

A PROPOS DE LA SIMULATION ELECTRIQUE DES FROTTEMENTS :

La roue libre

par J.-P. CARON,

Professeur à l'E.N.S.A.M., Centre de Lille
8, boulevard Louis-XIV, 59046 Lille.

Dans un précédent bulletin (n° 634), notre collègue R. MOREAU proposait une extension des analogies électromécaniques à des phénomènes non linéaires. Je me permets de compléter son exposé par un exemple qui nous conduit à une conclusion surprenante : la bicyclette est l'ancêtre du T.G.V. !

En pédalant, le cycliste exerce un couple moteur sur la roue, il doit vaincre divers frottements sec et fluide.

Pendant l'effort, le système « homme-machine » est équivalent au circuit électrique suivant :

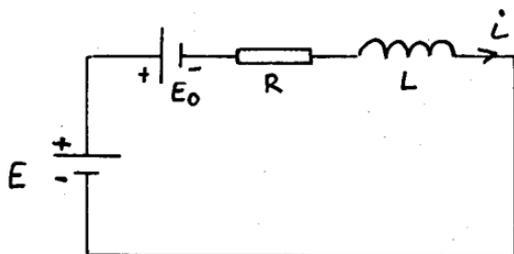


Fig. 1

Couple moteur	→	E (supposé constant)
Moment des frottements secs	→	$-E_0$
Coefficient de frottement fluide	→	R
Moment d'inertie	→	L
Vitesse angulaire	→	i

E est supérieur à E_0 .

L'intensité i , image de la vitesse, croît vers la valeur limite $\frac{E - E_0}{R}$.

Lorsque l'effort cesse, le fonctionnement est alors celui de la *roue libre* :

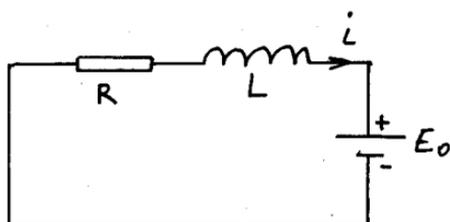


Fig. 2

L'énergie cinétique emmagasinée se dissipe par les frottements, la vitesse décroît.

On comprend alors qu'il est facile de simuler les deux phases de fonctionnement d'un *effort périodique* par le montage de la fig. 3.

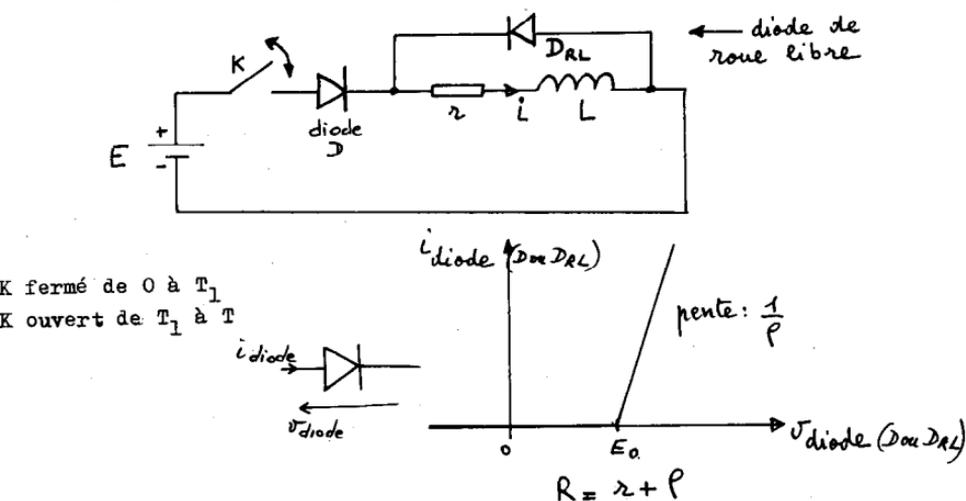


Fig. 3

Phase 1 :

Pendant la durée T_1 de l'effort :

$$E = E_0 + R i + L \frac{di}{dt}$$

Phase 2 :

Pendant la durée T_2 de la *roue libre* :

$$0 = E_0 + R i + L \frac{di}{dt}$$

En régime permanent, le graphe de i est :

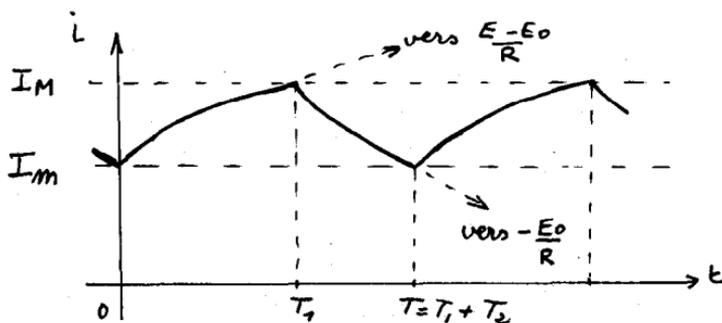


Fig. 4

* de 0 à T_1 :

$$i = \frac{E - E_0}{R} + \left[I_m + \frac{(E_0 - E)}{R} \right] \cdot e^{-Rt/L}$$

* de T_1 à $T = T_1 + T_2$:

$$i = -\frac{E_0}{R} + \left[I_M + \frac{E_0}{R} \right] e^{-R(t-T_1)/L}$$

en posant :

$$a = e^{-R T_1/L}, \quad b = e^{-R T_2/L}$$

et en écrivant les conditions aux limites (continuité de i dans l'inductance), on obtient les expressions de I_m et de I_M .

$$I_m = \frac{E(1-a)b - E_0(1-ab)}{(1-ab)R}$$

et

$$I_M = \frac{E(1-a) - E_0(1-ab)}{(1-ab)R}$$

A couple moteur constant pendant l'effort, la vitesse moyenne est réglée par le rapport cyclique T_1/T ; en effet :

$$\begin{aligned} \text{formons : } & \frac{1}{T} \int_0^T \left(R i + L \frac{di}{dt} \right) dt = R \bar{i} \\ & (\bar{i} \text{ valeur moyenne de } i) \\ & = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T_1} (E - E_0) dt + \int_{T_1}^T (-E_0) dt \right] = \frac{T_1}{T} E - E_0 \end{aligned}$$

d'où :

$$\bar{i} = \frac{1}{R} \cdot \left[\frac{T_1}{T} E - E_0 \right].$$

L'intérêt de cet exemple va au-delà de la simple analogie, il est à la base du principe du *hâcheur* destiné à l'alimentation des *moteurs de traction à courant continu* (véhicule électrique, métro, locomotive, T.G.V.). Le lecteur pourra le vérifier sur le schéma suivant :

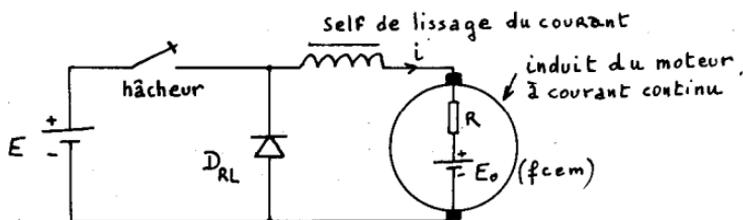


Fig. 5