C.A.P.E.S. de sciences physiques

OPTION : PHYSIQUE ET ELECTRICITE APPLIQUEE

par Claude NAUDET,
Professeur en section BTS Electrotechnique
Lycée technique E.N.R.E.A., Clichy.

SESSION DE 1983

COMPOSITION D'ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE AVEC APPLICATIONS

(Durée : 4 heures)

Les candidats devront indiquer sur les copies la numérotation exacte des questions traitées et respecter les notations de l'énoncé.

Il est recommandé de lire complètement le sujet car de nombreuses questions peuvent être abordées sans que les précédentes aient été totalement résolues.

Il sera tenu le plus grand compte des qualités d'exposition et de soin.

Un montage expérimental d'étude d'un moteur asynchrone diphasé à stator bipolaire comprend :

— un transformateur 220/127 volts ;

— un autotransformateur abaisseur 127/127 • x volts, avec $1 \geqslant x \geqslant 0$.

Le réseau triphasé est connecté en A, B, C ; le neutre est en N (fig. 1).

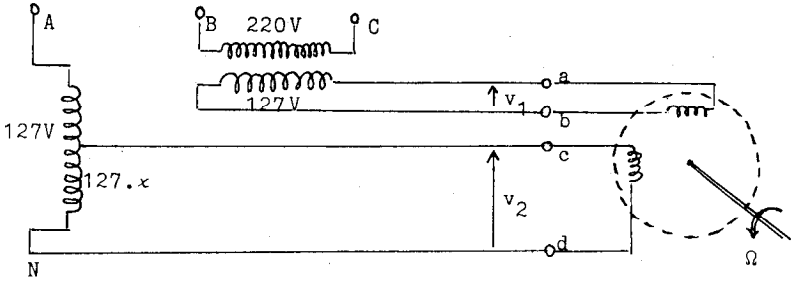

Fig. 1

Le sens des enroulements est tel que la tension v_{ab} soit en quadrature avance sur la tension v_{cd}.

En régime équilibré de tensions de valeur efficace V, la caractéristique de couple T (g) est sensiblement linéaire et a pour équation :

$$T = kV^2 g \quad \text{avec} \quad k = 1{,}25 \cdot 10^{-5} \text{ S.I.}$$

g désigne le glissement du rotor par rapport au champ tournant imposé.

Grandeurs nominales du moteur :

$V = 127$ volts ; $f = 50$ hertz.

Puissance apparente : $S_n = 50$ VA.

Sauf mention contraire, on néglige le couple de pertes.

On rappelle les expressions des composantes directe et inverse d'un système de deux tensions v_1 et v_2 qui sont, respectivement :

$$2\underline{V}_d = \underline{V}_1 + j\underline{V}_2 \quad \text{avec} \quad j^2 = -1$$

$$2\underline{V}_i = \underline{V}_1 - j\underline{V}_2$$

où $\underline{V}$ désigne la notation complexe associée à la grandeur sinusoïdale $v(t)$.

I. Etude du moteur

1. Le stator est alimenté par un système diphasé de tensions à dominante directe ; cette composante crée un couple moteur alors que la composante inverse engendre un couple résistant.

1.1. g désigne le glissement du rotor par rapport au champ tournant direct. Quelle est la valeur du glissement du rotor par rapport au champ tournant inverse ?

1.2. Donner l'expression du couple moteur résultant T en fonction de V_d, V_i et g.

2. Dans le cadre de l'expérience décrite par la fig. 1 :

2.1. Calculer T en fonction de V, g et x. Donner l'allure du réseau T (g) paramétré par x.

2.2. Quelle est l'expression du glissement du moteur à vide en fonction de x ?

2.3. Quelle est l'expression du couple de décollage ?

3. On alimente maintenant le stator par deux tensions simples du réseau triphasé ; par exemple $v_{ab} = v_{AN}$ et $v_{cd} = v_{BN}$.

Calculer le glissement à vide et le couple de décollage. Application numérique.

On mesure N = 2 000 tr/min. Conclure.

4. On alimente le moteur par une source monophasée. L'enroulement *ab* est directement placé sous une tension v de valeur efficace 127 volts et de fréquence 50 hertz ; l'enroulement *cd* est mis en série avec un condensateur de capacité C, l'ensemble étant placé sous la même tension que *ab*.

