Les effets de marée *

par H. GIÉ,
Paris.

Les effets de marée sont fréquemment cités. On les invoque, par exemple, pour interpréter la structure particulaire des anneaux planétaires ou pour réfuter telle hypothèse concernant l'origine des planètes (voir § IV. *b*). On doit faire intervenir un effet de même type pour calculer la distance terre - lune maximale telle que les deux astres restent au voisinage l'un de l'autre. Dans tous les cas, il s'agit d'un effet gravitationnel différentiel. Cet exposé se propose de faire comprendre de façon élémentaire et avec un strict minimum de formalisme ces effets différentiels et de décrire quelques conséquences.

I. UNE LOI EXTRAORDINAIRE.

Si on considère un corps quasi-ponctuel soumis aux seules forces gravitationnelles, son accélération $\vec{a}(M)$ au point M, relativement à un référentiel galiléen est :

$$\boxed{\vec{a}(M) = \vec{G}(M)} \tag{1}$$

où $\vec{G}(M)$ est le champ gravitationnel en M. L'accélération $\vec{a}(M)$ est donc *indépendante du corps.* La fameuse loi de chute des corps : « tous les corps tombent également vite » n'est qu'une illustration de (1). Il s'agit finalement d'une propriété très extraordinaire qui est propre, en fait, aux seules interactions gravitationnelles. L'accélération $\vec{a}(M)$ mesure ainsi le champ gravitationnel en M. Tout cela est évidemment bien connu de tous, mais probablement, n'en tire-t-on pas toujours toutes les conséquences simples qui s'imposent. En particulier, il convient de raisonner non pas en terme de force mais en terme d'accélération ou de champ gravitationnel (ce qui revient au même dans un référentiel galiléen).

Les effets gravitationnels différentiels font intervenir la différence des champs gravitationnels en deux points M_1 et M_2,

(*) Extrait d'un exposé fait devant la Section académique lyonnaise de l'U.d.P. le 21 octobre 1981.

soit $\vec{G}(M_2) - \vec{G}(M_1)$. Dans un référentiel galiléen, cette différence est aussi égale à la différence des accélérations pour un corps soumis aux seules actions gravitationnelles :

$$\boxed{\vec{G}(M_2) - \vec{G}(M_1) = \vec{a}(M_2) - \vec{a}(M_1)} \qquad (2)$$

Remarque.

Dans un référentiel non galiléen, en translation par rapport à un référentiel galiléen, la propriété exprimée par (2) subsiste (bien que dans un tel référentiel, l'accélération $\vec{a}(M)$ ne soit pas égale au champ gravitationnel, l'accélération d'entraînement, indépendante du point, s'éliminant par soustraction). Pour des référentiels non galiléens en rotation, la relation (2) devient inexacte en général et il s'y ajoute des termes de rotation (terme centrifuge par exemple).

II. L'IMPESANTEUR.

L'impesanteur est l'illustration évidente de la loi précédente. Il ne saurait, en effet, y avoir de propriété analogue à l'impesanteur avec les interactions autres que gravitationnelles, électriques par exemple, car pour toutes ces autres interactions, l'accélération locale en M dépend du corps.

La propriété d'impesanteur peut être appréhendée simplement en considérant la chute libre d'une cage dans le champ de pesanteur $\vec{g}$ supposée uniforme. L'accélération de chute de la cage est $\vec{g}$; des billes placées dans la cage ont même accélération $\vec{g}$ (on néglige la résistance de l'air). Si, par exemple, les vitesses initiales de la cage et des billes sont nulles, les billes

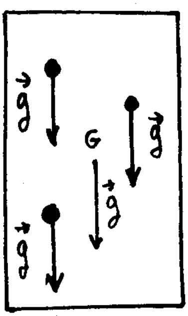

Fig. 1

restent immobiles par rapport à la cage (*). Un observateur lié à la cage interprète ce comportement en terme d'impesanteur.

Cette impesanteur va cesser si on applique à la cage une forc $\vec{F}$ non gravitationnelle lui communiquant ainsi une accélération supplémentaire $\vec{F}/m$ (m : masse de la cage). Plus généralement, l'impesanteur sera observée à l'intérieur d'un vaisseau spatial se déplaçant d'un mouvement de translation dans un champ gravitationnel considéré comme uniforme et en l'absence de toute autre force non gravitationnelle s'exerçant sur le vaisseau (résistance de l'air, poussée d'une fusée, forces dues à la pression de radiation).

