

## Établissement des équations du transformateur par l'emploi des bornes homologues

par Joseph-Emmanuel SICARD,

Lycée Claveille, Périgueux.

Le but de cet article est d'apporter une simplification à l'établissement des équations du transformateur (notamment pour le transformateur supposé parfait), tel qu'on trouve la présentation dans les livres scolaires.

Chacun de nous, professeur, est familiarisé avec cette démonstration des manuels, mais je ne crois pas inutile de la rappeler ici pour éviter toute équivoque.

Le transformateur parfait, par définition, n'a ni pertes fer, ni pertes de flux, ni pertes Joule. La perméabilité de son circuit magnétique est supposée infinie.

Nous le supposons alimenté par une source de tension sinusoïdale, et son secondaire fermé sur une charge linéaire : résistance, inductance, capacité ou association de tels éléments.

### I. DEMONSTRATION CLASSIQUE.

#### 1<sup>re</sup> étape :

On prend d'abord la précaution de choisir un sens positif du flux dans le circuit magnétique et on convient par exemple

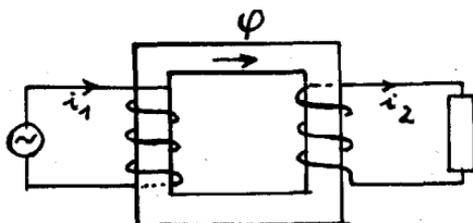


Fig. 1

d'orienter les courants  $i_1$  et  $i_2$  en accord avec le sens de ce flux, c'est-à-dire que lorsque les courants  $i_1$  et  $i_2$  circulent dans les

sens choisis, ils produisent un flux positif, et lorsqu'ils circulent dans le sens inverse, ils produisent un flux négatif.

Ce faisant, on est en droit d'écrire les formules donnant les f.é.m. induites au primaire et au secondaire sous la forme :

$$e_1 = -n_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

$\varphi$  étant le flux commun à chacune des spires du primaire et du secondaire, puisque nous admettons qu'il n'y a pas de pertes de flux entre le primaire et le secondaire ;  $n_1$  et  $n_2$  étant le nombre de spires du primaire et du secondaire.

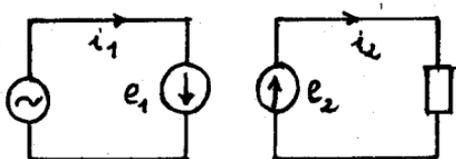


Fig. 2

Il est entendu alors que les f.é.m. ainsi exprimées doivent être orientées de telle façon qu'elles tendent à faire circuler les courants, à l'extérieur des enroulements, dans les sens positifs d'orientation choisis, d'où le schéma suivant (fig. 2).

2<sup>e</sup> étape :

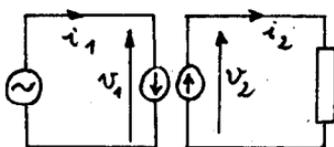


Fig. 3

Il ne reste plus qu'à orienter les tensions  $v_1$  et  $v_2$ . En regardant le primaire comme un récepteur vis-à-vis de la source, le secondaire comme un générateur vis-à-vis de la charge, il vient :

$$v_1 = -e_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad v_2 = e_2 = -n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

d'où :

$$v_1/v_2 = -n_1/n_2.$$

3<sup>e</sup> étape :

On applique le théorème d'Ampère ou des forces magnétomotrices au circuit magnétique. Puisque la perméabilité magnétique du fer est infinie, la somme des forces magnétomotrices

comptées suivant un même sens le long du circuit magnétique est nulle. Compte tenu de l'orientation que nous avons prise de  $i_1$  et  $i_2$ , nous pouvons écrire :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0.$$

Cette démonstration est rigoureuse et veut être claire, puisque toutes les lois et les conventions sont explicitées. Mais pour ma part, et je pense ne pas être seul, elle intervient en général pour justifier des résultats que l'on a d'ailleurs plus ou moins expérimentalement établis. Il est permis alors de la trouver longue, peu attrayante, voire même difficile.

C'est alors que la notion expérimentale suivante dite des bornes homologues, permet à mon avis de simplifier le problème et de faire passer plus facilement une démonstration qui vaut quand même la peine d'être faite. Qu'en est-il ?

