

Quelques problèmes posés par l'étude des ondes stationnaires en mécanique

par R. JOUANISSON,

U.E.R. des Sciences, Université de Clermont II.

On trouvera dans cet article quelques remarques et descriptions d'expériences susceptibles d'intéresser ceux de nos collègues qui ont à enseigner le phénomène d'ondes stationnaires en classe terminale. Naturellement, on insistera sur quelques points qui sont peu connus et qui nous paraissent présenter un certain intérêt pour l'étude de ce phénomène.

1° ONDE PROGRESSIVE ET ONDE STATIONNAIRE.

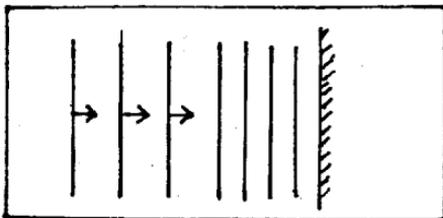
Il est possible de montrer simultanément une onde progressive et une onde stationnaire à l'aide du dispositif classique de la cuve à ondes.

On réalise des ondes progressives planes dont la longueur d'onde est de l'ordre de $\lambda = 1$ cm. On place un miroir plan (une règle par exemple) parallèlement à la source, à environ 15 cm de celle-ci.

On voit nettement deux régions différentes sur la cuve :

— Une région où des ondes distantes de λ se propagent et une région, voisine du miroir, où les ondes sont stationnaires

et distantes de $\frac{\lambda}{2}$.



Pour améliorer la visibilité, on pourra masquer successivement l'une puis l'autre région.

Pour l'interprétation du phénomène, on sera amené à introduire le rôle de l'amortissement, et par suite les phénomènes d'ondes stationnaires avec condition de résonance ou non.

Remarque.

Je rappelle que pour obtenir de belles rides, brillantes, rectilignes et fines, sur la cuve à ondes, il faut prendre un certain nombre de précautions :

1. L'amplitude du vibreur doit être convenable. En effet, les rides se comportent grossièrement comme des lentilles cylindriques plan-convexe, qui focalisent le faisceau incident (il faut prendre ce faisceau divergent) en un point bien déterminé où l'on doit placer l'écran d'observation.
2. L'intensité du faisceau incident ne doit pas être trop grande (c'est un problème de contraste visuel qui dépend des luminances).
3. L'expérience a montré aussi qu'on obtient de meilleurs résultats, en général, en abaissant la tension superficielle de l'eau (ajouter quelques gouttes de teepol par exemple).

2° ONDES STATIONNAIRES LE LONG D'UN RESSORT.

Cette expérience est *très facile à réaliser* et ne demande qu'un matériel réduit (un ressort quelconque et un vibreur). Il est cependant nécessaire de connaître les résultats qui suivent.

La célérité des ondes est :

$$C = \sqrt{\frac{\kappa}{\mu}} \quad (1)$$

κ : raideur de l'unité de longueur,

μ : masse de l'unité de longueur.

Prenons un ressort qui, au repos (*tension nulle*), a une longueur L_0 . Sa masse étant m et sa raideur k , on a :

$$\mu = \frac{m}{L_0}, \quad \kappa = kL_0 \quad \text{et} \quad C = L_0 \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2)$$

Quand on modifie la tension de ce ressort en lui donnant une longueur $L > L_0$, m et k sont inchangés, la célérité devient :

$$C = L \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (3)$$

Les deux extrémités étant fixes, on aura des ondes stationnaires avec résonance si :

$$L = n \frac{\lambda}{2} \quad (n \text{ entier})$$

soit :

$$L = \frac{n}{2} \frac{L}{f} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

d'où :

$$n = 2f \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (4)$$

Quand on excite un tel ressort à une certaine fréquence f , il n'y a aucune raison pour que n soit un entier, donc que l'on observe des ondes stationnaires.

On voit de plus que n ne dépend pas de la tension et que, par conséquent, il est *parfaitement inutile de chercher à modifier cette tension*.

La relation précédente montre qu'il n'y a qu'une possibilité (si f est constante) : modifier le rapport $\frac{m}{k}$. On verra facilement qu'il suffit d'utiliser une longueur de ressort $L'_0 < L_0$ convenable ; ce qui revient à découper dans le ressort précédent un nouveau ressort de masse m' et de raideur k' telles que [d'après (1) et (2)] :

$$L_0 \sqrt{\frac{k}{m}} = L'_0 \sqrt{\frac{k'}{m'}}.$$

On aura alors :

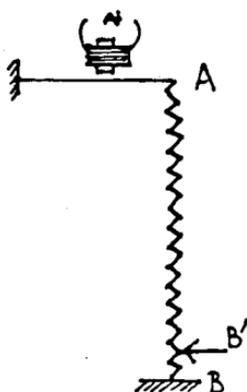
$$n = 2f \frac{L'_0}{L_0} \sqrt{\frac{m}{k}}$$

L'_0 étant ajusté de manière que n soit un entier.

Il n'est pas nécessaire de couper le ressort (qui deviendrait vite une peau de chagrin!) Il suffit de fixer avec une pince la spire convenable.