III. EFFETS DIFFERENTIELS.

Supposons maintenant le champ $\vec{g}$ légèrement non uniforme (fig. 2). La cage, en mouvement translationnel de chute, a

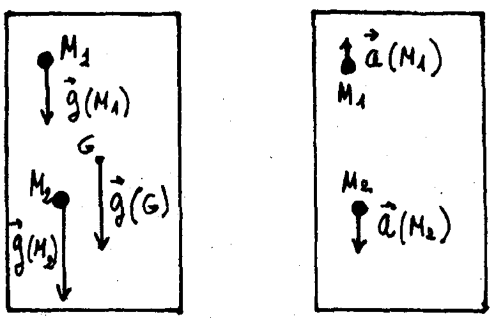

Fig. 2

une accélération qui est pratiquement égale à la valeur $\vec{g}(G)$ au centre d'inertie G de la cage (cette propriété n'est vraie, en fait, qu'au second ordre par rapport aux dimensions de la cage, voir (1) page 951).

Une bille 1 en M_1 a l'accélération de chute $\vec{g}(M_1)$ et de même une bille 2 en M_2 l'accélération de chute $\vec{g}(M_2)$ avec :

$$\|\vec{g}(M_2)\| > \|\vec{g}(G)\| > \|\vec{g}(M_1)\|.$$

Un observateur lié à la cage va attribuer à la bille 1, l'accélération :

$$\vec{a}(M_1) = \vec{g}(M_1) - \vec{g}(G)$$

(*) Si les vitesses initiales sont quelconques, les billes sont animées par rapport à la cage de mouvements rectilignes et uniformes.

dirigée vers le haut. Il attribuera de même à la bille 2, l'accélération :

$$\vec{a}(M_2) = \vec{g}(M_2) - \vec{g}(G)$$

dirigée vers le bas. Il observera ainsi, du fait de la non uniformité du champ des *accélérations différentielles* des billes dirigées en sens opposés, d'où un effet de triage des billes (d'ailleurs observable par tout observateur qu'il soit lié à la cage ou non). Il n'y a donc plus strictement impesanteur, les effets gravitationnels se manifestant d'autant plus qu'on s'éloigne du voisinage de G. Par contre, au voisinage immédiat de G, il y a pratiquement impesanteur.

Imaginons à présent que le plafond et le sol de la cage soient constitués en une matière très souple. L'effet différentiel se manifestera comme l'indique la fig. 3, et ceci indépendamment

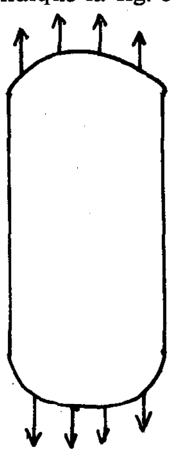

Fig. 3

de l'observateur. C'est la simple transposition du cas des billes. Cet effet différentiel dislocateur n'est autre qu'un « effet de marée » (voir § IV).

Considérons maintenant un satellite en rotation autour de la terre et dont le centre d'inertie G décrit une trajectoire circulaire de rayon R (fig. 4) (*). L'effet différentiel de gravitation se manifeste à l'intérieur de ce satellite du fait de la non uniformité du champ (gradient de gravité). Le champ de gravitation terrestre en G a pour intensité :

$$G = \mathcal{G}\,\frac{M_T}{R^2} \qquad (\mathcal{G} = 6{,}67\,10^{-11}\ \mathrm{SI})$$

(*) Dans le référentiel géocentrique.

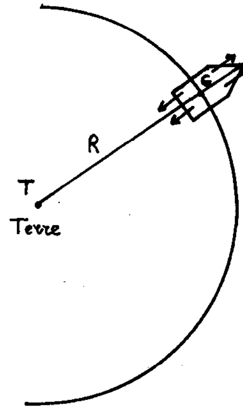

Fig. 4

où M_T est la masse de la terre. Lorsqu'on passe radicalement de G à une extrémité du satellite distante de r du point G ($r \ll$ R), il correspond une accélération différentielle d'intensité :

$$|\Delta a| = 2\mathcal{G}\frac{M_T}{R^3}r = 2G\frac{r}{R} \qquad (3)$$

due au gradient de gravité. La fig. 4 indique le sens de l'accélération différentielle aux deux extrémités du satellite. Cet effet peut être utilisé pour stabiliser « l'attitude » du satellite et empêcher les rotations propres autour de G.

La fig. 5 illustre le principe de la « stabilisation par gradient de gravité ». On accentue l'effet différentiel au moyen d'une perche fixée à une extrémité du satellite qui tend ainsi à être ramené dans son attitude normale.

