Forces centrifuges ? Hum !

par Michel CRENN,
Lycée Félix-Le-Dantec, Lannion.

Dans les nouveaux programmes de terminale, la Mécanique a vu son importance se réduire beaucoup. Les problèmes liés au mouvement circulaire et uniforme demeurent cependant ; le « test du glaçon » proposé par M. VIENNOT (B.U.P. n° 587, d'octobre 1976) donnerait sans doute aujourd'hui encore des résultats surprenants, tant la notion de « force centrifuge » est floue dans l'esprit de nombreux élèves.

Il faut, en terminale, insister sur des idées simples, à ancrer fermement et sans ambiguïtés, dans l'esprit des élèves :

* Dans un référentiel galiléen pour qu'un mobile « prenne un virage » il faut qu'il soit poussé — ou tiré — vers l'intérieur du virage.

FORCE CENTRIPÈTE $\Longleftrightarrow$ VIRAGE.

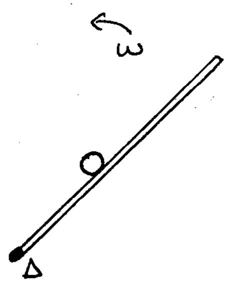
* En l'absence de force centripète, le mobile va tout droit — ou « prend la tangente » en cas de force centripète disparaissant soudainement :

PAS DE FORCE CENTRIPÈTE $\Longleftrightarrow$ TRAJECTOIRE RECTILIGNE.

Rien de bien sensationnel là-dedans bien sûr, mais pas de forces centrifuges ! ces forces sont cependant présentes, avec plus ou moins de bonheur, dans l'esprit des élèves, qui ne manquent pas de poser des questions à leur sujet dès qu'on parle de mouvement circulaire.

— Monsieur, prétendez-vous qu'il n'y a pas de forces centrifuges dans une CENTRIFUGEUSE ?

— J'ai envie de prétendre, en effet. Je pense que vous raisonnez en observateur terrestre, pseudo-galiléen, observant la centrifugeuse « de l'extérieur », sans vous y mettre par la pensée. Pour un observateur galiléen, certainement pas de forces d'inertie centrifuges ! de l'inertie, oui, qui fait que les molécules auront tendance à se plaquer sur la paroi arrière de la centrifugeuse, qui va les pousser. Physiquement, une centrifugeuse s'apparente à une bille poussée par une règle tournant autour d'un axe Δ. On pressent que la trajectoire de la bille doit être une espèce de spirale.



(Voir annexe pour l'étude de la « centrifugeuse idéale »).

— Mais monsieur, si vous êtes passager d'une voiture qui prend un virage à grande allure, vous risquez être projeté par la portière extérieure au virage, « poussé par la force centrifuge ».

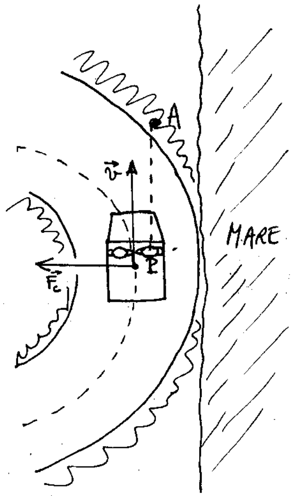
— Je risque en effet être éjecté, parce que, à cause de mon incorrigible inertie, j'ai toujours envie d'aller tout droit, en l'occurrence ici de « prendre la tangente » au virage. Or la voiture est poussée vers l'intérieur du virage par les forces de frottement des pneus sur la route, forces centripètes (qui se « sentent » mieux dans le cas d'un wagon sur rails). Ce n'est donc pas moi qui vais à la portière, c'est la portière qui vient à moi.

Si la portière s'ouvre au moment où a été prise la photo aérienne ci-après, le passager ira rouler dans l'herbe quelque part autour de A, mais sûrement pas dans la mare. Il n'y a pas de force centrifuge.

— On pourrait évidemment multiplier les exemples. Je pense qu'en terminale, toutes les réponses doivent être guidées par une seule idée. Dans un référentiel galiléen :

VIRAGE $\Longleftrightarrow$ FORCE CENTRIPÈTE.

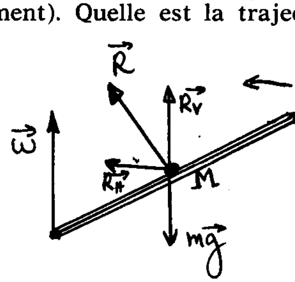
Si l'on veut parler de forces d'inertie, il faut absolument préciser, de façon très rigoureuse, le référentiel non galiléen où l'on travaille (en se limitant, en terminale, à un équilibre relatif afin d'éviter les forces de Coriolis). Et dans tous les cas, il faut montrer que le problème posé peut aussi, et avant tout, se résoudre par un raisonnement classique dans un référentiel galiléen.



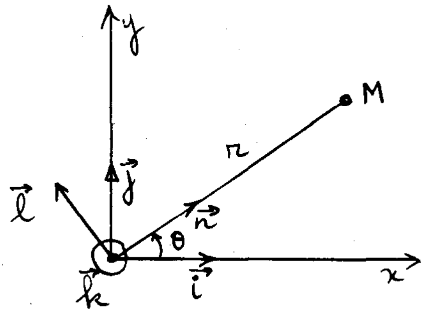
ANNEXE

LA « CENTRIFUGEUSE IDEALE »

Sur une table à coussin d'air, un palet M est poussé par une règle animée d'un mouvement circulaire et uniforme. Il n'y a pas de frottements entre règle et palet (la règle souffle par exemple de l'air horizontalement). Quelle est la trajectoire du palet ?