Montrer qu'il existe un cas de fonctionnement en régime diphasé équilibré, en tensions et en courants. Trouver alors l'impédance apparente de chaque enroulement statorique et la comparer à celle du condensateur..

Application numérique : $C = 1{,}35\ \mu F$.

5. Décrire un montage convertisseur statique triphasé-diphasé.

Quels sont les impératifs pour un fonctionnement équilibré en tensions et courants de part et d'autre ?

II. Moteur incorporé dans un asservissement

Les conventions et les notations sont celles des fig. 2 et 3. Les circuits intégrés linéaires fonctionnent en régime linéaire.

1. Etude de l'étage amplificateur différentiel (fig. 3).

1.1. En adoptant les hypothèses du composant idéalisé (résistance d'entrée infinie, résistance de sortie nulle, amplification interne

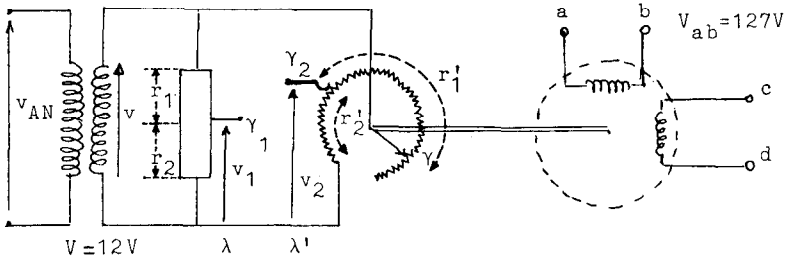

Fig. 2

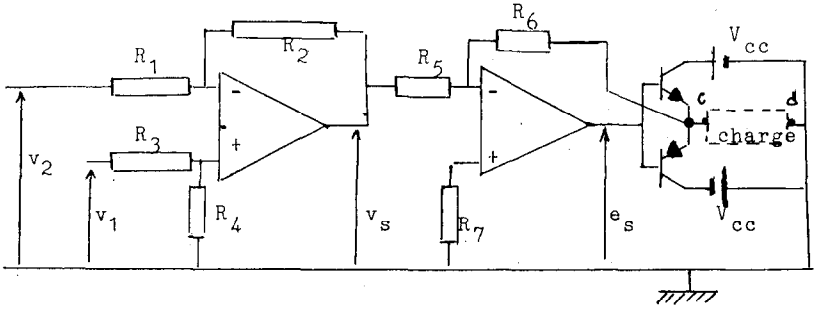

Fig. 3

infinie), écrire la relation entre les valeurs des résistances qui permet d'obtenir :

$$v_s = 10\,(v_1 - v_2).$$

1.2. On suppose maintenant les courants d'entrée I_+ et I_- non négligeables mais égaux. La tension d'offset reste compensée.

Donner une relation supplémentaire entre les résistances pour que les courants I_+ et I_- soient sans effet sur v_s.

On a choisi $R_1 = R_3 = 10$ kΩ. Calculer R_2 et R_4, compte tenu des résultats précédents.

2. Etude de l'amplificateur inverseur.

Justifier le rôle et la valeur des résistances $R_5 = 22$ kΩ, $R_6 = 220$ kΩ et $R_7 = 20$ kΩ.

Ecrire la relation entre e_s et v_s. On suppose que la tension base-émetteur d'un transistor est nulle quand celui-ci conduit.

3. Etude de l'étage push-pull attaqué par une tension sinusoïdale.

On suppose provisoirement la charge résistive pure et on la note R_{ch}. Le niveau de signal est défini par le paramètre α, de sorte qu'en amplitude :

$$e_{sm} = \alpha\, V_{cc} \quad \text{avec} \quad \alpha < 1.$$

3.1. Etablir en fonction de α, V_{cc} et R_{ch}, les expressions des puissances :

— dissipée dans la charge,

— fournie par les sources,

— consommée par les transistors ; cette dernière passe par un maximum pour une valeur de α que l'on précisera.

3.2. Dans la réalité, la charge est constituée par l'enroulement *cd* du moteur asynchrone. Elle est donc de nature inductive.

Indiquer qualitativement et sommairement les modifications que l'on peut attendre.

4. Etude d'un asservissement de position.

On asservit la position du rotor, solidaire du curseur γ, à celle du curseur γ_1. γ_2 est une prise fixe de tension.

