

## Avec des micro-ordinateurs, faire de la Physique d'abord !

par A. DUREY, M. LAURENT, R. JOURNEAUX,  
E.N.S. Saint-Cloud.

---

### INTRODUCTION.

a) Notre objectif est de donner aux élèves les moyens et l'opportunité de suivre concrètement et pratiquement sur un exemple l'ensemble de la démarche scientifique.

b) Les micro-ordinateurs nous procurent une double chance de promouvoir cette démarche pédagogique.

c) Dans cette démarche, le micro-ordinateur est utilisé de trois façons différentes.

Etude de quelques EXEMPLES (\*) :

#### 1) TRAJECTOIRES DE BALLE ET DE BALLON :

a) les documents de départ ;

b) le recours à un modèle dynamique ;

c) la résolution numérique du système d'équations différentielles ;

d) le vol des balles de golf ;

e) détermination expérimentale des coefficients aérodynamiques ;

f) reconstitution d'un coup franc de Platini.

#### 2) ETUDE DU REBOND :

a) le rebond d'une balle : cas général avec rotation ;

b) mesure des coefficients de frottements et de restitution ;

c) reconstitution d'un 2<sup>e</sup> service de Lendl.

#### 3) ETUDE DU FRAPPÉ DE BALLE :

a) un premier modèle simplifié ;

---

(\*) N.D.L.R. : Nos collègues, A. Durey, M. Laurent, R. Journeaux nous ont envoyé un dossier très important. Nous avons été obligé de n'en publier qu'une partie. En accord avec eux, nous limitons cette publication aux parties 1 et 4.

- b) modèle du frappé avec rotation de la balle ;
- c) comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus avec une machine à frapper les balles.

#### 4) ETUDE D'UN TÉLÉPHÉRIQUE :

- a) modèle à un point d'ancrage ;
- b) algorithme de résolution ;
- c) le téléphérique de la cime de Caron à Val-Thorens : confrontation de nos résultats et des prévisions du constructeur.

Les micro-ordinateurs ont jusqu'ici été utilisés pour l'enseignement assisté par l'ordinateur. En Sciences physiques, ils peuvent jouer un autre rôle. A travers quelques exemples (trajectoires de balles, téléphérique,...), nous allons montrer l'originalité de cette démarche et son importance pédagogique.

La réalité de l'enseignement de la Physique est déterminée par le programme et les examens. Mais rêvons un peu, supposons qu'on soit d'accord pour parler en termes d'objectifs et qu'on veuille apprendre à penser et à travailler comme un scientifique. Il nous semble qu'un bon moyen de réaliser les objectifs méthodologiques à tous les niveaux cognitifs (mémorisation, application, généralisation, analyse, synthèse, jugement) est de *donner aux élèves les moyens et l'opportunité de vivre concrètement et pratiquement sur un exemple l'ensemble de la démarche scientifique.*

Il ne s'agit plus de donner un problème, mais de partir de questions ou d'observations à caractère scientifique. Pourquoi les trajectoires de balles peuvent être non planes, quelle est la forme d'un câble entre deux pylônes, qu'est-ce qu'un mirage...

On restitue alors aux élèves toutes les phases intéressantes et formatrices qui mènent jusqu'à la formulation du problème. Puis ils doivent analyser le problème, faire des choix (toute la complexité du phénomène ne peut en général être prise en compte) et appliquer ou généraliser un modèle qu'ils connaissent (sphère creuse soumise à plusieurs forces pour une trajectoire de balle, choc élastique pour un rebond, équilibre d'une portion de fil non élastique et homogène pour le téléphérique). Ces choix de modèles connus, appliqués à une réalité complexe, sont certes réducteurs, mais ce qui est important c'est de préciser les hypothèses de travail, qui permettent de tracer les limites du modèle. Avant de résoudre, il faut savoir quelles sont les inconnues et les données du problème, c'est-à-dire se renseigner sur les valeurs des grandeurs mises en jeu, cela nécessite en général un petit travail bibliographique, ou éventuellement le recours à des mesures

expérimentales (on trouve dans les livres par exemple le facteur de forme d'une sphère, mais pas celui particulier d'une balle de foot, ou de tennis de table; il convient donc d'imaginer un dispositif pour le mesurer (voir § 1 d). Puis on écrit des équations en utilisant des théorèmes généraux qui assurent le fonctionnement du modèle (théorème du moment cinétique, conservations, équilibre des forces...). Les équations ainsi posées, les variables inconnues recensées, on peut passer à la résolution mathématique, qui peut être selon les cas littérale ou numérique (avec l'ordinateur); là encore l'élève doit choisir la solution qui est à sa portée. Enfin la dernière opération consiste à faire un bilan critique du modèle, en confrontant les résultats trouvés avec ceux de l'expérience (par exemple comparer la trajectoire tracée à l'ordinateur avec une photo de trajectoire, ou à défaut comparer les portées des trajectoires, comparer l'allongement du câble porteur en fonction de la position de la cabine avec celui observé, etc.). A l'issue de cette confrontation critique, on peut améliorer le modèle (rajouter une force dont on n'avait pas tenu compte, la vitesse du vent, prendre un moment d'inertie de la balle amélioré, tenir compte de l'amortissement de la rotation de la balle, etc.). C'est dans ce va-et-vient continué entre un modèle plus ou moins élaboré et les données expérimentales que se situe réellement la démarche du physicien. C'est là également que prennent tout leur sens et que se révèlent féconds les connaissances et les savoir-faire acquis dans les classes de physique. Par exemple, l'appréciation des incertitudes expérimentales n'est plus seulement un calcul fastidieux et sans intérêt mais il devient un élément indispensable pour juger le modèle utilisé. L'affinement des mesures, et l'amélioration du modèle étant deux processus qui se complètent.

La modélisation qui est en jeu dans cette démarche est une phase décisive dans le procès scientifique, car en passant du réel au modèle, elle tend à remplacer le mystère par l'intelligible. Il est bon que chaque élève puisse éprouver concrètement sur quelques exemples ce type d'approche de la réalité qui caractérise notre discipline.

*Les micro-ordinateurs nous procurent une double chance de promouvoir cette démarche pédagogique.* Tout d'abord, grâce à leur grande capacité de calcul, on peut traiter des problèmes plus complexes qui se rapprochent de la vie quotidienne des élèves. Le professeur de physique n'est plus obligé de ne s'intéresser qu'à des ressorts ou à des mouvements sans frottement, il peut, il doit s'intéresser à tout ce que chacun de nous reçoit sans cesse comme informations-déformation scientifique véhiculée par les médias et qui envahissent le champ journalier de nos élèves.

Certains exemples qui sont plus d'actualités, qui motivent plus les élèves peuvent être étudiés et ainsi donner aux élèves

et futurs adultes la possibilité, le pouvoir qui leur est sans cesse refusé, de faire eux-mêmes leur explication d'un phénomène dans le cadre d'une démarche contrôlée scientifiquement, que ce soit à propos de fusées, de satellites, de téléphériques, de skis, d'économie d'énergie, de centrales solaires, etc. Cela n'est pas un objectif secondaire de notre enseignement que de favoriser l'autonomie de penser.

D'autre part, l'ordinateur permet de tester plus rapidement les modèles interprétatifs des phénomènes. La résolution des équations ou les applications numériques étant très rapides, on peut centrer le travail sur les rapports entre modèle et réalité. Ceci est très intéressant dans l'enseignement car on peut commencer par des modèles simples, puis les compléter petit à petit selon la motivation des élèves et les données expérimentales disponibles. On peut, par exemple, faire tracer une trajectoire de balle en considérant comme seule force mise en jeu la pesanteur, on peut ensuite ajouter les forces de frottement de l'air, puis l'effet Magnus, on peut ensuite s'intéresser au rebond, au choc avec la raquette, etc.).

*Dans cette démarche, le micro-ordinateur est utilisé de trois façons différentes.*

Il peut être tout d'abord un instrument d'expérience. En générant des nombres aléatoires, il peut faire un grand nombre de tirages dans des populations connues. Cette utilisation ouvre le champ des statistiques et des probabilités au point de vue expérimental, il débouche en Physique sur des expériences simulées en thermodynamique statistique [1] [2].