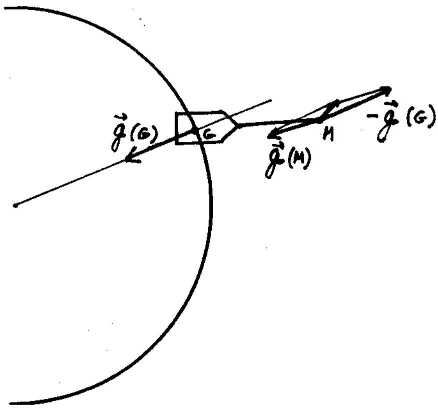

Fig. 5. — Découpe de la stabilisation d'attitude par gradient de gravité.

Remarque.

En fait, le satellite est animé d'un mouvement de rotation dans le référentiel géocentrique (considéré comme quasi-galiléen). Dans ces conditions, l'accélération différentielle n'est pas purement gravitationnelle. Le satellite étant supposé garder son attitude normale de sorte que TG reste l'axe du satellite (fig. 4) a un mouvement de rotation propre dans son référentiel barycentrique, de vitesse angulaire ω qui est celle du mouvement circulaire du centre d'inertie G. A cette rotation correspond un effet différentiel supplémentaire de type centrifuge qui vient accroître l'effet différentiel gravitationnel. Calculons son ordre de grandeur, soit :

$$\omega^2 r \qquad \text{avec :}$$

$$G = \mathcal{G}\,\frac{M_T}{R^2} = \omega^2 R \qquad \text{(mouvement de G),}$$

d'où :

$$\omega^2 r = \mathcal{G}\,\frac{M_T}{R^3}\,r,$$

soit la moitié de l'effet différentiel gravitationnel. L'effet différentiel radial total vaut ainsi :

$$3\,\mathcal{G}\,\frac{M_T}{R^3}\,r = 3\,G\,\frac{r}{R}.$$

Cet effet supplémentaire de rotation ne change pas les conséquences qualitatives exposées plus haut. On notera que l'effet différentiel centrifuge a même caractéristique qu'un effet différentiel purement gravitationnel.

IV. EFFETS DE MAREE.

Nous avons indiqué que l'effet de marée est un effet gravitationnel différentiel observable dans un champ gravitationnel non uniforme (c'est-à-dire, en fait, dans tout champ gravitationnel). On observe ainsi des accélérations différentielles *indépendantes de la nature des objets considérés* et ne dépendant que de la configuration du champ.

a) MARÉES TERRESTRES. L'astre A (soleil ou lune) exerce au centre G de la terre le champ $\vec{G}_A = \mathcal{G}\,\frac{M_A}{R^3}\,\vec{u}$ d'où une accélération différentielle se manifestant en particulier sur les éléments liquides (mers et océans) à la surface de la terre. En des points tels que M_1 et M_2 (fig. 6) cette accélération différentielle a pour valeur :

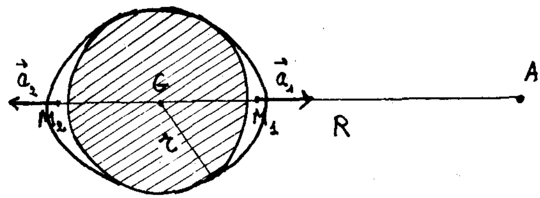

Fig. 6

$$\Delta a = 2\,\mathcal{G}\,\frac{M_A}{R^3}\,r = 2\,G_A\,\frac{r}{R}.$$

Les directions et sens des accélérations différentielles en M_1 et M_2 sont indiqués sur la fig. 6.

Avec :

$r \simeq 6 \cdot 10^3$ km, $R = 1{,}5\ 10^8$ km : $\Delta a \approx 8 \cdot 10^{-5}\ G_A$.

Evidemment, il faut tenir compte de l'action simultanée du soleil et de la lune et en outre, les effets de marée océaniques sont amplifiés par des phénomènes de résonance dus à la morphologie des rivages.

Les effets de marée ont également une faible action de déformation sur le globe terrestre qu'on ne peut assimiler à un solide totalement rigide. On explique aussi la constitution particulaire des anneaux planétaires par effet de marée dans le champ de la planète.

b) Formation des planètes. La théorie dite « catastrophique » de la formation des planètes proposait l'éjection par le soleil de globules planétaires sous l'effet d'une étoile perturbatrice. Cette théorie s'avère, en fait, inadéquate du fait de l'action dislocatrice de l'effet de marée dans le champ solaire.