Le montage correspond à l'association des fig. 2 et 3. La valeur efficace de la tension v est égale à 12 V.

4.1. Donner un schéma synoptique décrivant le fonctionnement général du montage.

4.2. En tenant compte du couple de frottement sur l'arbre du moteur, $T_f = 0{,}020$ N. m, calculer :

— la tension de décollage aux bornes de l'enroulement *cd* ;

— l'écart maximal, à l'arrêt du rotor, entre les rapports potentio-

métriques $\lambda = \dfrac{r_2}{r_1 + r_2}$ et $\lambda' = \dfrac{r'_2}{r'_1 + r'_2}$.

L'enroulement *cd* est formé de deux bobinages identiques associés en série dans la partie I. Quel intérêt y a-t-il à les associer en parallèle dans ce montage ?

4.3. Quels sont les paramètres qui limitent le temps de réponse de l'ensemble ?

Quels sous-ensembles peut-on incorporer au montage pour en améliorer les performances ?

5. Asservissement de vitesse.

L'enroulement *cd* du moteur asynchrone est mis en série avec un triac (composant équivalent à deux thyristors montés en anti-parallèle) ; le triac est amorcé avec un angle de retard ϑ_a par rapport au début d'une alternance de la tension $v(t)$. Voir fig. 4 et 5.

On désigne par Z et φ, respectivement, le module et l'argument de l'impédance apparente de l'enroulement parcouru par un courant sinusoïdal.

5.1. $\vartheta_a > \varphi$: le courant s'interrompt deux fois par période dans l'enroulement, que l'on considère comme une charge R, L série.

Donner l'équation différentielle dont $i(t)$ est solution.

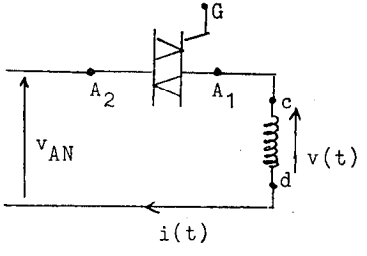

Fig. 4

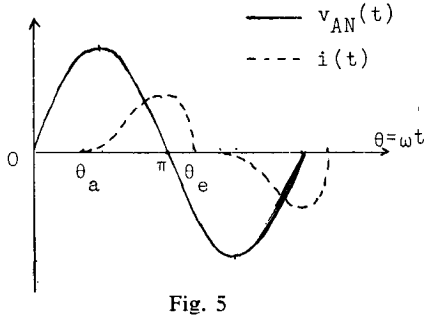

Fig. 5

Résoudre cette équation sachant que i est nul à l'instant de l'amorçage.

Quelle relation permettrait de calculer ϑ_e, angle d'extinction du courant ?

Calculer, en fonction de V_m, Z, φ, ϑ_a et ϑ_e :

— la valeur moyenne d'une alternance positive de courant ;

— la valeur efficace de la tension aux bornes du moteur.

5.2. $\vartheta_a = \varphi$: quelle est la particularité du courant $i(t)$?

5.3. $\vartheta_a < \varphi$: le triac devient inopérant en tant que système de régulation. Préciser l'anomalie de fonctionnement :

— en cas de commande par impulsions courtes (de ϑ_a à $\vartheta_a + \varepsilon$) ;

— en cas de commande par impulsions larges (de ϑ_a à π).

5.4. On désire incorporer le moteur dans un asservissement de vitesse utilisant le triac. Proposer :

— le schéma synoptique d'un montage ;

— des solutions pour chacun des sous-ensembles.

SOLUTION

I. Etude du moteur

1.

1.1. Par définition, la vitesse de glissement du rotor d'un moteur asynchrone est égal à sa vitesse relative par rapport à la vitesse de synchronisme. On a donc respectivement pour un champ tournant dans le sens direct, puis dans le sens inverse :

$$g = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}; \qquad g' = \frac{(-\Omega_s) - \Omega}{(-\Omega_s)} = \frac{\Omega_s + \Omega}{\Omega_s}$$

d'où la relation : $g + g' = 2$.

1.2. Le couple résultant est égal à la différence entre le couple moteur, engendré par la composante directe du système des tensions, et le couple résistant engendré par la composante inverse ; on remplace le glissement g' par sa valeur :

$$T = k V_d^2 g - k V_i^2 (2 - g).$$

2.