Ensuite, il peut être utilisé comme calculateur. Il fait des applications numériques sur des formules littérales complexes. On utilise ses périphériques pour avoir des documents élaborés (familles de courbes, tableaux, etc.). Les programmes peuvent comporter des tests logiques pour utiliser selon les cas des formules différentes (exemple : selon la valeur de l'impulsion, le rebond de la balle peut être glissé, roulé, pivoté ou non).

Enfin, il peut être utilisé pour résoudre numériquement des équations qui n'admettent pas de solutions littérales, ou dont ces solutions ne sont pas encore accessibles aux élèves (par exemple en terminale : mirage optique, fils suspendus), c'est le cas le plus intéressant et le plus générateur d'exemples originaux.

On peut alors résoudre toutes sortes d'équations différentielles, des intégrales, ou des systèmes algébriques. Moyennant un investissement relativement faible en informatique et en résolution numérique de la part des élèves et des enseignants, on peut ouvrir le cours de Physique à l'étude de phénomènes qui

requièrent des modules plus complexes. L'erreur serait de tomber dans la complexification et la sophistication des programmes informatiques et de se polariser sur la résolution des problèmes par l'informatique comme notre enseignement se polarise trop actuellement sur la résolution mathématique des problèmes au détriment des autres phases de la démarche expérimentale. L'informatique utilisée à sa juste place, devrait aider les élèves à faire plus de physique et de façon plus motivante.

## EXEMPLES

### 1. Trajectoires de balles et de ballons.

#### a) LES DOCUMENTS DE DÉPART.

Les documents expérimentaux étaient un film amateur super-8 mm tourné aux internationaux de tennis de Roland-Garros 1981 (Lendl et Clerc) et les photos d'un magazine pour un coup franc de Platini (France-Hollande 1981). Pour le film, nous avons projeté chaque image (48 im/s) et obtenu sur un calque la trajectoire. Pour le foot, nous avons fait un calque de la trajectoire à l'aide de 4 photos (format  $24 \times 30$ ). L'événement dure environ 1 seconde pour chaque trajectoire. L'analyse de la trajectoire pose alors le problème des référentiels espace et temps. Pour l'espace, nous nous sommes fiés aux lignes de terrain qui sont réglementées (avec le problème de leur reconstitution en perspective). Pour le temps, c'est plus difficile ; pour le foot, on ne peut avoir qu'un ordre de grandeur car le photographe n'a pu me garantir la vitesse de son moteur (environ 4 à 5 images par seconde) (cela donne un ordre de grandeur de la vitesse moyenne du ballon 4 images à  $1/4$  de s pour une vingtaine de mètres, soit  $20 \text{ m/s} \approx 72 \text{ km/h}$ ).

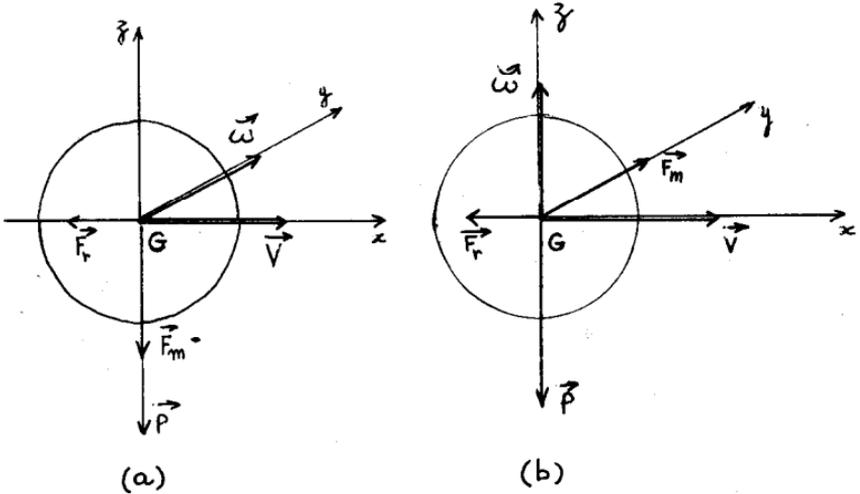
En ce qui concerne le tennis, nous avons testé la caméra à vide à l'aide d'une cellule et d'un oscillographe pour trouver  $1/47^e$  de seconde entre deux prises de vues (la durée de prise de vue étant sensiblement égale à la moitié de ce temps-là). Chargée avec un film, ce temps peut être légèrement plus long. Cela donne pour vitesse moyenne entre le choc avec la raquette et le

$$\text{rebond} \frac{17,3}{25 \times 1/47^e} = 32,5 \text{ m/s} \approx 120 \text{ km/h.}$$

#### b) LE RECOURS A UN MODÈLE DYNAMIQUE.

Pour décrire la trajectoire plus précisément (pour savoir par exemple la vitesse au départ, le freinage de la balle, la forme de la trajectoire), on va traiter le problème d'une sphère vide, de masse  $m$ , concentrée à une distance de son centre  $r$ , soumise aux forces suivantes ; son poids, la force de résistance de l'air, la

force due à l'effet Magnus (\*). On étudiera le mouvement du centre de gravité (centre de la sphère).



Deux configurations particulières

(k et a étant deux coefficients qui dépendent de la balle, du milieu, mais aussi des domaines de vitesse)

S étant la surface de la section de la sphère =  $\pi r^2$

fr = force de résistance de l'air

$$\vec{F}_r = k S V^2 \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$$

$\vec{f}_m$  = force Magnus =  $a \vec{\omega} \wedge \vec{v}$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Le cas (a) correspond à des balles « coupées ( $\omega < 0$ ) ou « liftées » ( $\omega > 0$ ).

Une balle coupée va plus loin qu'une balle plate, qui va elle-même plus loin qu'une balle liftée. Ceci est très utilisé au golf où l'on peut atteindre des vitesses de rotation (rétro  $\omega < 0$ ) très importantes (9 000 r/mn) et ainsi considérablement allonger les drives. La balle est ainsi « portée » par la force Magnus.

Le cas (b) correspond à des balles « brossées ».

C'est le cas par exemple au foot ; la balle brossée de l'intérieur du pied tourne avec un axe vertical, sa trajectoire est déviée vers la gauche (cas d'un droitier : Platini) vers la droite (cas d'un

(\*) L'effet Magnus est dû à la différence de pression qui apparaît entre deux points diamétralement opposés de la sphère lorsqu'elle tourne, différence due d'après Bernoulli à une différence de vitesse relative (sphère-air) entre ces 2 points.

gaucher : Genghini). On peut aussi marquer directement en tirant un corner, ou contourner le mur sur coup franc. Cet effet est aussi connu au golf. Certains champions peuvent ainsi contourner un bosquet. Au tennis enfin, les services « coupés » ou « slicés » donnent à la balle cet effet qui permet de déplacer l'adversaire aux limites externes du terrain (un bon exemple est le service à droite de Mac Enroe).

Si la vitesse du vent n'est pas négligeable devant celle de la balle, il faut introduire des effets supplémentaires. Du point de vue des forces étudiées ( $\vec{f}_r$  et  $\vec{f}_m$ ), ce qui intervient dans leur calcul, c'est la vitesse relative de l'air et du modèle. Il suffit donc de les calculer avec  $\vec{V}_r = \vec{V}_m - \vec{V}_{ent}$  [par exemple un vent constant dans le sens opposé à  $\vec{V}$  revient à augmenter  $\vec{f}_r$  et  $\vec{f}_m$  (à vitesse du mobile égale)]. L'équation fondamentale de la dynamique permet d'écrire le mouvement de la balle ainsi modélisée.

