

Diode à jonction et calculatrice programmable

par R. LAAGEL,

Chef de T.P. E.N.S.A.M.

I.U.T. de Mulhouse - Colmar

61, rue Albert-Camus, 68093 Mulhouse Cedex.

1. PRESENTATION. INTRODUCTION.

La détermination du courant dans une diode à semi-conducteur se fait généralement par résolution graphique ; le résultat bien qu'approximatif est souvent suffisant.

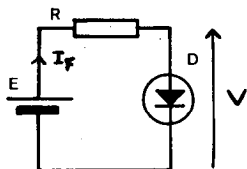
On propose ici de calculer numériquement ce même courant en utilisant successivement une méthode de régression linéaire, et une résolution numérique d'équation. Outre le fait que cette méthode familiarise l'étudiant avec sa calculatrice (et lui permet d'en explorer certaines possibilités), l'enseignant peut montrer le lien entre les notions de physique du semi-conducteur et le cours d'électronique. En prolongement de l'exposé, on pourrait évoquer aussi la notion de modèle, de plus en plus utilisée pour l'étude des circuits en simulation électrique et logique.

2. ETUDE DE LA DIODE A SEMI-CONDUCTEUR.

L'étude expérimentale d'une diode à jonction a donné le tableau de mesures suivant, à la température de 20°C :

I (mA)	0.025	0.05	0.1	0.2	0.6	1	2	4	8	10	15	20
V (mV)	400	440	480	504	560	580	620	656	684	700	720	730

2.1. Résolution graphique.

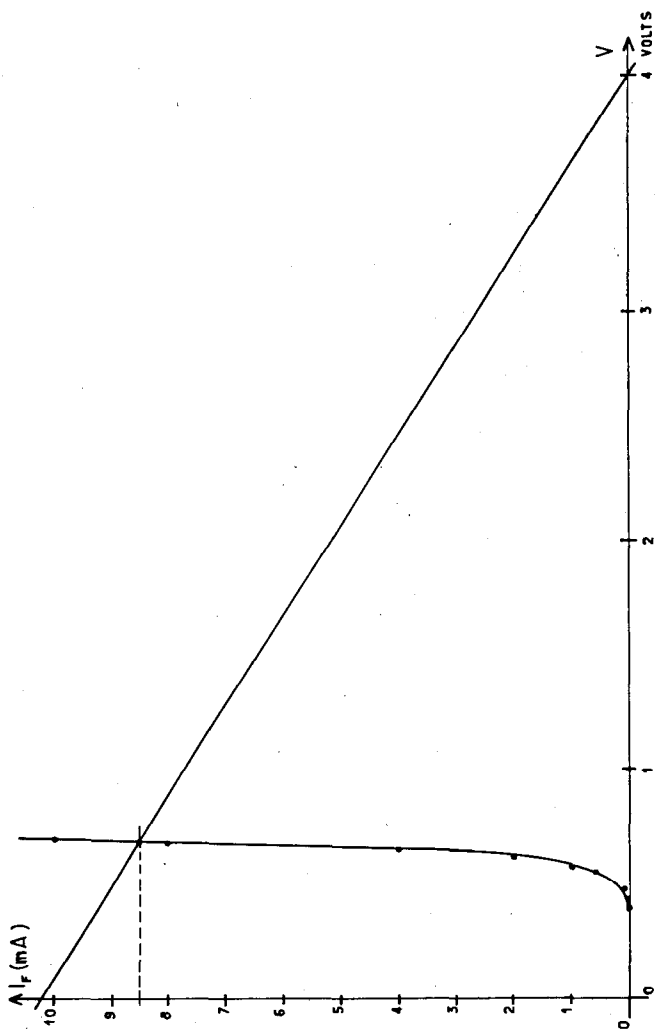


$$E = 4 \text{ volts}$$

$$R = 390 \text{ ohms}$$

Solution : $I_F \approx 8,5 \text{ mA}$ (fig. 1).

