

Bulletin de l'Union des Physiciens

Association de professeurs de Physique et de Chimie

L'enseignement de l'électricité dans les sections F *

par R. MOREAU,
I.P.R., Bordeaux.

Les élèves des sections F sont, peut-être, plus impatients que d'autres de passer aux réalisations pratiques. Pour eux, donc, il importe que le pouvoir démonstratif des expériences soit pleinement utilisé. Il s'agit, surtout, d'exploiter efficacement les manipulations des T.P., autrement dit, leurs propres expériences. Mais celles que réalise le professeur, pour illustrer les principes fondamentaux, aussi bien que pour élaborer une synthèse, ont également leur place dans l'arsenal pédagogique dont il dispose.

Nous nous proposons d'illustrer par quelques exemples ce qu'est — ou ce que pourrait être — l'enseignement de l'électricité dans ces sections des Lycées techniques.

Notre premier exemple aura trait au théorème de Thévenin, dont la démonstration, en classe de Mathématiques Spéciales, fait appel à des notions assez fines d'algèbre linéaire. Il est hors de question de traiter ces notions aux élèves des sections F, et pourtant, le théorème de Thévenin a un tel pouvoir de simplification, il est d'une telle utilité, pour le Technicien, qu'il nous semble indispensable de le présenter aux élèves...

Dans un deuxième exemple, de portée certainement beaucoup plus limitée, nous essaierons de montrer l'intérêt que peut revêtir le fait d'associer très vite aux éléments régis par des lois linéaires, d'autres dispositifs, en l'occurrence des composants à semi-conducteurs, qui permettent, en modélisant à peine, d'obtenir une grande variété de situations simples, riches d'applications industrielles.

Notre troisième paragraphe se propose de présenter, réduite à ce qu'elle a d'essentiel, une fonction moderne de l'électronique de puissance, la fonction de conversion de courant continu en un

(*) Ce texte a été établi par R. MOREAU à la suite de son exposé pendant les journées de l'U.d.P. à Besançon en novembre 1981.

autre courant continu possédant des caractéristiques différentes. L'accent sera mis sur les phénomènes physiques qui président à cette conversion.

Dans la dernière partie, enfin, nous montrerons, à partir d'un cas particulier, l'intérêt que peut revêtir, non seulement pour les spécialistes de l'électronique, mais pour tous les physiciens, la présentation de l'Electronique (et d'une grande partie de l'Electrotechnique), en termes de fonctions mises en œuvre, et non en termes de dispositifs.

1. LES MODELES DE THEVENIN ET DE NORTON ; LE THEOREME DE THEVENIN.

Si la caractéristique d'un dipôle D, est, avec les conventions de la fig. 1, linéarisable sur un intervalle (i_1, i_2), on dit que, dans cet intervalle, le modèle de Thévenin associé au dipôle considéré, se compose d'un générateur de force électromotrice E_0 et de résistance interne r . L'équation de la portion de caractéristique concernée peut s'écrire $u = E_0 - ri$.

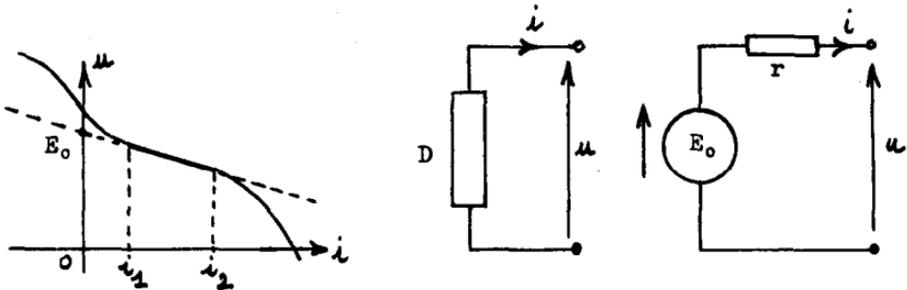


Fig. 1

Cette équation peut encore être mise sous la forme :

$$i = I_0 - \frac{u}{\rho}$$

avec, évidemment, $I_0 = \frac{E_0}{r}$ et $\rho = r$ si bien que le modèle que

l'on peut associer au dipôle précédent peut aussi bien être imaginé, comme le représente la fig. 2, sous la forme d'un générateur délivrant un courant d'intensité constante I_0 (générateur de courant), monté en parallèle sur une résistance ρ .