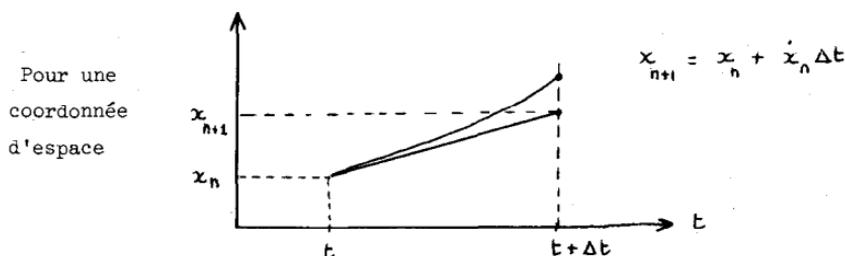
$$\vec{m}\vec{\gamma} = \vec{m}g - kSV^2 \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} + a\vec{\omega} \wedge \vec{v}.$$

Dans le cas général, on ne sait pas résoudre le système d'équations différentielles qui en découle. Nous utiliserons un traitement numérique par pas à l'aide de l'algorithme de la tangente.

### c) RÉOLUTION NUMÉRIQUE DU SYSTÈME D'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DU SECOND ORDRE.

A partir des coordonnées d'un point connu de la trajectoire  $M_n(x_n, y_n, z_n)$ , on calcule le suivant  $M_{n+1}(x_{n+1}, y_{n+1}, z_{n+1})$  à l'instant  $t + \Delta t$  en supposant la dérivée  $\frac{dM_n}{dt}$  constante dans cet intervalle de temps.

Interprétation graphique de l'algorithme.



En traduisant en termes finis la définition de la dérivée en un point qui s'obtient par un passage à la limite pour  $\Delta t \rightarrow 0$ ,

on commet une erreur à chaque pas de calcul, cette erreur peut se cumuler sur l'ensemble de la trajectoire. L'erreur par pas est en  $(\Delta t)^2$ . Il existe d'autres algorithmes plus fins qui diminuent cette erreur [4]. C'est-à-dire que pour une erreur globale fixée, on peut faire le calcul avec un pas plus grand, donc probablement diminuer le temps de calcul.

Dans notre optique, cela n'est pas très important, pour tracer une trajectoire il faut environ 30 secondes, on n'est donc pas du tout limité par le temps de calcul. Par ailleurs, les autres algorithmes risqueraient d'hypertrophier la partie résolution du problème que nous voulons au contraire minimiser en temps et en complexité.

*Algorithme général de résolution :*

$$\begin{array}{ccc} \vec{M}_n & \vec{V}_n & \vec{\Gamma}_n \\ x_n & \dot{x}_n & \ddot{x}_n \\ y_n & \dot{y}_n & \ddot{y}_n \\ z_n & \dot{z}_n & \ddot{z}_n \end{array}$$

On calcule à l'aide de l'algorithme de la tangente  $\vec{M}_{n+1}$  :

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + \Delta t \cdot \dot{x}_n \\ (1) \quad y_{n+1} &= y_n + \Delta t \cdot \dot{y}_n \\ z_{n+1} &= z_n + \Delta t \cdot \dot{z}_n. \end{aligned}$$

Avec, à nouveau, l'utilisation du même logarithme  $\vec{V}_{n+1}$  :

$$\begin{aligned} \dot{x}_{n+1} &= \dot{x}_n + \Delta t \cdot \ddot{x}_n \\ (2) \quad \dot{y}_{n+1} &= \dot{y}_n + \Delta t \cdot \ddot{y}_n \\ \dot{z}_{n+1} &= \dot{z}_n + \Delta t \cdot \ddot{z}_n. \end{aligned}$$

Puis, à l'aide de l'équation du mouvement. L'accélération  $\vec{\Gamma}_{n+1}$  :

$$\vec{\Gamma}_{n+1} \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x}_{n+1} = -\frac{ks}{m} \sqrt{(\dot{x}_{n+1})^2 + (\dot{y}_{n+1})^2 + (\dot{z}_{n+1})^2} \cdot \dot{x}_{n+1} + \frac{a}{m} (\omega_y \dot{z}_{n+1} - \omega_z \dot{y}_{n+1}) \\ \ddot{y}_{n+1} = -\frac{ks}{m} \sqrt{(\dot{x}_{n+1})^2 + (\dot{y}_{n+1})^2 + (\dot{z}_{n+1})^2} \cdot \dot{y}_{n+1} + \frac{a}{m} (\omega_z \dot{x}_{n+1} - \omega_x \dot{z}_{n+1}) \\ \ddot{z}_{n+1} = -\frac{ks}{m} \sqrt{(\dot{x}_{n+1})^2 + (\dot{y}_{n+1})^2 + (\dot{z}_{n+1})^2} \cdot \dot{z}_{n+1} + \frac{a}{m} (\omega_x \dot{y}_{n+1} - \omega_y \dot{x}_{n+1}) - g. \end{array} \right.$$

Puis on itère le calcul.

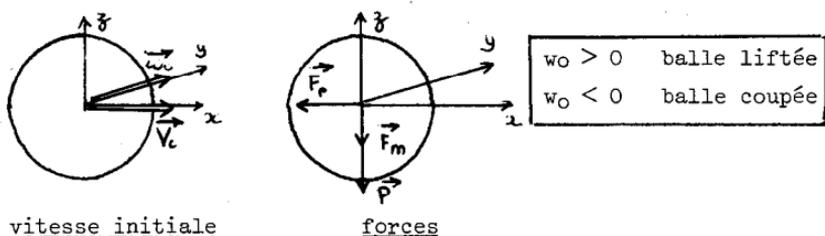
Le programme informatique n'est que la traduction de ce processus de calcul.

On peut, bien entendu, utiliser cet algorithme, sur cet exemple simple avec  $k = a = 0$ . On doit obtenir une parabole. A cette occasion, on peut tester l'influence du pas  $\Delta t$  de résolution. On peut le choisir de telle sorte que l'erreur commise par le calcul numérique soit inférieure à la précision du tracé par la table.

On peut aussi commencer par un exemple qui se décrit dans un plan.

#### d) LE VOL DES BALLE DE GOLF.

Cas d'une balle tournant selon un axe horizontal :



Les composantes de l'accélération se réduisent à :

$$\vec{\gamma} \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{ks}{m} \sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)} \cdot \dot{x} + \frac{a}{m} \omega \dot{z} \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = -\frac{ks}{m} \sqrt{(\dot{x}^2 + \dot{z}^2)} \cdot \dot{z} - \frac{a}{m} \omega \dot{x} - g. \end{array} \right.$$

La résolution et le tracé des courbes dans le cas d'une balle de golf font apparaître des effets surprenants. Par exemple, un « drive » peut être plus long dans l'air que dans les mêmes conditions dans le vide (fig. 1) à condition de la faire tourner assez rapidement ; ce que savent faire les joueurs expérimentés.

