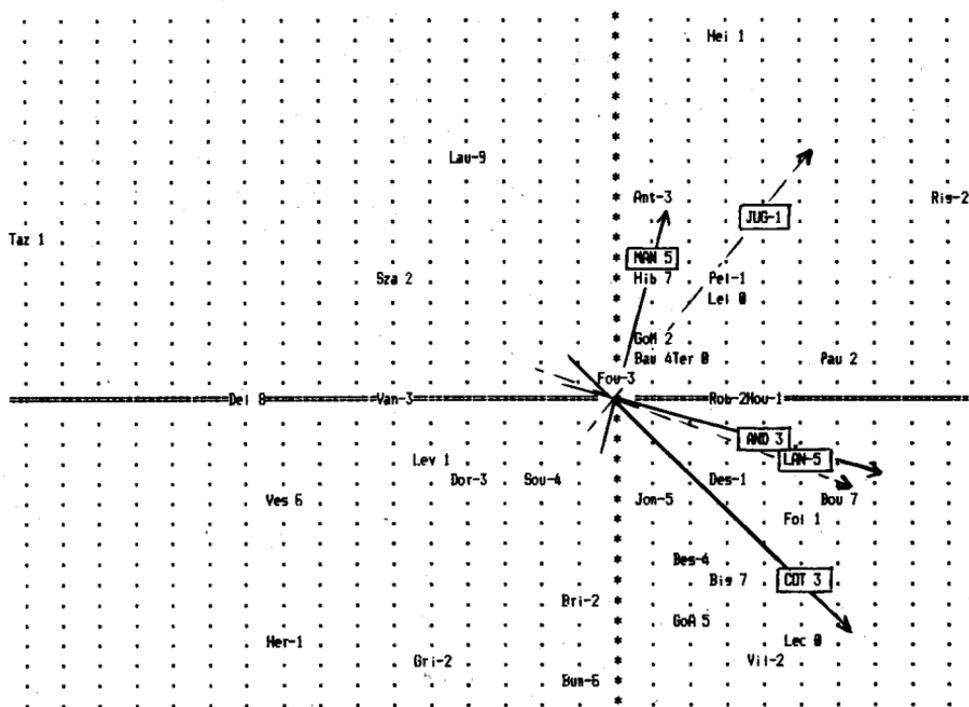


Fig. 1. — Analyse en composantes principales

COT = connaître MAN = manipuler LAN = techniques de
 langages AND = analyser et déduire JUG = juger et utiliser.

Les traits sont les projections des vecteurs unitaires de l'espace des critères. L'échelle utilisée pour les critères est différente de celle des individus : donc la proximité d'un critère et d'un individu est fortuite. Il ne faut lui accorder aucune signification.

Un autre problème se pose chaque fois que la classe se sépare, soit en groupes de niveaux, soit pour différentes langues : en effet, les notes de la J^{me} colonne n'ayant pas été attribuées par le même professeur, il est peut-être plus prudent d'écarter ces colonnes, au moins provisoirement.

IV) LE TRAITEMENT DES DONNEES.

IV) 1. L'analyse en composantes principales (ACP).

C'est l'une des méthodes les plus anciennes (HOTELLING, 1936) : les N individus sont considérées comme des points, leurs P notes étant leurs coordonnées dans l'espace — à P dimensions — des caractères (les critères ou les disciplines).

L'ACP a pour but de projeter le nuage des N points de façon que les distorsions soient minimales. Mathématiquement, il faut chercher un ensemble d'axes D1, D2, ... Dq, $q < P$, orthogonaux deux à deux, sur lesquels on projette les points individus. Chaque axe étant déterminé de façon à rendre maximum la moyenne des carrés des distances entre les projections sur cet axe. D'un point de vue physique, cela revient à attribuer la masse unité à chaque individu et à déterminer les axes pour lesquels les moments d'inertie du nuage sont minimum.