L'ensemble constitue le modèle de Norton du dipôle D entre i_1 et i_2 .

Cette équivalence entre modèles de Thévenin et de Norton est, certes, compréhensible par tous les élèves des sections F,

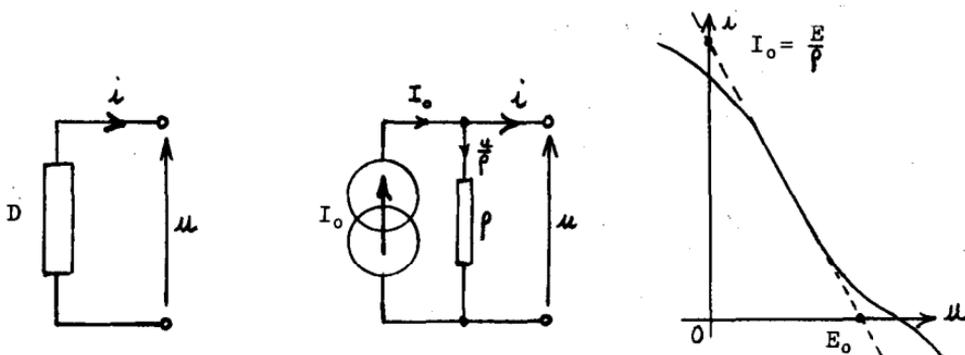


Fig. 2

mais avec plus ou moins de difficultés, au point que les professeurs enseignant dans les sections où l'électricité ne constitue pas la discipline essentielle, (comme les sections F₁ dites de Fabrications mécaniques) trouvent souvent exagéré le temps nécessaire pour faire acquérir cette notion.

Le recours à l'expérience est, ici, extrêmement positif.

Supposons que le choix pédagogique du professeur l'amène à illustrer expérimentalement, en cours, ce point du programme (on peut également choisir la solution qui consiste à faire relever point par point, en T.P., par les élèves, les caractéristiques concernées). Il faut alors se munir d'un dispositif capable d'afficher, à l'oscillographe, par exemple, les caractéristiques de différents dipôles.

Si l'on se limite, avec les conventions de la fig. 1, à des fonctionnements de dipôles décrits par une intensité i positive, le montage de la fig. 3 convient parfaitement.

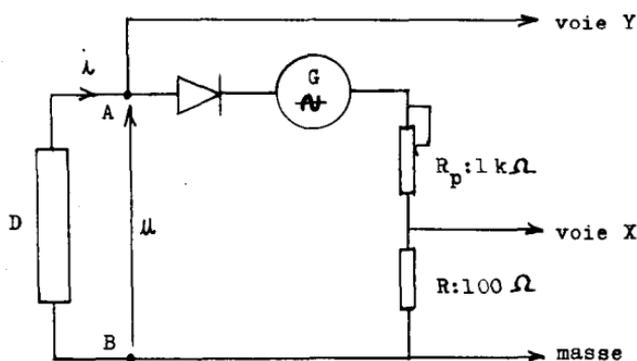


Fig. 3

Si l'on place, successivement, entre A et B, une pile dont la résistance interne est négligeable devant R et R_p , puis une pile en série avec une résistance ajustable, on obtient les caractéristiques d'un générateur de tension parfait, puis celle du modèle de Thévenin d'un dipôle actif « linéarisé ».

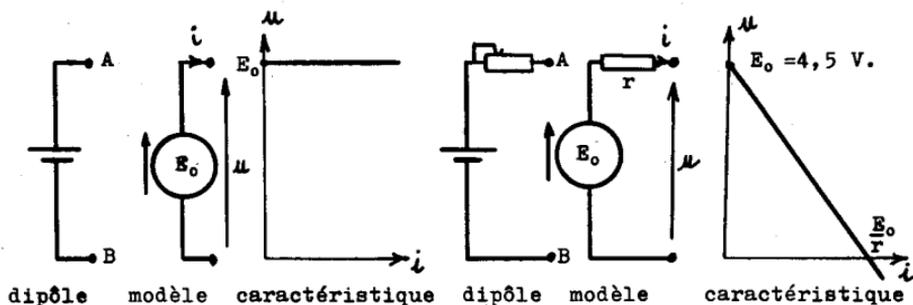


Fig. 4

Mais on peut également placer entre A et B un dipôle dont la caractéristique, pour une tension inférieure à un certain seuil U_s , est celle d'un générateur de courant « parfait ».