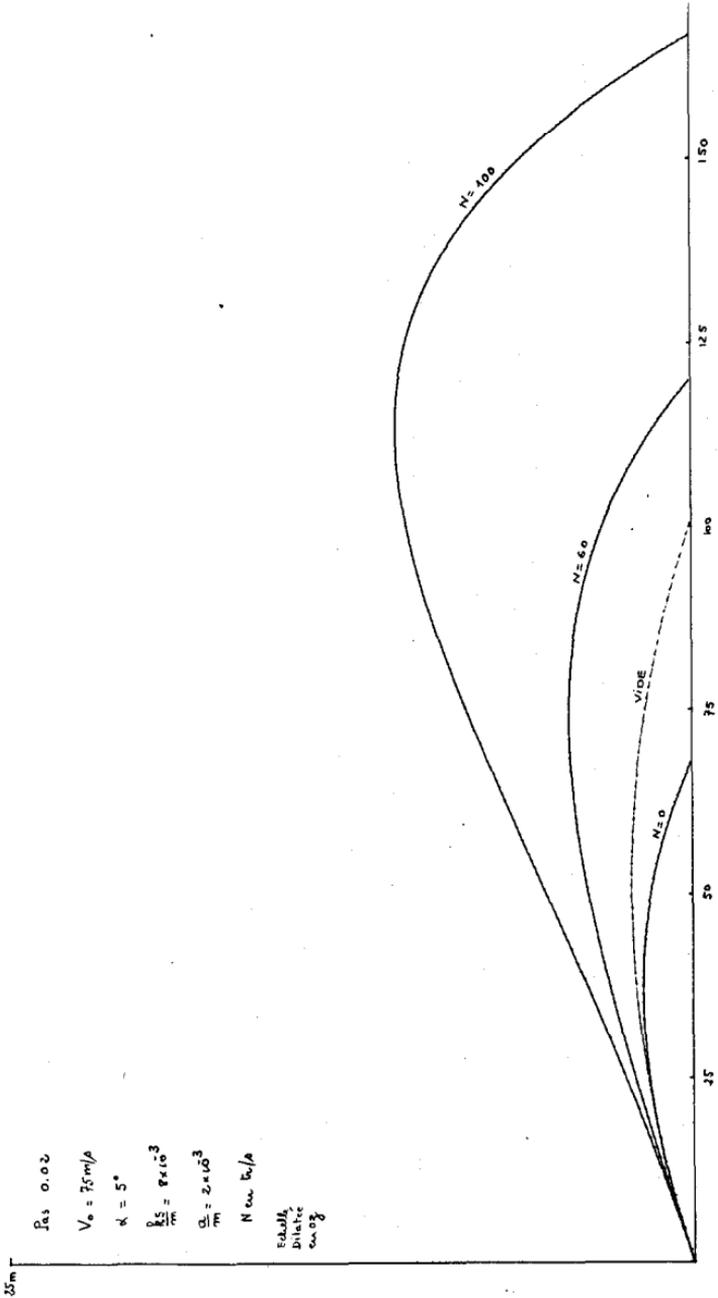
Si on regarde la trajectoire d'une balle de golf fictive (les clubs ne sont pas étudiés pour ce genre d'exploit) qui tournerait très vite  $N = 300$  tr/s avec une grande vitesse à  $45^\circ$  de l'horizontale, elle a la forme d'une boucle (fig. 2).

Cette trajectoire n'est pas réalisable au golf, car on ne peut pas à la fois avoir une grande vitesse linéaire et de rotation.

Selon les clubs, on peut varier entre les couples suivants (5) :  
 40 m/s et 180 tr/s      60 m/s et 0 tr/s  
 (144 km/h) (1 080 tr/mn)      (216 km/h).

**GOLF : TRAJECTOIRES COMPAREES DANS LE VIDE ET DANS L'AIR  
 AVEC DIFFERENTES VITESSES DE ROTATION.**

Fig. 1

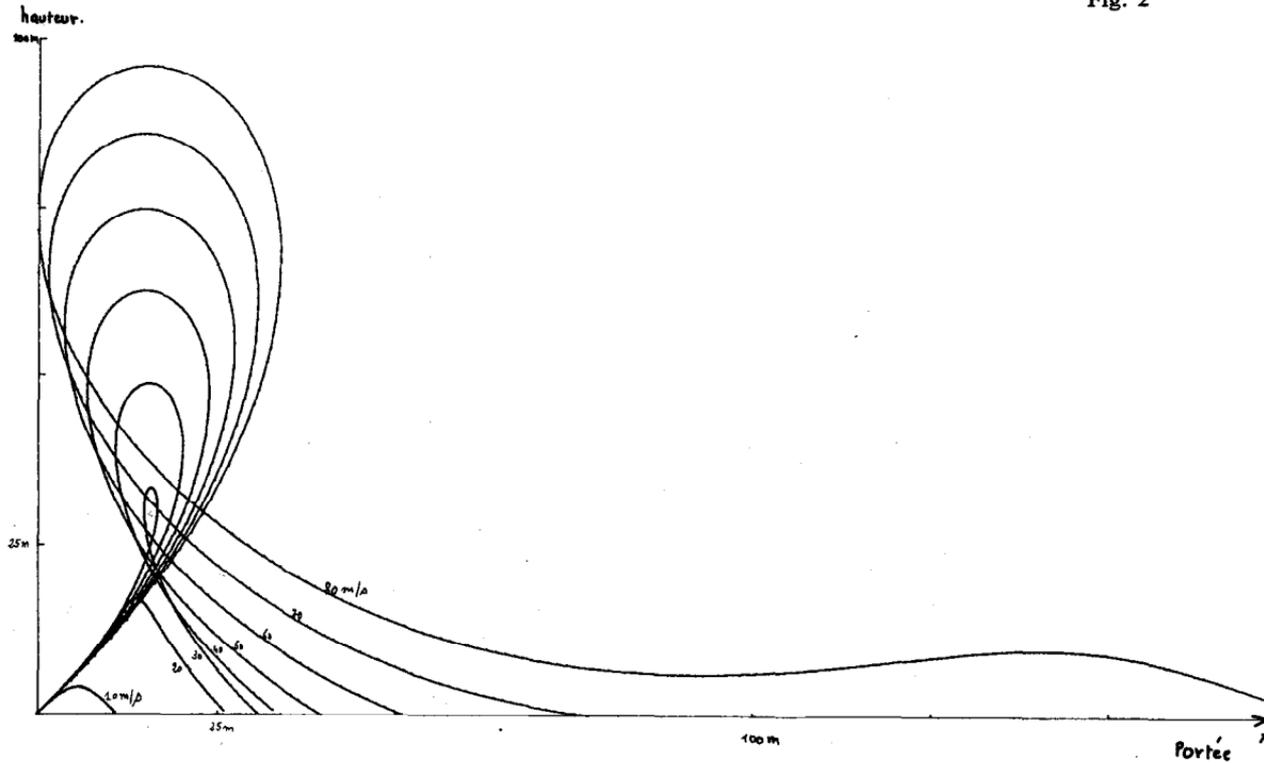


**GOLF : CAS THEORIQUE D'UNE BALLE EN ROTATION TRES RAPIDE  
(300 tr/s).**

**ANGLE DE DEPART (45°).**

**VITESSE INITIALE (10 m/s à 80 m/s).**

Fig. 2



e) DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES COEFFICIENTS AÉRO-DYNAMIQUES.

Pour mesurer  $k$ , nous avons suspendu la balle dans le courant d'air ascendant d'une soufflerie, à une balance monoplateau. Il s'agit d'une petite soufflerie d'enseignement, de diamètre de sortie 20 cm, ce qui est tout juste suffisant pour des balles de golf ou de ping-pong, critiquable pour des balles de tennis, mais ne peut fournir qu'un ordre de grandeur pour des ballons de foot. Nous effectuons une correction pour tenir compte de l'équipage de suspension.

La vitesse de l'air, suffisamment homogène au voisinage du centre du faisceau, est mesurée avec un anémomètre électrique Peckly; elle peut l'être également avec un anémomètre à tube de Pitot, beaucoup moins cher.

Le tableau 1 présente, de façon comparative le résultat de nos mesures et celles de la littérature. On notera (cf. 6) en particulier que la « constante »  $k$  dépend en fait de la vitesse de rotation de la balle. Elle dépend également de l'état de la balle (neuve ou usée; rôle très important des alvéoles dans les balles de golf) (cf. 6).

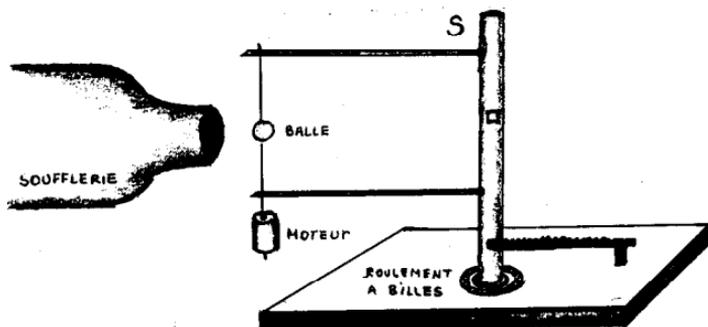
Pour les trajectoires que nous avons étudiées de façon détaillée, l'ordre de grandeur des paramètres est toujours le même ( $v \approx 100 \text{ km h}^{-1}$ ; rotation  $\approx 50 \text{ tours s}^{-1}$ ); nous utilisons les valeurs de  $k$  obtenues pour ces conditions.

*Effet Magnus.*

Là encore, la littérature ne fournit que des données disparates et fragmentaires. Nous avons effectué nous-mêmes des mesures, sur les balles de golf et de tennis, au moyen d'un appareil assez simple à construire.