Ces axes sont les axes principaux du nuage et tout se passe alors comme si on avait noté (évalué) les élèves suivant de nouvelles disciplines (capacités) appelées : Composantes Principales.

Les méthodes de résolution numérique (diagonalisation de matrices) permettent de déterminer les axes par ordre d'importance et on pourra par exemple se contenter des projections sur les deux ou trois premiers d'entre eux, car nos tableaux de notes ne sont formés que de six ou sept colonnes.

On projette également sur les plans principaux, les directions des vecteurs unitaires initiaux, ramenés au centre de gravité du nuage (intersection des axes).

Il reste à interpréter deux ou trois images planes du nuage initial en tenant compte de trois points :

* L'image est une projection ; attention aux erreurs de perspective ! Pour les limiter, on indique la cote à droite de la projection.

* Les images dépendent plus ou moins des unités choisies et de la façon de calculer la distance entre deux points (métrique).

* Il faut donner une signification aux axes. Pour cela, on utilisera les corrélations entre les critères initiaux et les Composantes Principales.

IV) 2. L'analyse factorielle des correspondances (AFC).

C'est l'une des plus récentes (J.-P. BENZECRI, 1963). Elle est souvent utilisée pour le dépouillement des enquêtes où l'on croise plusieurs caractères sur une population donnée (tableaux de contingence). Mais elle a montré son efficacité dans l'étude de divers cas, y compris les tableaux de notes.

Elle consiste à :

- * Calculer le profil de chaque individu (ligne).
- * Faire une ACP du nuage des profils lignes en pondérant chaque critère par l'inverse de son importance sur l'ensemble des lignes (métrique du CHI-DEUX).
- * Traiter les colonnes de façon analogue.

Les profils lignes et colonnes peuvent alors être projetés sur les mêmes axes, où chacun des points du nuage lignes est barycentre des points du nuage colonnes et réciproquement. L'intersection des axes est centre de gravité des deux nuages.

V) EXEMPLES.

Les deux exemples qui suivent (fig. 1 et 2) sont destinés à l'étude des capacités utilisées pendant l'expérimentation de l'évaluation continue en Première A-B. La répartition des élèves n'y est donc pas étudiée.

Ils utilisent le même tableau où chaque case contient le pourcentage de réussite d'un élève pour une capacité sans tenir compte du degré de réussite : satisfaisant et très satisfaisant ont le même poids.

Les résultats obtenus sont, jusqu'à plus ample information, caractéristiques d'un évaluateur et ne doivent donc pas être généralisés.

V) 1. Figure 1. ACP.

Les unités sont celles du tableau (%), la distance est calculée par Pythagore.

* Les axes principaux représentent graphiquement 41, 25 et 16 % de l'inertie totale du nuage. Ce qui signifie qu'avec ces trois axes, on dispose en tout de $41 + 25 + 16 = 82$ % de toute l'information contenue dans le tableau de départ.

* Les élèves sont assez bien représentés avec des cotes assez faibles sauf par exemple Lau et Del qui, avec respectivement -9 et $+8$ sont très loin du plan.

* L'axe 1 (abscisses) est facile à interpréter car tous les critères se projettent du même côté. La première composante principale est donc la réussite, croissante de gauche à droite.

* Presque tous les critères sont assez fortement corrélés avec cet axe, surtout COT (0.76) et LAN (0.73) dont les rôles sont très proches. Seul MAN (0.17) ne participe pas à ce premier tri des élèves.

* L'axe 2 (ordonnées) montre une nette opposition entre JUG (0.72) et MAN (0.55) d'une part et COT (-0.52) d'autre part. LAN et AND n'interviennent pas (-0.13 et -0.038). La seconde composante principale pourrait être : utilisation des connaissances, croissant de bas en haut pour des élèves ayant même abscisse.

* Sur l'axe 3 il y a opposition entre MAN (0.55) et LAN (-0.58). Les autres critères n'ayant que peu d'importance. La troisième composante principale pourrait traduire l'opposition entre le concret et l'abstrait.