## II. NOTION DE BORNES HOMOLOGUES (\*).

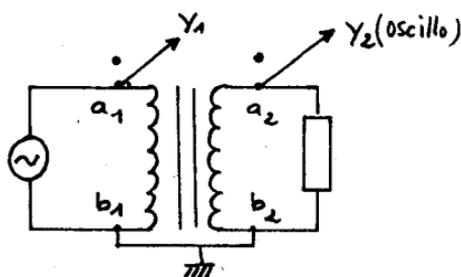


Fig. 4

On appelle bornes homologues d'un transformateur (fig. 4) deux bornes comme par exemple  $a_1$  et  $a_2$  telles qu'une tension sinusoïdale  $v_{a_1 b_1}$  étant appliquée à l'entrée entre  $a_1$  et  $b_1$ , la tension à la sortie  $v_{a_2 b_2}$  entre  $a_2$  et  $b_2$  soit en phase avec  $v_{a_1 b_1}$ .

Si  $a_1$  et  $a_2$  sont homologues,  $b_1$  et  $b_2$  le sont aussi entre elles et c'est  $a_1$  et  $b_2$  ou  $a_2$  et  $b_1$  qui ne le sont pas.

La notion de bornes homologues a des applications pratiques et sert dans tous les montages où se trouvent impliqués plusieurs transformateurs.

Ce faisant en introduisant la notion de bornes homologues, on ne bute plus sur la difficulté du signe du rapport  $v_2/v_1$ . Il ne reste plus qu'à traiter le problème du courant.

(\*) *N.D.L.R.* : La méthode de recherche des bornes homologues est donnée dans le paragraphe V. Reconnaître les bornes homologues est indispensable pour certaines manipulations de première S, de terminales C, D, E et dans certaines classes de l'enseignement technique.

## III. UTILISATION DES BORNES HOMOLOGUES.

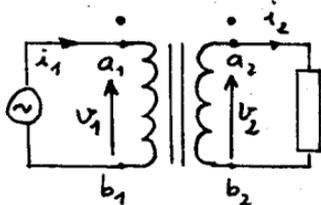


Fig. 5

Si on choisit par exemple le cas de la figure ci-dessus où les bornes  $a_1$  et  $a_2$  sont homologues et repérées suivant une convention habituelle par un point, on a donc :

$$\begin{aligned} |v_1| &= |e_1| = n_1 |d\varphi/dt| \\ |v_2| &= |e_2| = n_2 |d\varphi/dt|. \end{aligned}$$

Comme  $v_1$  et  $v_2$  sont de mêmes signes, on a :

$$v_2/v_1 = n_2/n_1.$$

Pour trouver le signe du rapport des courants, il suffit d'appliquer la loi de Lenz avant le théorème d'Ampère.

Les courants  $i_1$  et  $i_2$  ont simultanément les sens respectifs indiqués sur la figure. La loi de Lenz s'applique au transformateur et par conséquent  $i_2$ , par son sens et son intensité, tend à modérer la variation du flux inducteur créé dans le circuit magnétique par la circulation de  $i_1$ .

Par conséquent,  $-i_2$  créerait un flux de même sens que  $i_1$  et le théorème d'Ampère donne donc :

$$n_1 i_1 + n_2 (-i_2) = 0 \quad \text{d'où :} \quad i_1/i_2 = n_2/n_1.$$

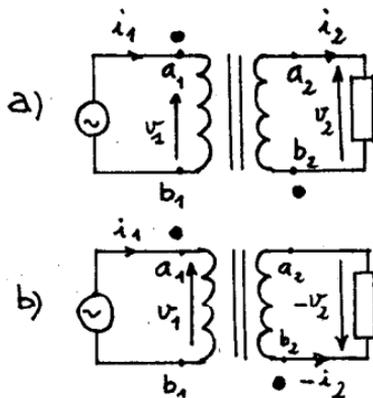


Fig. 6

Si les bornes choisies  $a_1$  et  $a_2$  ne sont pas homologues (fig. 6 a) mais qu'on garde les orientations des courants et des tensions de la fig. 5, on a donc pour cette figure (6 a) :

$$v_2/v_1 = -n_2/n_1.$$

En retournant ensuite les tensions et les courants comme l'indique la figure suivante (fig. 6 b) pour considérer les bornes homologues, on trouve donc :

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = 0.$$

Cette relation entre les courants primaire et secondaire d'un transformateur supposé parfait est difficilement acceptable pour un transformateur réel. A l'évidence, quand  $i_2 = 0$ , secondaire ouvert, le courant  $i_1$  n'est pas du tout nul.

On sait que, pour mieux décrire le comportement du transformateur, il faut écrire selon les orientations de la fig. 5,

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_{10}$$

$i_{10}$  étant le courant primaire à vide sous la tension  $v_1$ .

La démonstration de cette formule étant connue, je préfère indiquer les vérifications expérimentales suivantes qui le sont moins et qui m'ont été signalées par mon collègue C. CAPBERT du lycée Claveille de Périgueux.