2.1. Dans l'expérience décrite fig. 1, on a $\underline{V_2} = -j \cdot \underline{V_1}$; prenons nulle la phase à l'origine de $V_1(t)$, on trouve alors :

$$V_d = 0{,}5 \cdot V \cdot (1 + x)$$

$$V_i = 0{,}5 \cdot V \cdot (1 - x)$$

$$T = (k V^2/4)\,[g(1 + x)^2 - (2 - g)(1 - x)^2]$$

$$T = (k V^2/2)\,[g(1 + x^2) - (1 - x)^2].$$

Se reporter à la fig. 6.

On obtient un réseau de droites, non parallèles entre elles, paramétré par x. Rappelons que l'utilisation en moteur correspond à $0 < g < 1$.

2.2. La marche à vide du moteur, sur lequel ne s'exerce aucun frottement correspond au couple résultant nul :

$$g_v = \frac{(1 - x)^2}{1 + x^2}$$

la vitesse à vide du moteur dépend donc du paramètre x.

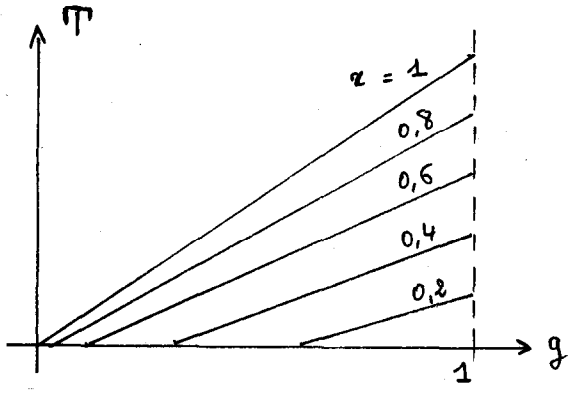

Fig. 6

2.3. Lorsque le rotor est à l'arrêt, le glissement vaut 1, la valeur du couple est alors égale au couple de décollage. On remarque que pour $x = 0$, qui correspond au cas du moteur monophasé, il n'y a pas de couple de démarrage.

$$T_d = k V^2 [(1 + x^2) - (1 - x)^2]/2 = k V^2 x.$$

3. En notation complexe, nous avons $\underline{V}_1 = V$; $\underline{V}_2 = a^2 V$ avec $a = \exp(j\ 120°)$, d'où les composantes :

$$\underline{V}_d = 0{,}5\ V(1 + j a^2) = 0{,}5\ V\left(1 + e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)$$

$$\underline{V}_i = 0{,}5\ V(1 - j a^2) = 0{,}5\ V\left(1 + e^{-i\frac{7\pi}{6}}\right)$$

leurs valeurs efficaces respectives sont égales à :

$$V_d = V \cos \frac{\pi}{12} = 0{,}965 \cdot V$$

$$V_i = V \left| \cos \frac{7\pi}{12} \right| = 0{,}258 \cdot V$$

l'équation de la caractéristique mécanique du moteur est dans ces conditions :

$$T = k V_d^2 g - k V_i^2 (2 - g) = k V^2 (g - 0{,}133).$$

Calculons le glissement à vide et la vitesse à vide :

$$g_v = 0{,}133 ; \qquad N_v = 2\,600 \text{ tr/min}$$

ainsi que le couple de décollage :

$$T_d = 0{,}175 \text{ N} \cdot \text{m}$$

on mesure une vitesse à vide plus faible que prévue, à cause des différentes pertes du moteur dans l'essai à vide.

4. Considérons le diagramme de Fresnel donné fig. 7.

V_1 et V_2 sont les tensions aux bornes des enroulements statoriques. Les courants sont obligatoirement en retard sur les tensions, car l'impédance ramenée au stator est de nature inductive, quelle que soit la vitesse.

Le courant I_2 est en quadrature avance sur la tension aux bornes du condensateur.