La balle est mise en rotation par un petit moteur à courant continu très léger, la vitesse étant mesurée au stroboscope. L'ensemble solidaire  $S = \text{balle} + \text{moteur}$  peut être soumis à un moment autour d'un axe  $\Delta$ , lorsqu'il subit le vent de la soufflerie.

La rotation de l'ensemble  $S$  est contrariée par une lame élastique (lame de scie) et mesurée à l'aide d'un miroir, façon Pogendorf.



Pour les ballons de foot, la méthode précédente est inapplicable (du moins avec notre soufflerie). Nous avons mesuré la constante de Magnus comme suit.

Considérons un pendule constitué par une balle tournante ( $\vec{\omega}$  dans l'axe du fil de suspension); le plan d'oscillation de ce pendule tourne lentement conformément aux équations :

$$m \frac{d^2 \vec{OM}}{dt^2} = \vec{mg} + \vec{T} + a \vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

qui se projette pour des oscillations petites en :

$$\vec{\omega} \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} + \frac{a}{m} r \dot{y} + \frac{x}{l} g = 0 \\ \ddot{y} - \frac{a}{m} r \dot{x} + \frac{y}{l} g = 0 \end{array} \right. \quad \text{soit si } u = x + iy$$

$$\ddot{u} - \frac{a}{m} r i \dot{u} + \omega_0^2 u = 0 \quad \text{de solution}$$

$$u = e^{i \frac{ar}{2m} t} \left[ A \cos \left( \sqrt{\omega_0^2 + \frac{a^2 r^2}{4 m^2}} \cdot t + \varphi \right) \right]$$

traduisant la rotation du vecteur représentatif de  $u$ , à la vitesse angulaire  $\frac{ar}{2m}$ . La mesure de cette vitesse fournit  $a$ .

Le tableau 2 compare les différents résultats obtenus pour cette mesure de l'effet Magnus.

En fait, les choses ne sont pas si simples et là aussi, la « constante » dépend, si l'on explore une large gamme, de  $v$  et de  $\omega$ . Comme pour la résistance de l'air, nous avons utilisé la valeur la plus probable dans l'intervalle où nous travaillons.

## TABLEAU COMPARATIF DES RESULTATS

TABLEAU 1

Coefficient K intervenant dans la force de résistance de l'air

$$(f = ksV^2)$$

Balle ou Ballon	valeur mesurée avec la soufflerie	Valeurs trouvées dans les articles
<u>GOLF</u> m = 45,9g d = 42,7 mm	$k = 0,26$ 0,29 0,3 0,32 V = 8m/s N = 0	$k = 0,18$ N = 0 $k = 0,24$ N = 50 (Cf. 6) $k = 0,28$ N = 100
<u>TENNIS</u> m = 58g d = 67 mm	$k = 0,20$ V = 5m/s N = 0	On trouve aussi des valeurs générales pour des formes sphériques du coefficient $C_D$ défini par $f = C_D \times \frac{1}{2} \rho v^2 S$ en fonction de x (rapport de la vitesse radiale due à la rotation à la vitesse de déplacement du centre de gravité).
<u>FOOT</u> m = 433g d = 22,2 mm	ordre de grandeur 0,1	x = 0 k = 0,33 x = 2 k = 0,39

TABLEAU 2

Coefficient intervenant dans la force de Magnus

$$\vec{f} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

Nature de la balle ou du ballon	Mesure avec la méthode du pendule	Mesure avec la soufflerie	Valeurs trouvées dans la littérature
GOLF	V 0,3m/s N = 18tr/s $a = 0,28 \times 10^{-4}$	On obtient des droites en fonction de N $0 < N < 70\text{tr/s}$ La pente donne "a" V=2m/s a=0,3 x 10 <sup>-4</sup> V=11,5m/s a=0,6 x 10 <sup>-4</sup> V=14,5m/s a=0,8 x 10 <sup>-4</sup> V=16,5m/s a=1 X 10 <sup>-4</sup> V=21m/s a=1,3 x 10 <sup>-4</sup>	N = 33 a=0,95 x 10 <sup>-4</sup> N = 50 a=0,97 x 10 <sup>-4</sup> N = 60 a=0,9 x 10 <sup>-4</sup> Pour V = 32 m/s
TENNIS	N = 16 V = 0,3m/s $a = 0,7 \times 10^{-4}$	V=12m/s N=25tr/s $a = 0,7 \times 10^{-4}$	Sphère de 15,2 cm de diamètre et nombre de Reynolds de 6 à 10x10 <sup>4</sup> Ces résultats donneraient pour le tennis a=1,4x10 <sup>-4</sup> v=20m/s N=100tr/s a=0,5x10 <sup>-4</sup> v=20m/s N=50tr/s
FOOT	l = 25 m T = 10s N = 16tr/s V ≈ 0,2m/s $a = 0,8 \times 10^{-3}$		Pour le foot $a=0,5 \times 10^{-2}$ v=30m/s N=30tr/s $a=0,75 \times 10^{-2}$ v=28m/s N=48tr/s

## f) RECONSTITUTION D'UN COUP FRANC DE PLATINI (fig. 3).

Valeurs des coefficients choisis :

$$k = 0,13 \quad \frac{ks}{m} = 0,01,$$

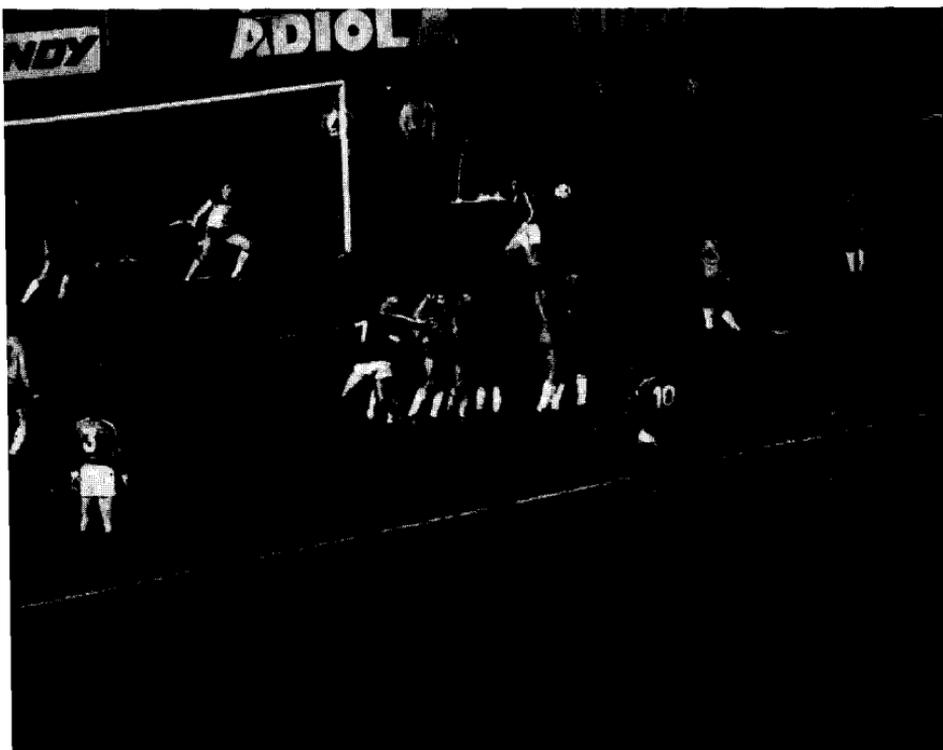
$$a = 0,56 \times 10^{-2} \quad \frac{a}{m} = 0,013.$$