Pour un globule de rayon $r \ll R$ (rayon solaire), l'effet de marée dislocateur a pour valeur maximale à la périphérie du globule : $2\,\mathcal{G}\,\dfrac{M_S}{R^3}\,r$ (M_S : masse du soleil). Il faut comparer ce terme à l'accélération centripète produite par le globule lui-même sur un élément périphérique soit : $\mathcal{G}\,\dfrac{M_G}{r^2}$ (où M_G est la masse du globule). Pour que l'effet de cohésion dû au champ gravitationnel propre du globule l'emporte sur l'effet dislocateur dû à l'effet de marée dans le champ solaire, il faut que :

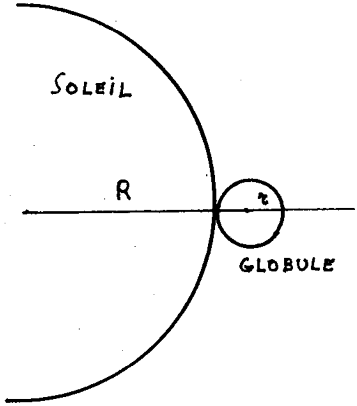

Fig. 7

$$\mathcal{G}\frac{M_G}{r^2} > 2\,\mathcal{G}\frac{M_S}{R^3}\,r \qquad (4)$$

soit :

$$\frac{M_G}{r^3} > 2\frac{M_S}{R^3}$$

ou :

$$\mu_G > 2\,\mu_S \qquad (5)$$

μ_G et μ_S désignant respectivement la masse volumique du globule et la masse volumique moyenne du soleil. Or, μ_G est nécessairement de l'ordre de grandeur de la masse volumique de la matière superficielle du soleil d'où provient le globule, donc très inférieur à μ_S car la matière solaire est beaucoup plus dense au centre du soleil. L'inégalité (5) ne peut donc être satisfaite, ce qui exclut la formation du globule dans ces conditions.

V. LE TRIO SOLEIL - TERRE - LUNE.

On se propose d'évaluer la distance terre - lune maximale telle que notre satellite reste effectivement satellisé par la terre. Nous supposerons les différents astres quasi-ponctuels. Une idée qui vient parfois à l'esprit pour traiter ce problème est de comparer par exemple, les intensités des forces d'attraction $\vec{f}_{TL}$ et $\vec{f}_{SL}$ respectivement exercées par la terre et par le soleil sur la lune. Le calcul donne approximativement $\|\vec{f}_{SL}\| \approx 2\,\|\vec{f}_{TL}\|$, ce qui surprend parfois élèves ou étudiants. Le problème est évidemment mal abordé car on oublie le mouvement de la terre pour ne s'occuper que de celui de la lune. Ce qu'il convient de calculer, c'est l'accélération différentielle de la terre et de la lune, soit $\vec{a}_L - \vec{a}_T$ (*) dans le champ solaire et dans leurs champs réciproques. La fig. 8 résume la situation :

- $\vec{a}_{TS}$ est l'accélération de la terre dans le seul champ solaire,
- $\vec{a}_{LS}$ est l'accélération de la lune dans le seul champ solaire.

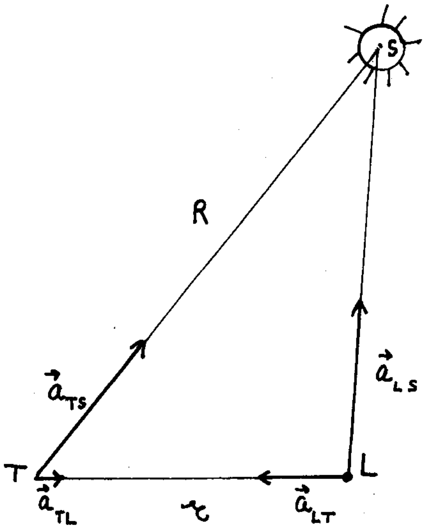

Fig. 8

Ces deux accélérations ont des valeurs voisines car la distance R = ST ≈ SL (1,5 10[8] km) est grande devant la distance r = TL (3,8 10[5] km). Nous vérifierons que l'hypothèse $r \ll$ R reste vraie même dans le cas limite où la lune échapperait à la satellisation terrestre). On peut dire d'une manière imagée que la terre et la lune ont des accélérations de « chute » sur le soleil de valeurs voisines parce qu'elles sont situées en des points voisins relativement à la distance de la source du champ (le soleil). $\vec{a}_{TS} - \vec{a}_{LS}$ mesure la différence des champs gravitationnels créés par le soleil respectivement en T et en L.