En résumé, on peut suivre le mode opératoire suivant : prendre dans la collection le premier ressort assez souple qui tombe sous la main. Le fixer en A et B (comme l'indique la figure) sous une tension quelconque (1). Rechercher la position

(1) Il faut cependant que la tension soit très supérieure au poids du ressort pour que les nœuds soient équidistants.



du nœud B' le plus voisin de l'extrémité B en immobilisant successivement chaque spire avec les doigts puis, pour obtenir la résonance, à l'aide de pinces fines (à la rigueur une pince crocodile convient).

Quand B' est fixé, la fixation en B devient inutile.

Au cours de cette recherche, on n'aura aucune peine à montrer qu'on a affaire à un phénomène de résonance aiguë. En particulier, on montrera que la position des nœuds peut être connue avec une grande précision, ce qui permet d'utiliser cette méthode pour faire des mesures précises de λ , f et C .

Remarque.

Je signale un « truc » pour montrer le mouvement sinusoïdal longitudinal des spires.

On éclaire le ressort avec une source quelconque. On voit l'image de cette source très fine, dans le miroir cylindrique de faible rayon de courbure que constitue le fil de la spire. Quand le ressort vibre longitudinalement, cette image décrit une petite droite parallèle à l'axe du ressort. Pour voir une sinusoïde, il suffit de déplacer le ressort dans une direction perpendiculaire à son axe : on a un phénomène analogue à celui qu'on aurait avec un miroir tournant. Je laisse le soin à chacun de compléter cette explication et de la critiquer.

Manipulation en T.P.

On peut réaliser une séance de T.P. à peu de frais. On peut fabriquer les ressorts avec de la corde à piano de 0,5 mm de diamètre par exemple et comprenant une centaine de spires. Je suggère la manipulation suivante :

— Déterminer la masse m du ressort et sa raideur k [on utilisera par exemple une méthode dynamique en mesurant la

période d'oscillation d'une masse M fixée au ressort et en écrivant :

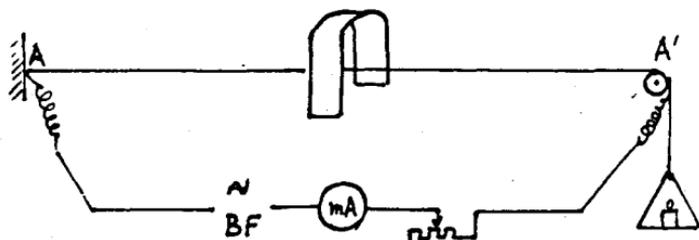
$$T \simeq 2\pi \sqrt{\frac{M + m/3}{k}} \quad (2).$$

— Réaliser le montage. Mesurer λ après avoir vérifié l'équidistance des nœuds. En déduire la célérité pour la tension considérée. Calculer d'autre part m' et k' de la partie du ressort effectivement utilisée. Vérifier les formules (3) et (4) pour différentes valeurs de la tension.

3° ONDES STATIONNAIRES TRANSVERSALES.

Au lieu de réaliser l'expérience de Melde où le réglage de la tension est parfois délicat, il est possible de réaliser le montage suivant, plus commode, et qui correspond mieux au problème des cordes vibrantes (les deux extrémités sont fixes).

Ce montage est intéressant si on dispose d'un générateur basse fréquence.



AA' est un fil de cuivre, par exemple de diamètre 0,2 mm et de masse linéique $\mu = 0,285$ g/m.

On ferme le circuit sur la sortie HP du générateur et on règle l'intensité à une valeur de l'ordre de 300 mA. On se fixe une tension T (par exemple en utilisant une masse de 100 grammes). On fait varier la fréquence pour obtenir des ondes stationnaires.

(2) Les élèves ne connaissent que la relation $T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}$. L'en-

nui est que cette formule ne s'applique jamais. Si M est faible, la masse du ressort n'est pas négligeable, si M est grand, on atteint la limite d'élasticité. Dans le meilleur des cas, on commet toujours une erreur systématique de quelques %, qu'aucun calcul statistique d'incertitude, là comme ailleurs, ne permettra d'éliminer !

En T.P.

On utilisera cette méthode pour mesurer la fréquence du secteur à partir de la formule $f = \frac{k}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, la longueur peut être connue à 2×10^{-3} près, ainsi que T et μ . Ici, c'est la sensibilité de la méthode qui limite la précision. On la détermine en cherchant la variation de tension ΔT qui, à la résonance, provoque une variation appréciable de l'amplitude. Le coefficient de « sur-tension » de ce dispositif est de l'ordre de 100 à 200. Il est facile de le mesurer par le décrement logarithmique δ des oscillations libres (on sait que $Q \approx \frac{\pi}{\delta}$).

L'erreur systématique à redouter ici est due au fait que le fil a une raideur ; cette erreur devient négligeable pour des tensions de l'ordre de 100 N/mm² de fil.

N.B. — Ne pas oublier que les fils de cuivre bobinés sont isolés par un film de plastique. Pour les raccorder à un circuit électrique, il faut brûler ce film avec une flamme.