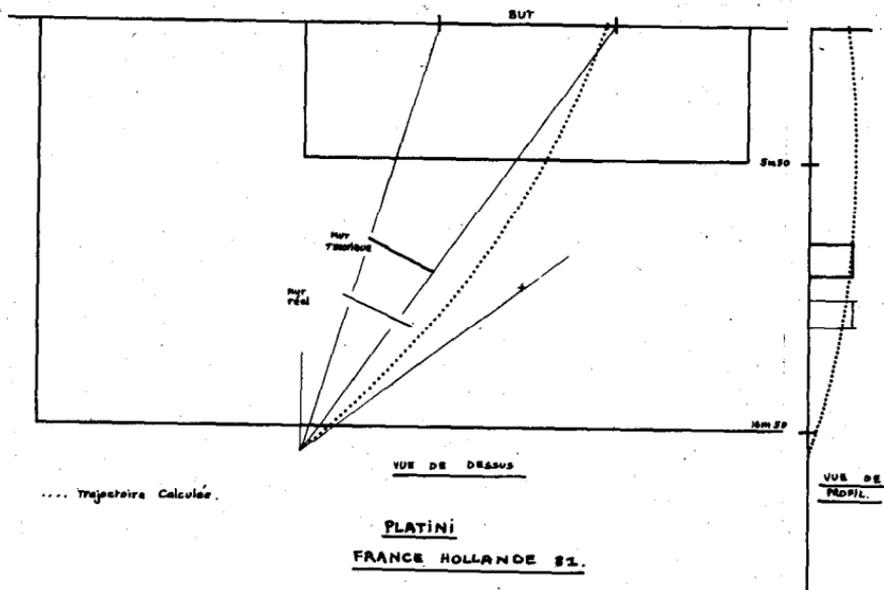
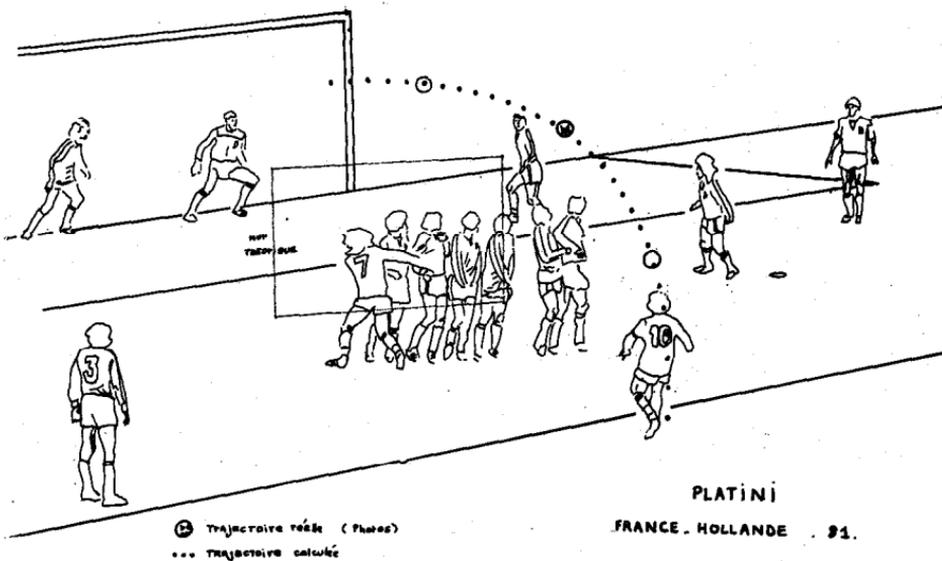
Les valeurs des angles et des vitesses ont été ajustées pour superposer la trajectoire calculée à la trajectoire réelle.

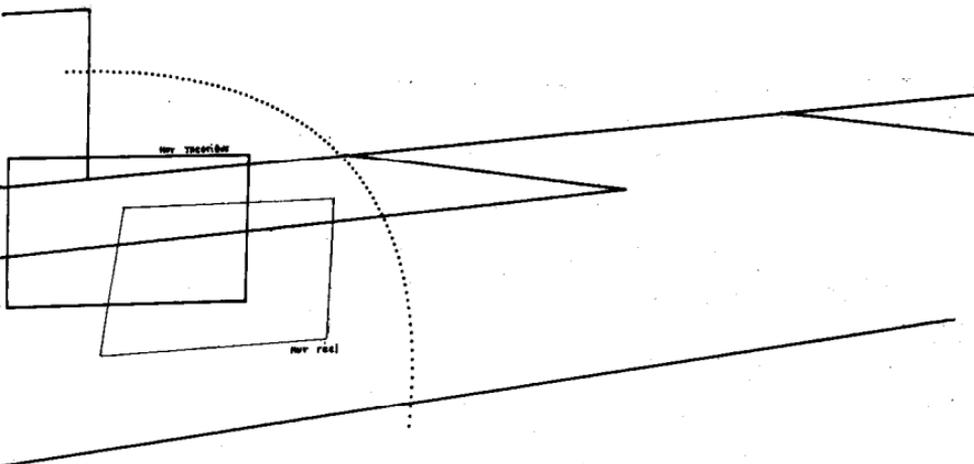
Un calcul fait en ne tenant compte que de la pesanteur donnerait une vitesse initiale  $v = 60$  km/h. En réalité pour la même portée, il faut une vitesse initiale beaucoup plus grande (102 km/h) et ceci pour deux raisons.

La principale est que l'air freine considérablement la balle ; la seconde est que la trajectoire courbe est plus longue que prévu. C'est l'effet Magnus dû à la rotation de la balle qui incurve la trajectoire, ce qui permet de contourner le mur comme on le voit bien dans la vue précédente (fig. 3).

La vitesse de rotation de la balle est de 48 tr/s. Mais on ne peut avoir confiance dans ce résultat. Il faudrait connaître  $a$  Magnus de façon précise, ou bien mesurer la vitesse de rotation du ballon (Projet en cours).







... Trajectoires Calculées

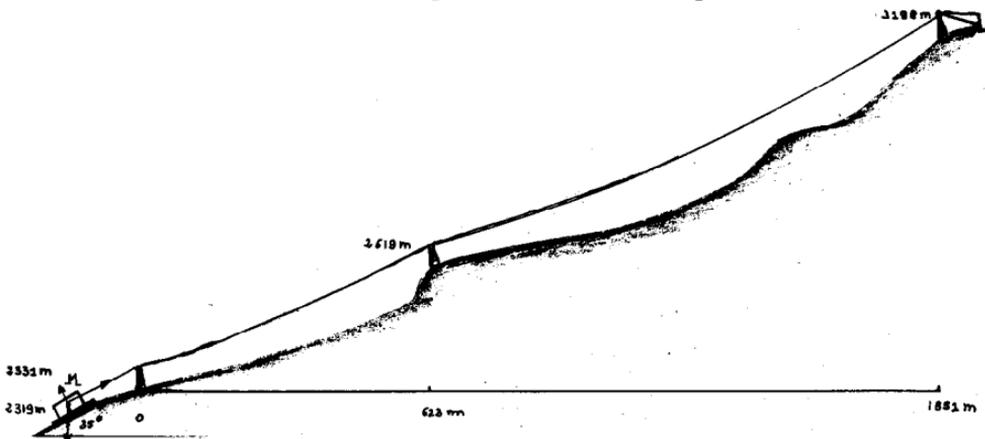
$V_0 = 34,5 \text{ m/s} = 123 \text{ km/h}$   
 $\alpha_0 = -50,18^\circ$   
 $K_V = 15^\circ$   
 $N = 42 \text{ K/A}$

PLATINI  
 FRANCE - HOLLANDE 81

#### 4. Le téléphérique.

Quelle est la forme du câble lorsque la cabine est suspendue ? Comment évolue cette forme lorsque la cabine se déplace ? Quel est l'allongement de câble porteur ?

Pour tenter de répondre à ces questions, il faut avoir une idée de la façon dont est conçu un téléphérique (7). La plupart sont ancrés d'un seul côté et tendus par un contrepoids. Celui que nous avons étudié (téléphérique de la Cime de Caron à Val-Thorens) comporte 2 câbles porteurs par voie, un ancrage fixe à la station amont et un contrepoids aval de 129 t par câble.



*Dénivellation* : 866 m.

*Longueur suivant la pente* : 2 047 m.

*Le contrepoids d'une masse* : 432 t sur un plan incliné à  $35^\circ$ , soit une tension 1 216 kN par câble porteur.

La masse de la cabine est 8 t à vide et 20 t en charge.