La terre est supposée être ici un référentiel galiléen ; ce sera le référentiel absolu. On peut y écrire $\Sigma\vec{F} = m\,\vec{a}_{absolu}$. Les forces se résument au poids $m\vec{g}$ et à la réaction $\vec{R}$, dont la composante verticale $\vec{R}_V$ est opposée au poids, et la composante horizontale $\vec{R}_H$ normale à la règle (en l'absence de frottements).



En travaillant dans les axes polaires $(\vec{n}, \vec{l}, \vec{k})$ mobiles avec M (repère relatif), on peut écrire $\overrightarrow{OM} = r\vec{n}$:

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = r\frac{d\vec{n}}{dt} + \frac{dr}{dt}\vec{n}.$$

Or, on montre facilement que $\dfrac{d\vec{n}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{n}$ où $\vec{\omega}$ est le vecteur rotation instantanée. Ici $\vec{\omega} = \dfrac{d\theta}{dt}\vec{k}$.

$$\frac{d\vec{n}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{k} \wedge \vec{n} = \frac{d\theta}{dt}\vec{l} \Rightarrow \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{n} + r\frac{d\theta}{dt}\vec{l}$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2}\vec{n} + \frac{dr}{dt}\frac{d\vec{n}}{dt} + \frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}\vec{l} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{l} + r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\vec{l}}{dt}.$$

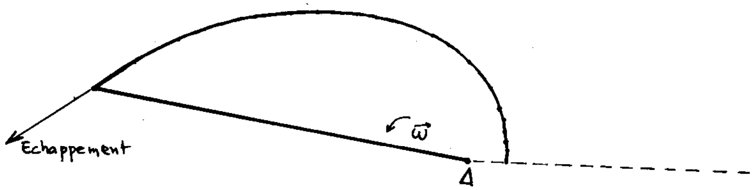
Or : $$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{l} = \frac{d\theta}{dt}\vec{k} \wedge \vec{l} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{n}$$

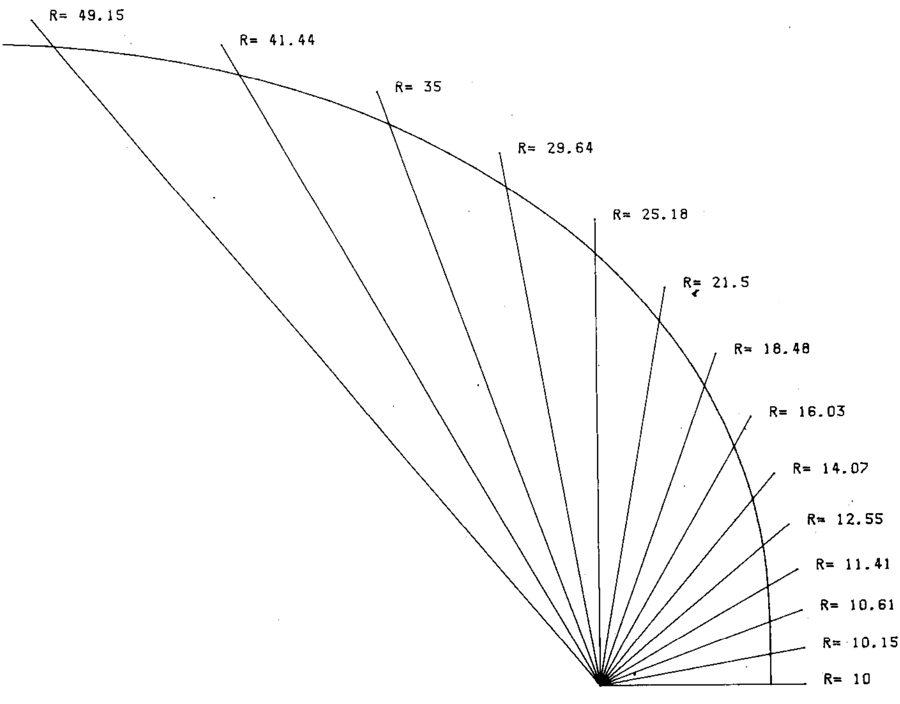
$$\frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \vec{a}_{absolu} = \left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\vec{n} + \left[2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]\vec{l}.$$

La relation $\vec{R} + m\vec{g} = m\,\vec{a}_{absolu}$ projetée sur $\vec{n}$ conduit alors à $\dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = 0$. (Aucune composante de force selon $\vec{n}$.)

Ici $\dfrac{d\vartheta}{dt} = \omega = C^{te} \Rightarrow \dfrac{d^2r}{dt^2} - \omega^2 r = 0$, équation différentielle dont la solution est $r = r_0 \operatorname{ch} \omega t = r_0 \operatorname{ch} \vartheta$ (si à $t = 0$, on a $r = r_0$ et $\vartheta = 0$).

On a ici tracé l'allure de la trajectoire pour r variant de 1 à 10 cm. A l'issue d'un tour complet, r vaudrait 268 cm.





Tracé de la courbe $r = r_o \operatorname{ch} \vartheta$ à l'ordinateur.

Cette étude n'épuise évidemment pas le sujet de la centrifugeuse. Elle donne une méthode physique d'approche, sans traiter de la compétition entre molécules légères et molécules lourdes, ni des frottements inévitables.

Sur le sujet (et sur beaucoup d'autres), on pourra lire avec profit les excellents ouvrages de MM. TANGUY et THOUROUDE, « Les théorèmes généraux de la mécanique » (McGraw Hill).