En régime équilibré, le triangle des tensions est rectangle isocèle. Le déphasage courant-tension est donc égal à 45°. On en déduit les autres grandeurs :

$$V_c = Z_c I = \sqrt{2}\, Z I = \sqrt{2}\, V$$

$$Z = Z_c/\sqrt{2} = 1\,668\ \Omega$$

$$I = V\sqrt{2}/Z_c = 76 \text{ mA}$$

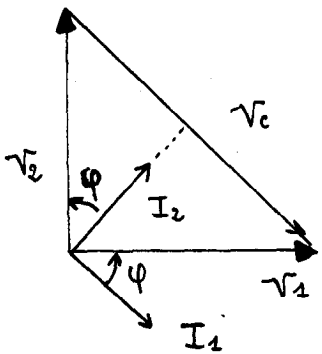

Fig. 7

en notation complexe, on devait chercher Z et φ satisfaisant à la relation : (φ devant être compris entre 0 et 90° pour un moteur asynchrone) :

$$-j Z_c + Z e^{j\varphi} = \pm j Z e^{j\varphi}$$

en égalant les parties réelles et imaginaires pures, on obtient :

$$\cos\varphi = \sin\varphi \Rightarrow \varphi = 45°$$

$$Z_c = Z(\cos\varphi + \sin\varphi) = \sqrt{2}\, Z.$$

Cette marche du moteur en régime équilibré de courants et tensions est exceptionnelle, elle n'est obtenue que pour une seule valeur du glissement.

5. L'énoncé demandait la description d'un transformateur SCOTT ou LEBLANC avec la justification de la disposition des enroulements, et des rapports de transformation.

En régime déséquilibré, leur propriété principale est la conservation du taux de déséquilibre entre les courants primaires et secondaires.

II. MOTEUR INCORPORÉ DANS UN ASSERVISSEMENT

1.

1.1. Exprimons séparément les potentiels des deux entrées de signal + et — du circuit intégré, et égalons leur valeur :

$$\frac{R_2 v_2 + R_1 v_s}{R_1 + R_2} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_1$$

$$v_s = \frac{R_4}{R_1} \frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} v_1 - \frac{R_2}{R_1} v_2$$

la condition de fonctionnement en amplificateur différentiel est donc :

$$R_1 R_4 = R_2 R_3, \quad \text{alors} \quad v_s = (R_2/R_1) \cdot (v_1 - v_2).$$

1.2. Reprenons la mise en équation précédente en exprimant la loi des nœuds aux bornes + et —, notées B et A.

$$v_2 = R_1 (I + I_A) + V_A ; \quad V_A = R_2 I + v_s$$

$$v_1 = R_3 (I' + I_B) + V_B ; \quad V_B = R_4 I'$$

$$V_A = V_B = R_2 \frac{V_2 - V_s - R_1 I_A}{R_1 + R_2} + V_s$$

$$= R_4 \frac{V_1 - R_3 I_B}{R_3 + R_4}$$

on voit qu'il faut l'égalité des résistances de Thévenin sur les deux entrées.

$$R_3 // R_4 = R_1 // R_2$$

d'où :

$$R_1 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega \quad \text{et} \quad R_2 = R_4 = 100 \text{ k}\Omega.$$

2. Les bornes + et — du deuxième circuit intégré sont au potentiel de la masse ; un calcul simple fournit la relation :

$$e_s = -\frac{R_6}{R_5} v_s$$

R_6 et R_5 fournissent l'amplification de 10.

R_7 est choisie égale à $R_5//R_6$ pour éviter l'apparition d'une faible tension continue en sortie, due à l'existence des courants d'entrée I_B et I_A.

De façon générale, des résistances de faible valeur (inférieures à 1 kΩ) risquent de mettre en service le limiteur de courant intégré, et avec des résistances de trop grande valeur (supérieure à 1 MΩ), les courants ne sont plus très grands devant les courants d'entrée.

3.

3.1. Une source de tension fournit une alternance de courant à la charge, au travers du transistor n.p.n. ; puis, l'autre source alimente la charge au travers du transistor p.n.p. ; la charge est parcourue par un courant sinusoïdal, alors que chaque source débite un courant unidirectionnel.