Fig. 1



2.2. Plan semi-logarithmique et régression linéaire.

Théoriquement, l'équation du courant direct I_F , dans une diode à jonction est :

$$I_F = I_S \exp \frac{eV}{kT}.$$

V : tension aux bornes de la diode,
 T : température absolue de la jonction,
 e : charge de l'électron,
 k : constante de Boltzmann.

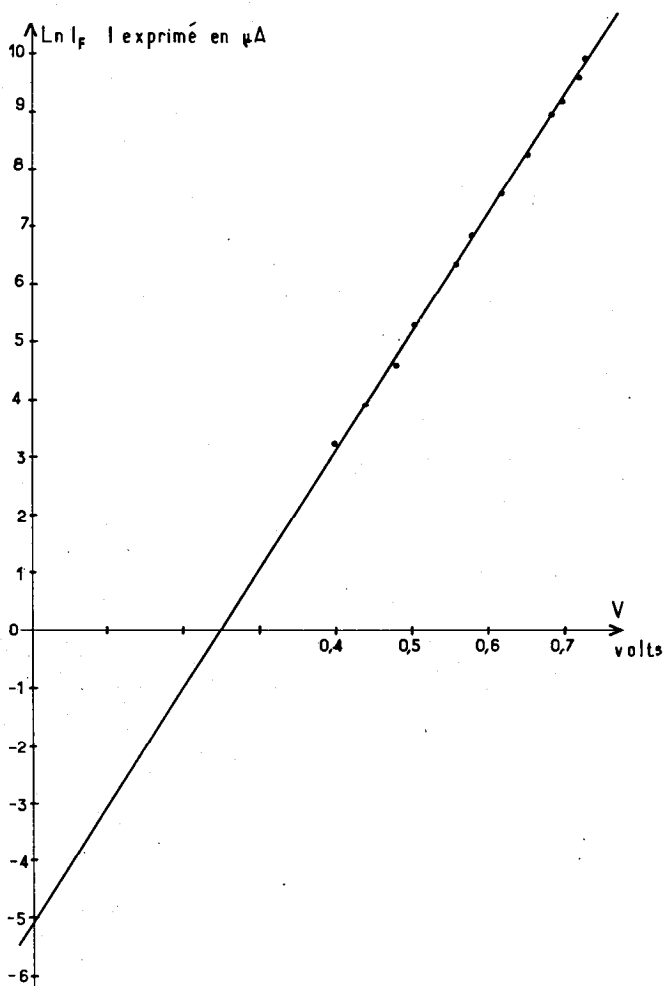


Fig. 2

Si on pose $V_0 = \frac{kT}{e}$, il vient : $I_F = I_S \exp \frac{V}{V_0}$ à température constante et par suite $\ln I_F = \frac{V}{V_0} + \ln I_S$.

La représentation de $\ln I_F$ en fonction de V est une droite, de pente $1/V_0$ et d'ordonnée à l'origine $\ln I_S$.

Ces deux paramètres peuvent se déterminer, soit graphiquement, soit par régression linéaire.

Graphiquement, on obtient (fig. 2) :

$$\begin{aligned} \ln I_S &= -5,1 & \text{d'où} & \quad I_S \simeq 6,1 \cdot 10^{-9} \text{ A} \\ 1/V_0 &= 0,0204 \text{ (mV)}^{-1} & \text{d'où} & \quad V_0 \simeq 49 \text{ mV.} \end{aligned}$$

Par régression linéaire :

$$\begin{aligned} \ln I_S &= -5,021 & \text{d'où} & \quad I_S = 6,60 \cdot 10^{-9} \text{ A} \\ 1/V_0 &= 0,2038 \text{ (mV)}^{-1} & \text{d'où} & \quad V_0 = 49,07 \text{ mV.} \end{aligned}$$

Le tracé de la droite permet de vérifier la conformité des points avec la loi théorique et la régression permet de déterminer les valeurs de I_S et V_0 avec l'incertitude minimale (méthode des moindres carrés).