Cette étude peut être complétée par une projection sur le plan 2—3, par une ACP où l'unité de mesure pour chaque critère est l'écart-type de sa distribution, ou encore par une ACP où l'on supprimerait les lignes relatives aux individus Taz, Del, Ves qui semblent très à part et apportent des contributions très importantes à l'axe 1. Ces modifications ne bouleversent pas les résultats précédents.

V) 2. Figure 2. AFC.

Le tableau initial — où les élèves sont notés sur 100 — est enrichi par des nouvelles colonnes dites Duales. Elles contiennent le complément à 100 de la note de l'élève. Ainsi, si le J^{me} individu a obtenu 63 à MAN, on lui attribue 37 à man. Donc MAN mesure la réussite et man l'échec pour la capacité Manipuler.

* Les axes représentent respectivement 38—27 et 17 % de l'inertie totale. Le nuage étudié ici est un peu moins « allongé » que le précédent, l'ensemble des trois axes contient 82 % de l'information totale.

* Les profils élèves sont assez bien représentés sauf Lau, Big... ainsi que les profils colonnes sauf man, cot...

* L'axe 1 oppose nettement la réussite — partie gauche — à l'échec. L'examen des contributions montre que ce sont l'échec à langages (lan) et à connaître (cot) d'une part, la réussite à juger (JUG) d'autre part qui déterminent ce premier tri.

* L'axe 2 est sans aucun doute celui de l'échec à manipuler (man) les autres contributions étant au mieux dix fois moindres.

* Sur l'axe 3, il y a opposition entre Manipuler et Juger d'une part et Connaître et Langages d'autre part. Les contributions les plus importantes étant celles de l'échec, sauf pour Juger.

Cette étude peut être complétée par une AFC sans colonnes duales, ou par une étude sans les élèves Taz, Her, Rig, Hei qui apportent une contribution très importante aux axes 1 et 2.

VI) CONCLUSIONS.

Il semble donc que, pour l'évaluateur concerné,

1. les critères Connaître, Langages, et, dans une moindre mesure Juger, sont prépondérants pour un premier tri ;
2. manipuler joue un rôle à part ;
3. analyser intervient très peu sur les trois premiers axes ;
4. l'analyse montre que le tri s'effectue surtout par l'échec ; mais ce n'est peut-être pas une grande nouvelle ;
5. on notera aussi la proximité de Connaître et Langages sur les axes 1 et 2. On peut se demander si cette situation provient d'une grande similitude intrinsèque des deux critères ou de l'incapacité de l'évaluateur à les séparer, faute de questions adéquates...

Le professeur évaluateur se voit ainsi proposer quelques thèmes de réflexion, et il sera intéressant d'analyser les évaluations d'autres collègues pour préciser le rôle exact de chaque critère et déceler peut-être quelques constantes.

VII) POUR EN SAVOIR PLUS.

L'analyse des données ne se limite pas à ce qui vient d'être brièvement présenté. C'est en fait un ensemble très riche permettant de trier, classer, hiérarchiser des données. Il serait dommage de se priver d'un tel outil. Les collègues intéressés peuvent se reporter à :

* Qu'est-ce que l'ADD ? J.-P. FÉNELON - ed. Lefonen - 26, rue Cordelière - 75013 Paris ; exposé non mathématisé qui aborde tous les points importants.

* L'ADD : J.-M. BOUROCHE et G. SAPORTA - Que sais-je ? - N = 1854 - P.U.F.

* Introduction aux statistiques multidimensionnelles : J. LEFÈVRE - 3^e édition Masson ; avec exemples numériques très développés.

* ADD : M. VOLLE - Economica - 3^e édition en cours.

* Analyse des correspondances : T1 exposé élémentaire - J.-P. BENZECRI et F. BENZECRI - Dunod.