La valeur moyenne d'une alternance de sinusoïde vaut π fois moins que son amplitude. La puissance fournie par les sources vaut donc :

$$2P_s = V_{cc} \cdot \frac{2}{\pi} I_{max} = V_{cc} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\alpha V_{cc}}{R_{ch}} = \frac{2\alpha}{\pi} \frac{V_{cc}^2}{R_{ch}}.$$

Ecrivons la formule de l'effet Joule pour obtenir la puissance dissipée dans la charge résistive pure.

$$P_{ch} = R_{ch} I_{eff}^2 = R_{ch} \frac{I_{max}^2}{2} = \frac{\alpha^2}{2} \frac{V_{cc}^2}{R_{ch}}.$$

La puissance dépensée dans les transistors est égale à la différence des quantités précédentes ; étudions-la en fonction de α :

$$2P_T = \frac{V_{cc}^2}{R_{ch}} \cdot \left(\frac{2\alpha}{\pi} - \frac{\alpha^2}{2} \right)$$

on vérifie qu'elle passe par un maximum dont la valeur est

$$(2P_T)_{max} = \frac{V_{cc}^2}{R_{ch}} \cdot \frac{2}{\pi^2} \text{ pour } \alpha = \frac{2}{\pi}.$$

3.2. La tension e_s est sinusoïdale et imposée par la pré-amplification. La charge inductive crée un retard du courant sur la tension, celui-ci reste sinusoïdal. L'alternance positive du courant passe par le transistor n.p.n ; l'alternance négative passe par le transistor p.n.p.

A amplitude égale de la tension alternative, et à valeur égale de la résistance, les différentes puissances vont diminuer.

4.

4.1. Voir fig. 8.

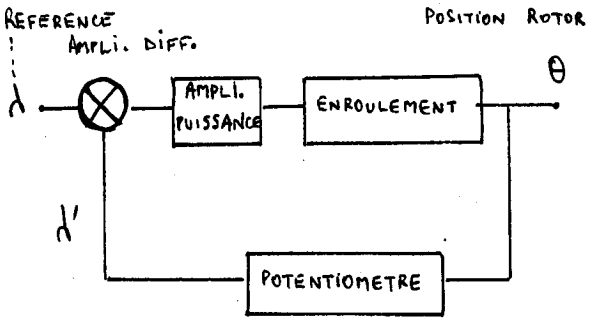

Fig. 8

4.2. Reprenons l'expression du couple de décollage, dans le cas de l'alimentation du stator par un système de tensions en quadrature :

$$T_d = k\,V^2\,x.$$

Nous en déduisons la valeur du paramètre x, et de la tension efficace nécessaire aux bornes de l'enroulement *cd*.

$$x = \frac{0{,}02}{1{,}25 \cdot 10^{-5} \cdot 127^2} = 0{,}1\ ;$$

soit 12,7 volts - efficace et 18 en amplitude.

Cette tension n'est pas compatible avec la valeur de l'alimentation V_{cc}, souvent prise égale à 15 V, d'où le changement expliqué ci-après.

L'ensemble des deux circuits intégrés réalise l'opération :

$$e_{s(t)} = 100\,(v_2 - v_1) = 100\,(\lambda' - \lambda) \cdot 17 \sin \omega t$$

on en déduit :

$$| e_s | \leqslant 18 \Rightarrow | \lambda' - \lambda | \leqslant 1{,}06\ \%,$$

ce qui donne la précision de l'asservissement.

Supposons les deux demi-enroulements de résistance r et de nombre de spires n, en montage série, parcourus par un courant d'intensité I, ils produisent 2 nI ampères-tours et la chute ohmique vaut 2 rI.

Si l'on veut conserver les performances mécaniques du moteur, il faut raisonner à même valeur du flux, donc des ampères-tours, soit nI par demi-enroulement ; le bobinage va donc absorber, en disposition parallèle, un courant d'intensité 2 I et présenter une résistance apparente $r/2$. Finalement, on gagne un facteur 2 sur la tension.

Ce raisonnement reste valable si le bobinage est alimenté par une tension alternative. La tension de décollage passe donc à 9 V ; la précision est conservée.

4.3. Le comportement du montage en boucle fermée fait apparaître :

— des constantes de temps mécaniques, proportionnelles au moment d'inertie du rotor,

— des constantes de temps électriques, dépendant de l'inductance des enroulements.

Il est habituel de disposer des filtres ou des réseaux correcteurs pour résoudre partiellement le compromis stabilité-précision.

5.