$$\text{On a posé : } V_0 = \frac{kT}{e}.$$

$$\text{Soit } V_0 \text{ théorique} = \frac{1,381 \cdot 10^{-23} \times (273 + 20)}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 25,26 \text{ mV.}$$

$$\text{Or } V_0 \text{ expérimental} = 49,07 \text{ mV.}$$

$$\frac{V_0 \text{ expérimental}}{V_0 \text{ théorique}} = \frac{49,07}{25,26} = 1,94.$$

On conclut que l'équation théorique du courant dans la diode doit s'écrire :

$$I_F = I_S \exp \frac{eV}{n kT} \quad \text{avec} \quad n = 1,94.$$

Soit pour la diode étudiée :

$$I_F = 6,60 \cdot 10^{-9} \exp \frac{V}{49,07} \quad \begin{array}{l} V \text{ exprimée en millivolts} \\ I_F \text{ en ampères.} \end{array}$$

3. CALCUL NUMERIQUE DU COURANT DANS LA DIODE.

La diode est utilisée dans les conditions vues en 2.1. D'où :

$$E = RI_F + V_D$$

V_D , étant la tension aux bornes de la diode parcourue par un courant I_F .

$$I_F = I_S \exp \frac{V_D}{V_0}$$

ou :

$$V_D = V_0 \ln \frac{I_F}{I_S}$$

V_0 et I_S ayant les valeurs déterminées par régression linéaire.

Numériquement, l'équation prend alors la forme suivante :

$$390 I_F + 49,07 \ln \frac{I_F}{6,6 \cdot 10^{-6}} - 4000 = 0$$

I_F est exprimé en milliampères.

Les valeurs de V_0 et de I_S obtenues à partir des résultats de la régression linéaire sont transférées du premier registre de la pile opérationnelle dans un registre mémoire adressable de la calculatrice.

Ces constantes sont employées directement dans la résolution numérique de l'équation.

La résolution numérique emploie une méthode par dichotomie. La solution est toujours comprise entre 0 et E/R , ce qui donne aisément deux bornes pour lancer la calculatrice.

On trouvera en annexe l'organigramme de la méthode.

En choisissant une précision de 10^{-3} mA, la calculatrice affiche en fin de calcul : 8,487, soit : $I_F \simeq 8,49$ mA par excès.

Ce résultat est bien en accord avec la résolution graphique.

4. INTERET DE LA RESOLUTION. LIMITE.

Le but recherché n'était pas de calculer le courant dans une diode avec une précision excessive, sans rapport avec la réalité. Il s'agissait plutôt de montrer comment les possibilités de calcul actuelles permettent d'analyser une question, que l'on résoud d'habitude par la méthode graphique.

La détermination de V_0 et I_S indiquée précédemment n'est valable que dans la mesure où I_F et V sont liés par une loi

exponentielle. Au-delà d'une certaine valeur de I_F (variable avec le type de diode), la droite représentant $\ln I_F$ en fonction de V a tendance à s'incurver.

Une nouvelle étude de la question devra tenir compte de ce phénomène.

BIBLIOGRAPHIE

- MILLMANN and HALKIAS. — *Integrated Electronics*. McGraw Hill, 1972. Chapter 3 : *Junction-diode characteristics*.
- HEWLETT PACKARD. — *Manuel d'utilisation et de programmation*.

ANNEXE

METHODE DE DICHOTOMIE

La méthode nécessite de connaître deux valeurs de A et B qui encadrent la racine cherchée.

Au départ, l'intervalle $[A, B]$ est généralement assez large.

La méthode consiste à réduire cet intervalle par divisions successives par deux (dichotomie) jusqu'à ce qu'il soit inférieur ou égal à une incertitude ε , choisie par l'opérateur en fonction du problème à résoudre.