#### IV. EXPERIENCES.

##### 1<sup>re</sup> expérience :

Le transformateur est alimenté au primaire par une source de tension sinusoïdale. Le secondaire débite dans une charge linéaire par l'intermédiaire d'un interrupteur K et d'une résistance  $R_2$ . Au primaire est jointe une résistance  $R_1$ .

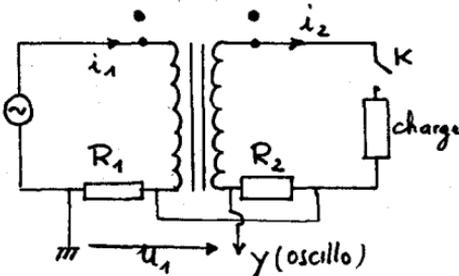


Fig. 7

Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont suffisamment petites et calculées pour que la tension  $-R_2 i_2 + R_1 i_1$  soit proportionnelle à  $-n_2 i_2 + n_1 i_1$  en prenant  $R_2/R_1 = n_2/n_1$ .

On vérifie que le signal n'est pas modifié par l'ouverture ou la fermeture de K et que, par conséquent, on a bien :

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_{10}.$$

**2<sup>e</sup> expérience :**

Il faut, pour cette expérience, un transformateur ayant deux enroulements distincts (sans points communs) au secondaire. Un de ces deux enroulements permet d'effectuer un montage analogue au précédent. Le deuxième enroulement sert à obtenir, grâce à un intégrateur RC, une tension  $u_2$  qui soit l'image du flux dans le noyau magnétique.

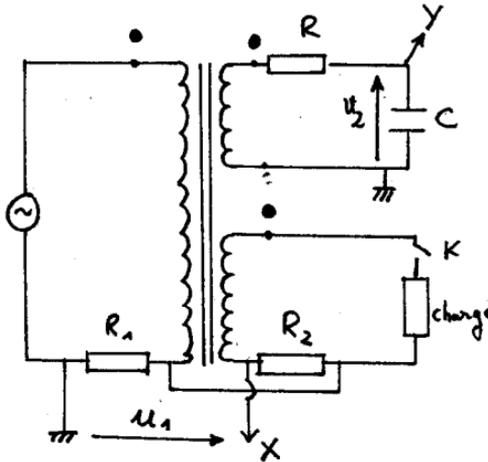


Fig. 8

On visualise à l'oscilloscope  $u_2 = f(u_1)$  soit donc le flux fonction de  $n_1 i_1 - n_2 i_2$ .

La courbe retenue est en fait le cycle d'hystérésis du noyau magnétique. On vérifie là encore que cette courbe n'est pas modifiée quand on ouvre ou ferme l'interrupteur K, ce qui vérifie indirectement la relation entre les courants.

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = n_1 i_{10}$$

Concrètement, nous avons utilisé un transformateur de 220 V, ayant deux sorties de 24 V, de puissance nominale 68 VA. Nous avons pris par ailleurs  $I_2$  de charge = 2 A et pour valeurs des éléments :

$$R = 15 \text{ k}\Omega, \quad C = 10 \text{ }\mu\text{F}, \quad R_2 = 1 \text{ }\Omega, 7 \text{ W}$$

$$R_1 = 9,2 \text{ }\Omega \text{ (boîtes A.O.I.P.)}$$

La valeur de la résistance  $R_1$  n'est pas critique. Un écart de 0,5  $\Omega$  en plus ou en moins de 9,2  $\Omega$  est cependant perceptible : il s'ensuit une certaine modification de la forme de la courbe entre l'état à vide et l'état en charge du transformateur.

**Remarque.**

Cette deuxième expérience est plus spectaculaire que la première. On peut montrer en particulier l'influence d'une diode placée en série avec la charge. Il passe dans le secondaire une

composante continue du courant  $i_2$  qui déforme le cycle d'hystérésis comme l'indique la figure ci-après (fig. 9).

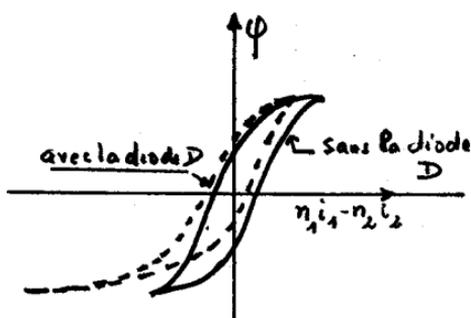


Fig. 9

$n_1 i_1 - n_2 i_2$  n'est plus identique à  $n_1 i_{10}$  (voir leurs courbes respectives en fonction du temps). On note que  $\varphi(t)$  reste sinusoïdale et inchangée. Nous n'avons pas jugé utile de reproduire sa courbe.