- $\vec{a}_{TL}$ est l'accélération de la terre dans le seul champ lunaire,
- $\vec{a}_{LT}$ est l'accélération de la lune dans le seul champ terrestre.

(*) Les accélérations $\vec{a}_T$ et $\vec{a}_L$ sont rapportées au référentiel de Copernic.

En ordre de grandeur, on a :

$$\|\vec{a}_{LS}\| \approx 2\,\|\vec{a}_{LT}\| \qquad (\|\vec{f}_{LS}\| \approx 2\,\|\vec{f}_{LT}\|)$$

et :

$$\|\vec{a}_{LT}\| \approx 80\,\|\vec{a}_{TL}\|$$

car la masse de la terre est environ 80 fois celle de la lune (les forces d'interaction des deux astres ont même intensité).

Ainsi :

$$\vec{a}_T = \vec{a}_{TS} + \vec{a}_{TL}$$

$$\vec{a}_L = \vec{a}_{LS} + \vec{a}_{LT}$$

d'où l'accélération différentielle de la terre et de la lune :

$$\vec{a}_L - \vec{a}_T = (\vec{a}_{LS} - \vec{a}_{TS}) + (\vec{a}_{LT} - \vec{a}_{TL}). \qquad (6)$$

Le premier terme du second membre de (6) représente l'accélération différentielle des deux astres dans le champ solaire. C'est ce terme qui mesure la capacité des deux astres à se séparer du fait du champ solaire (terme de type « marée »). Le second terme, qui est en fait une somme de deux vecteurs de mêmes direction et sens traduit simplement l'interaction attractive réciproque des deux astres (*). Ce terme rend évidemment compte du désir de voisinage de la terre et de la lune. Il faut donc comparer l'importance relative du terme de marée (dislocateur) et du terme d'attraction.

Le terme dislocateur $\vec{a}_{LS} - \vec{a}_{TS}$ est maximal en module lorsque les trois astres sont alignés. Dans ce cas, et avec l'approximation $R \gg r$ (fig. 8) :

$$\|\vec{a}_{LS} - \vec{a}_{TS}\| \simeq 2\,\mathcal{G} \cdot \frac{M_S}{R^3}\, r$$

analogue à (3) (M_S : masse du soleil).

Le terme attractif $\vec{a}_{LT} - \vec{a}_{TL}$ est pratiquement égal à $\vec{a}_{LT}$ (**)

et :

$$\|\vec{a}_{LT}\| = \mathcal{G} \cdot \frac{M_T}{r^2}.$$

La condition de voisinage est :

$$\mathcal{G}\,\frac{M_T}{r^2} > 2\,\mathcal{G}\,\frac{M_S}{R^3}\, r,$$

(*) C'est ce terme qui introduit la masse réduite du système.

(**) Cela revient à confondre la masse « réduite » du système terre-lune avec la masse de la lune.

soit :

$$\frac{R^3}{r^3} > 2\frac{M_S}{M_T}$$

ou :

$$r < R\sqrt[3]{\frac{M_T}{2\,M_S}}$$

On notera l'identité de ce calcul avec celui du § IV. *b*.

Avec : $R = 1{,}5\,10^8$ km, $M_T = 5 \cdot 10^{24}$ kg, $M_S = 2 \cdot 10^{30}$ kg, on trouve :

$$r < 1{,}7\,10^6 \text{ km.}$$

Remarque.

Le raisonnement spontané mais faux consistant à comparer les forces $\vec{f}_{TL}$ et $\vec{f}_{SL}$, conduirait à écrire :

$$\mathcal{G}\,\frac{M_T}{r^2} > \mathcal{G}\,\frac{M_S}{R^2},$$

soit :

$$r < R\sqrt{\frac{M_T}{M_S}} = 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ km.}$$

Les quelques exemples qui précèdent montrent à l'évidence qu'il n'est pas besoin de trop formaliser pour faire comprendre les effets liés aux champs gravitationnels différentiels. Le recours aux *forces* d'inertie ne s'impose pas et présente l'inconvénient, à notre avis, de masquer la compréhension élémentaire des phénomènes. La composition des accélérations est utilisée ici sous forme intuitive, ce qui est suffisant dans un premier temps si on se limite à des référentiels en translation. Là comme ailleurs, il convient de ne pas délaisser les démarches élémentaires et finalement explicatives au profit d'un formalisme excessif.

REFERENCES

(1) J.-P .SARMANT. — « *A propos de l'impesanteur* ». B.U.P. n° 593, page 961.

(2) L. GOUGUENHEIM. — « *Méthodes de l'Astrophysique* ». Hachette, C.N.R.S.