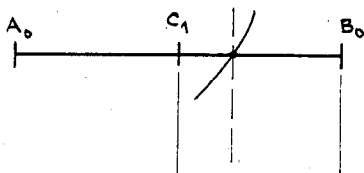
Soient A_0 et B_0 les valeurs choisies initialement ; on calcule d'abord :

$$C_1 = \frac{A_0 + B_0}{2}.$$

Nécessairement, on a :

$$f(A_0)f(B_0) < 0.$$

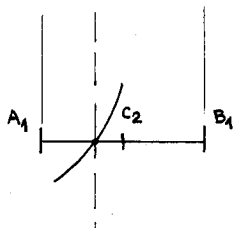
Si $|A_0 - B_0| < \varepsilon$, le calcul est terminé ; C_1 est une valeur approchée de la racine. Dans le cas contraire, on procède comme suit :



Si $f(A_0)f(C_1) < 0$, la racine est dans l'intervalle $[A_0, C_1]$. On pose : $\begin{cases} A_1 = A_0 \\ B_1 = C_1 \end{cases}$

et on reprend le calcul indiqué précédemment avec :

$$C_2 = \frac{A_1 + B_1}{2} = \frac{A_0 + C_1}{2}.$$



Si $f(A_0)f(C_1) > 0$, la racine est en dehors de l'intervalle $[A_0, C_1]$, donc nécessairement dans $[C_1, B_0]$. On pose : $\begin{cases} A_1 = C_1 \\ B_1 = B_0 \end{cases}$ et on reprend le calcul indiqué précédemment avec :

$$C_2 = \frac{A_1 + B_1}{2} = \frac{C_1 + B_0}{2}.$$

Ayant ainsi déterminé un nouvel intervalle, réduit de moitié, contenant la racine, on recommence les essais.

On démontre que ce processus converge, cependant deux remarques importantes sont à faire :

1. Les points A et B doivent encadrer la racine cherchée. Cela donne lieu à une instruction de test préliminaire.
2. Si l'incertitude ϵ est trop petite, les essais continueront indéfiniment. On peut remédier à cet inconvénient par un 'comptage des essais.

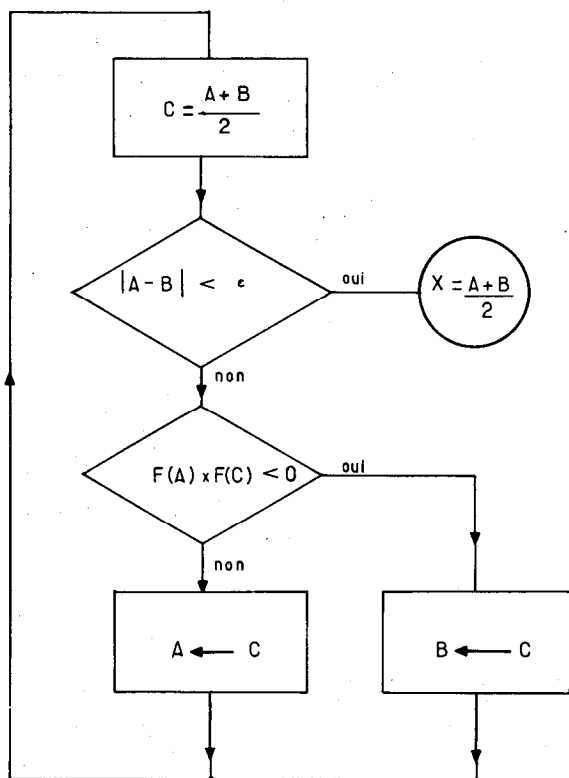
Application au problème exposé.

La nature du problème permet de savoir avec certitude que le courant solution est toujours compris entre 0 et E/R .

Cette particularité du problème justifie le choix de la méthode calcul. On dispose ainsi immédiatement des points A et B.

L'équation à résoudre comportant un logarithme, il faut choisir la borne inférieure différente de zéro (exemple : 0,001 mA).

ORGANIGRAMME DE LA METHODE DE DICHOTOMIE



BIBLIOGRAPHIE

- D.-M. YOUNG et R.-T. GREGORY. — *A survey of numerical mathematics*. Volume I. Addison-Wesley Publishing Company, Reading. Massachusetts (1972).
- C. NOWAKOWSKI. — *Méthodes de calcul numérique*. PSI, Lagny-sur-Marne (1981).
- J. LA BORDE. — *Cours et Exercices de calcul numérique*. Dunod, Paris (1965).