5.1. On néglige la chute de tension aux bornes du triac lorsqu'il est passant. Ecrivons la loi d'Ohm en régime variable :

$$V_{max} \sin \omega t = R_i + L\, di/dt$$

par le changement de variable, $\vartheta = \omega t$:

$$R_i + L\omega\, di/d\vartheta = V_{max} \sin \vartheta.$$

La solution particulière correspond au régime sinusoïdal permanent ; la solution de l'équation sans second membre est une exponentielle décroissante :

$$i(\vartheta) = \frac{V_{max}}{Z} \sin (\vartheta_a - \varphi) + K \exp (-R\vartheta/L\omega)$$

la constante d'intégration s'obtient en écrivant la continuité du courant dans une charge inductive, à l'instant de l'amorçage du triac :

$$\frac{V_{max}}{Z} \sin(\vartheta_a - \varphi) + K \exp(-R\vartheta_a/L\omega) = 0$$

finalement :

$$i(\vartheta) = (V_{max}/Z)\,[\sin(\vartheta - \varphi) - \sin(\vartheta_a - \varphi) \cdot \exp -(\vartheta - \vartheta_a)/\operatorname{tg}\varphi] ;$$

cherchons l'instant d'annulation du courant :

$$\frac{\sin(\vartheta_e - \varphi)}{\sin(\vartheta_a - \varphi)} = \exp -\frac{\vartheta_e - \vartheta_a}{\operatorname{tg}\varphi},$$

on obtient une équation transcendante, dont la recherche de la racine peut faire l'objet d'un exercice de programmation.

En utilisation normale du triac (extinction naturelle du courant dans la charge), on doit avoir :

$$\vartheta_e < \vartheta_a + \pi.$$

L'énoncé demandait deux calculs d'intégrales :

$$V^2_{eff} = \frac{1}{\pi}\int_{\vartheta_a}^{\vartheta_e} V^2_{max} \sin^2\vartheta\, d\vartheta = \frac{V^2_{max}}{2\pi}\left(\vartheta_e - \vartheta_a - \frac{\sin 2\vartheta_e - \sin 2\vartheta_a}{2}\right)$$

$$I_{moy} = \frac{1}{\pi}\int_{\vartheta_a}^{\vartheta_e} i(\vartheta)\, d\vartheta = \frac{V_{max}}{\pi Z}\,[\cos(\vartheta_a - \varphi) - \cos(\vartheta_e - \varphi) - \ldots$$

$$\ldots - \operatorname{tg}\varphi \sin(\vartheta_a - \varphi) + \operatorname{tg}\varphi \sin(\vartheta_e - \varphi)]$$

5.2. Pour $\vartheta_a = \varphi$, le terme transitoire dans la relation (1) disparaît ; le courant dans la charge est donc sinusoïdal pur, et le triac est amorcé à chaque passage à 0 de la valeur du courant.

Ce cas est la limite du fonctionnement normal du montage.

5.3. Si $\vartheta_a < \varphi$, la durée d'une « bosse » de courant est supérieure à 10 ms ; le triac est encore passant quand il reçoit l'impulsion suivante ; celle-ci ne modifie donc pas son état de conduction.

L'expérience revient donc à un redressement monophasé simple alternance, sur charge inductive ; le courant y est donc unidirectionnel et interrompu. Le triac n'est amorcé que par les impulsions reçues pendant les alternances positives de la tension (par exemple) et ne réagit pas aux autres.

Par contre, si le triac est commandé par des impulsions larges, il est réamorcé dès que le courant s'annule ; il laisse donc passer une alternance de courant de sens contraire à celui de l'alternance précédente.

Le triac se comporte comme un court-circuit ; la tension aux bornes de la charge est sinusoïdale « complète », la puissance dissipée y est maximale. La vitesse du moteur sera maximale dans ce cas, mais non réglable par l'angle de retard à l'amorçage du triac.

5.4. Description sommaire de l'asservissement de vitesse.

L'organe de puissance est le moteur, plus exactement l'enroulement statorique en série avec le triac.

Le déclencheur doit être « double alternance » et comporter un transformateur d'entrée assurant à la fois l'isolement galvanique et la synchronisation par rapport au secteur.

Le retard à l'amorçage du triac est produit par une tension issue de la comparaison d'une référence et de l'image de la vitesse.

Pour cette dernière, il faut employer un capteur de vitesse : dynamo tachymétrique associée à un atténuateur et un filtre passe-bas, ou alternateur tachymétrique complété par des redresseurs, ou encore une détection optique suivie d'un comptage et d'une conversion numérique - analogique.