Les questions que se posent les constructeurs de téléphérique sont en général résolues par des formules empiriques assez complexes (quelle sera la course du contrepoids à prévoir, quels seront les différents profils du câble, la cabine ne risque-t-elle pas d'être trop près du terrain, quelle sera la tension maximale du câble...).

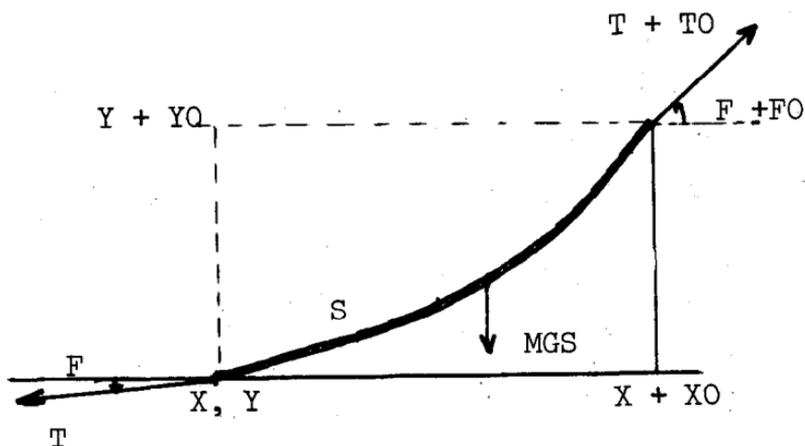
Mais ces questions peuvent être résolues assez rapidement dans le cadre d'une résolution numérique par ordinateur avec un modèle simple accessible dans le second degré de l'enseignement.

#### a) MODÈLE UTILISÉ ET MISE EN ÉQUATION.

Nous utiliserons, à titre d'exemple, la première partie du trajet, de la station de départ au premier pylône. Considérons chaque câble porteur séparément et sans tenir compte de l'influence des câbles tracteurs (en fait, ceux-ci sont loin d'être négligeables puisque dans notre exemple les câbles porteurs ont chacun 68 mm de diamètre et 25 kg par mètre, et les câbles tracteurs ont 39,8 mm de diamètre et 5,6 kg/m).

#### *Etude d'une portion de câble sans cabine.*

Rappelons que ce modèle peut être résolu algébriquement ; c'est un exercice classique en Math. Sup.



T tension,  
 F angles (tension, horizontale),  
 X, Y coordonnées du point,  
 TO, FO, XO, YO petits accroissements des grandeurs correspondantes,  
 S longueur du câble,  
 M masse par unité de longueur.

On écrit l'équilibre de cette portion de câble en projetant les trois forces T, T + TO, MGS sur les deux axes.

$$\begin{cases} (1) & (T + TO) \cos (F + FO) = T \cos F, \\ (2) & (T + TO) \sin (F + FO) = MGS + T \sin F. \end{cases}$$

Si on travaille sur des accroissements très petits, on a :

$$(3) \quad XO = S \cos F$$

$$(4) \quad YO = S \sin F.$$

Là aussi on prend l'algorithmme de la tangente (voir § 1. c).

On a donc 4 équations et 4 inconnues (XO, YO, FO, TO).

La variable S sera le pas de calcul.

En développant les équations 1 et 2 et en gardant les termes du premier ordre, on obtient les équations 1' et 2' :

$$(1') \quad TO \cos F = T FO \sin F$$

$$(2') \quad TO \sin F + T FO \cos F = MGS.$$

On cherche FO et TO.

TO = MGS sin F = MG YO (on retrouve le résultat connu que l'accroissement de tension ne dépend que de l'accroissement de hauteur).

$$FO = \frac{MGS}{T} \cos F = MG \frac{XO}{T} = \frac{TO}{T} \frac{XO}{YO}.$$

*La portion de câble avec cabine.*

Les équations sont les mêmes, seul le poids du câble est à augmenter du poids de la cabine.

$$\text{cabine} \left\{ \begin{array}{l} XO = S \cos F \\ YO = S \sin F \\ TO = (M_c G + MGS) \frac{YO}{S} \\ FO = (M_c G + MGS) \frac{XO}{T} = \frac{TO}{T} \frac{XO}{YO} \end{array} \right.$$

## b) ALGORITHME DE RÉSOLUTION.

On choisit un pas  $S$ , puis à partir du point  $(X, Y)$  de départ et de l'angle  $F$ , on calcule  $XO$  et  $YO$  :

$$(XO = S \cos F \text{ et } YO = S \sin F)$$

et  $TO$  et  $FO$  de façon à avoir tous les éléments du nouveau point  $(X + XO, Y + YO, T + TO, F + FO)$  et on itère.

Lorsqu'on passe à l'abscisse curviligne  $I_1$  où se trouve la cabine, on fait un sous-programme qui tient compte des équations « cabine ».

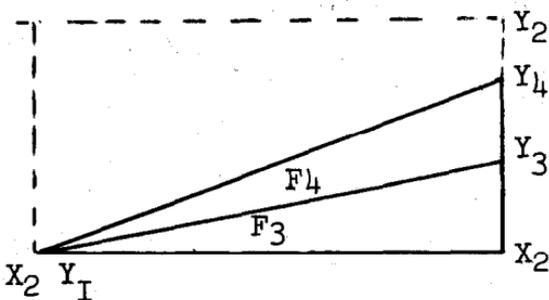
La seule difficulté réside dans le tracé d'une équation de câble reliant deux points préalablement choisis.

Pour cela, nous utilisons une méthode d'essai et d'approximation successives.

Nous choisissons pour le premier essai, un angle  $F$  égal à l'angle que fait la sécante avec l'horizontale et une longueur de câble 10 % plus longue que la sécante  $L = 1,1 D_1$ , puis lorsqu'on est arrivé au bout du câble ou lorsque  $x$  est supérieur à  $x_2$ , on calcule la distance de l'extrémité du câble au point  $B$ . Si celle-ci est inférieure au pas  $a S$ , on trace le profil du câble sinon on change  $F$  de départ (on augmente si  $y_2 > Y$ ) :

$$F_1 = F_1 + \frac{F_1}{500} \cdot S \cdot \text{SGN}(Y_2 - Y).$$

Au coup suivant, comme on dispose de deux points d'arrivées, on change  $F$  par interpolation linéaire.



ARRIVÉE :

1<sup>er</sup> essai :  $F_3, Y_3,$ 2<sup>e</sup> essai :  $F_4, Y_4,$ Point d'arrivée :  $Y_2.$ 

DÉPART :

Angle choisi pour le nouvel essai :

$$F'_4 = F_4 + \frac{Y_4 - Y_2}{Y_4 - Y_3} (F_3 - F_4).$$

Pour obtenir l'enveloppe de tous les profils de câble (qui définira la zone interdite de sécurité), on itère l'étude précédente pour un grand nombre de positions de la cabine et lorsqu'on a tracé le profil pour une position de la cabine, on déplace celle-

ci de  $\frac{L}{n}$  et on recommence.

### c) RÉSULTATS.

Nous constatons un accord parfait entre les prévisions de la Société POMA, constructeur du téléphérique, et nos résultats (\*).

Nous avons comparé l'enveloppe des profils de câble tracés pour 10 positions de la cabine — pleine et vide — pour trouver l'allongement maximum de celui-ci.

Pour le deuxième tronçon du téléphérique, on procède de la même manière en prenant comme valeur de la tension au premier pylône, celle trouvée par le calcul du premier tronçon vide (1 285 kN). (La tension au point bas, liée au contrepoids étant fixe, et l'écart des tensions (70 kN ici), sur un câble sans surcharge ne dépendant que de la dénivellation).

La tension au point haut, légèrement variable selon la position de la cabine a une valeur maximale de 1 500 kN. (La charge de rupture est de 5 000 kN).