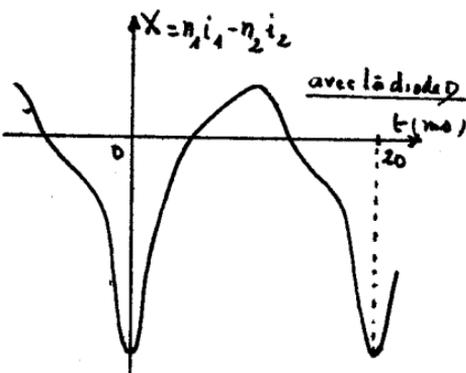


Fig. 10

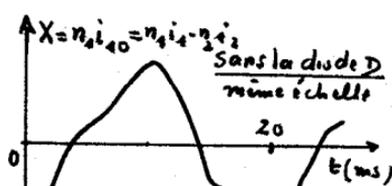


Fig. 11

#### V. DETERMINATION DES BORNES HOMOLOGUES D'UN TRANSFORMATEUR A L'AIDE D'UN VOLTMETRE.

Un voltmètre peut servir le cas échéant, pour déterminer à la place d'un oscilloscope les bornes homologues ou non homologues d'un transformateur, comme le montre la figure ci-après.

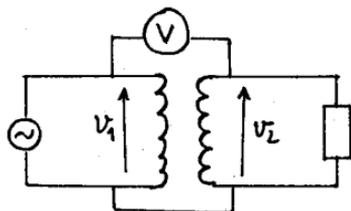


Fig. 12

Selon cette figure, le voltmètre indique la valeur efficace de  $v_1 - v_2$  ou de  $v_2 - v_1$ .

Si  $a_1$  et  $a_2$  sont homologues,  $v_1$  et  $v_2$  sont en phase, l'indication du voltmètre est égale à  $V_{1\text{ eff}} - V_{2\text{ eff}}$ , en supposant que  $v_1$  est la haute tension.

Si  $a_1$  et  $a_2$  ne sont pas homologues,  $v_1$  et  $v_2$  sont en opposition de phase, l'indication du voltmètre est égale à  $V_{1\text{ eff}} + V_{2\text{ eff}}$ .

On dispose ainsi d'une nouvelle façon de repérer les bornes homologues ou non homologues d'un transformateur. Il suffit de mesurer  $V_{1\text{ eff}}$  puis  $V_{2\text{ eff}}$  et ensuite de faire la mesure de d.d.p. selon le montage de la fig. 12 pour en conclure, selon qu'on obtient  $V_{1\text{ eff}} - V_{2\text{ eff}}$  ou  $V_{1\text{ eff}} + V_{2\text{ eff}}$  que  $a_1$  et  $a_2$  sont homologues ou non.

#### Note.

On peut se poser la question de savoir si ces expériences faites avec un transformateur de plus ou moins bonne qualité conduiraient aux mêmes conclusions. Pour m'en assurer, j'ai refait ces expériences (la première) avec un transformateur démontable (des salles de cours) alimenté au primaire par l'intermédiaire d'un autotransformateur branché sur le secteur 220 V, alors que le secondaire débite dans un rhéostat de 20  $\Omega$ , 3 A.

La bobine utilisée au primaire est une bobine MAE de 1 000 spires, de courant limite 2 A, celle du secondaire est un enroulement de 125 spires d'une bobine MAE de 2 fois 125 spires, de courant limite 10 A.

$n_1/n_2 = 8$ , en prenant  $R_2 = 1 \Omega$  il faut  $R_1 = 8 \Omega$ . J'ai pris pour  $R_2$  la résistance de 1  $\Omega$ , 7 W et pour  $R_1$  des boîtes A.O.I.P.

J'ai vérifié que le signal  $R_1 i_1 - R_2 i_2$  n'était pas modifié par l'ouverture ou la fermeture de l'interrupteur K, donc que  $n_1 i_1 - n_2 i_2$  restait bien égal à  $n_1 i_{10}$  même si le circuit magnétique était saturé. Cependant  $R_2$  restant fixe, la plage de valeurs de  $R_1$  où le signal ne subissait pas de modification entre l'état à vide et l'état en charge devenait beaucoup plus grande pour le transformateur démontable que ce n'était le cas pour le transformateur industriel que j'avais utilisé précédemment. Pour trouver une modification, il faut prendre  $R_1$  inférieure ou égale à 6  $\Omega$  ou supérieure ou égale à 10  $\Omega$ .

La validité de la relation n'est pas infirmée mais on se rend compte de la nécessité de tenir compte des fuites du transformateur (ce que l'on fait dans un modèle plus élaboré).