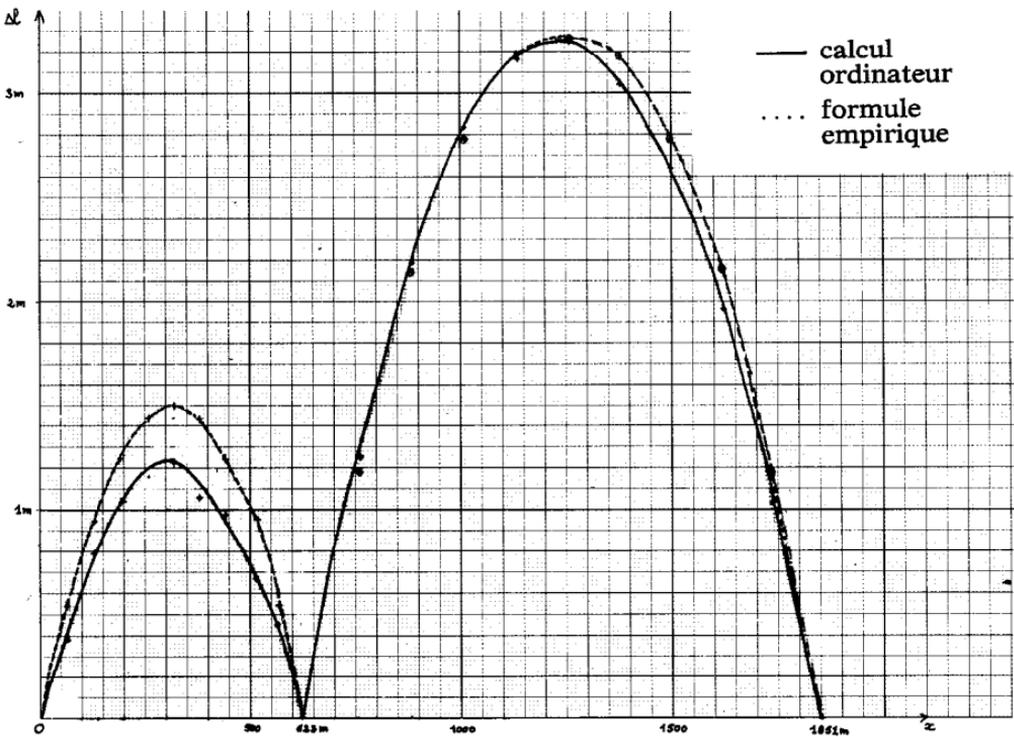
Pour trouver l'allongement total du câble, il faut ajouter l'allongement du premier tronçon et celui du deuxième tronçon. Dans le cas où la cabine est sur le deuxième tronçon, seul cet allongement intervient ; il n'y a pas d'allongement du premier tronçon. En revanche, lorsque la cabine est sur le premier tronçon, il faut ajouter celui trouvé sur le deuxième tronçon. Pour ce dernier calcul, il faut calculer le rétrécissement du câble vide sans cabine soumis aux tensions croissantes occasionnées par le déplacement de la cabine. Mais cette diminution n'est pas appréciable, compte tenu de la précision de notre calcul.

On retrouve bien les allongements prévus par les formules empiriques des livres spécialisés (fig. 7).

*Les angles de départ et d'arrivée varient peu.*

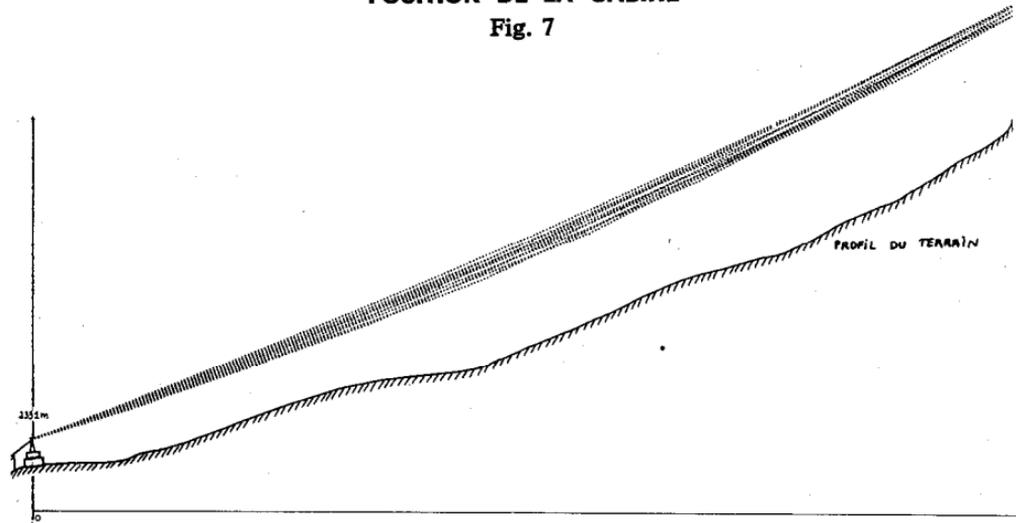
	départ	arrivée
1 <sup>er</sup> tronçon, cabine pleine .....	17,4° à 21,3°	28,3° à 32,1°
2 <sup>e</sup> tronçon, cabine pleine .....	14,8° à 18,5°	31,3° à 34,7°

(\*) Nous remercions Monsieur J.-Y. Berthillot des Tréfileries C.C.G. qui nous a fourni les documents techniques de cette étude.



VARIATIONS DE L'ALLONGEMENT DU CABLE EN FONCTION DE LA POSITION DE LA CABINE

Fig. 7



PROFIL DU CABLE POUR DIFFERENTES POSITIONS DE LA CABINE  
 (1<sup>er</sup> tronçon, cabine pleine)

Fig. 8

On retrouve ces angles sur le tracé des profils du câble en fonction de la position de la cabine (fig. 8).

L'étude du téléphérique est exemplaire de notre démarche en ce sens qu'elle illustre :

— la possibilité de traiter entièrement un problème dont les données sont complexes (seul le cas du câble libre peut être résolu mathématiquement, mais seulement en Math. Sup. ; la surcharge de la cabine complique tout).

Par contre, le traitement numérique ne fait appel qu'à la loi de combinaisons de forces statiques, abordables beaucoup plus tôt ;

— le fait que l'on peut alors consacrer une partie de son temps à l'étude plus physique du système : différence entre une cabine vide et pleine ; rapport des masses de cabine, masse de câble, tension en tous points ;

— la possibilité de travailler sur des documents « réels » et non pas grossièrement simplifiés pour l'enseignement.

A noter qu'on pourrait sans doute réaliser une maquette de téléphérique où la plupart des paramètres seraient mesurables (mais il faut veiller, pour respecter la réalité à ce que le « câble » représente toujours en masse, une fraction non négligeable de la cabine.

Terminons en faisant remarquer la simplicité, sans doute trop grande de notre algorithme de calcul ; il en résulte des temps de calcul très longs (20 mn environ pour un profil si le pas est de 1 m). Nous lançons un appel aux informaticiens professionnels pour améliorer cet aspect de notre étude.

#### BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] P.-J. BLACK, J.-M. OGBORN. — *Statistique. Evolution et hasard* (approche statistique de la thermodynamique au cours Nuffield supérieur). B.U.P. n° 605, p. 1133-1146.
- [2] A. DUREY, M. LAURENT. — *L'enseignement avec l'ordinateur* (communication aux 4<sup>es</sup> journées internationales sur l'enseignement des Sciences), Chamonix, février 1982.
- [3] R. COMOLET. — *Mécanique expérimentale des fluides*. Tome III. Masson, Paris, 1961.
- [4] J. HACQUES. — *Mathématiques pour l'Informatique*, algorithme numérique, Paris, A. Colin, 1971.

- [5] A. COCHRAN, J. STOBBS. — *The search of the perfect swing*. J.-B. Lipincott Co. Philadelphie 1968.
  - [6] J.-M. DAVIES. — *The aerodynamics of golf balls*. Journal of applied physics, septembre 1949. Vol. 20, number 9, p. 821-828.
  - [7] Z. SCHWEIGERT. — *Téléphérique et transporteurs aériens*. Eyrolle Paris.
  - [8] H. BRODY. — *Physics of the tennis racket*. American Journal of Physics, June 1979, p. 482-487.
  - [9] J.-P. BORGOGNO, P. ROCHE. — *Intérêt pédagogique d'un mini-ordinateur pour l'enseignement de l'optique géométrique*. B.U.P. n° 610, 1979, Paris, p. 475-494.
-