Le montage suivant est sans doute le plus simple qui permette d'obtenir ce résultat :

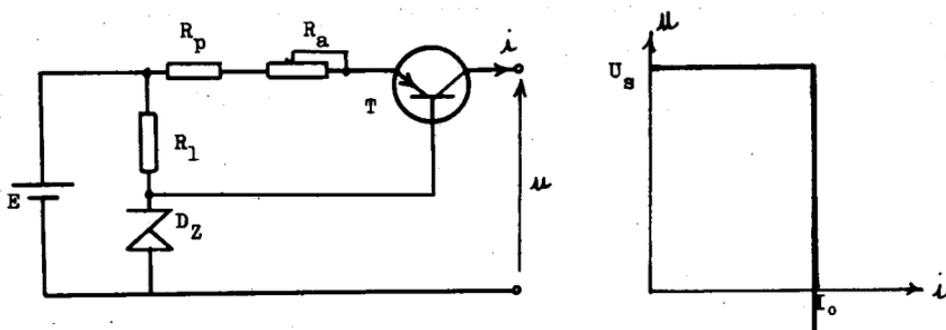


Fig. 5

R_p : résistance de protection : 220Ω .

T : transistor PNP au silicium ; quelconque, exemple : 2 N 2904.

D_Z : diode Zener ; $V_Z = 5,1 \text{ V}$.

R_1 : $1 \text{ k}\Omega$; R_a : potentiomètre linéaire $3,3 \text{ k}\Omega$.

E : f.é.m. d'une pile de 9 V , ou de deux piles de $4,5 \text{ V}$ en série.

Avec ces valeurs numériques, $U_s = 5,6 \text{ V}$; I_0 est réglable entre 1 et 15 mA . (C'est à dessein, et pour obtenir une caractéristique rectangulaire, que la diode Zener est placée de manière inhabituelle).

Ainsi, pour $u < U_s$, on dispose d'un générateur de courant que l'on peut considérer comme parfait, et dont on montre la caractéristique.

En plaçant en parallèle sur ce générateur de courant une résistance ρ variable, de valeur suffisamment faible pour que le produit $\rho \cdot I_o$ ne dépasse pas la tension U_s , on obtient une caractéristique de même allure que celle qui est associée à un générateur de tension parfait en série avec une résistance.

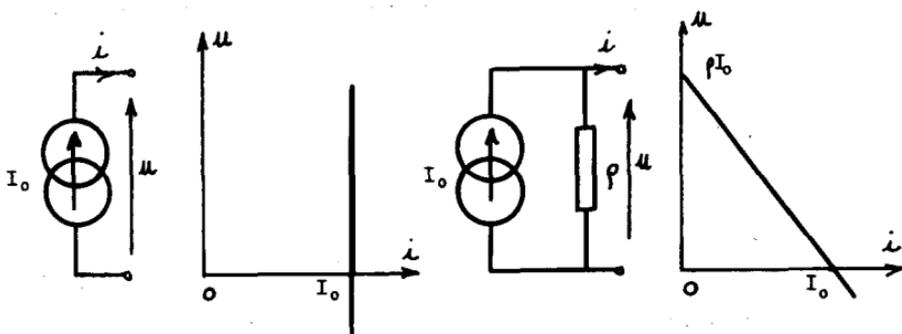


Fig. 6

Il est donc possible de faire coïncider deux caractéristiques (on utilise pour cela du papier calque placé devant l'écran de l'oscillographe) obtenues de deux manières différentes, illustrées par les fig. 5 et 6. On met alors en évidence, expérimentalement, la double égalité : $r = \rho$; et $\rho \cdot I_o = E_o$, qui est nécessaire pour que les deux modèles de Thévenin et de Norton soient effectivement équivalents.

Théorème de Thévenin.

La portée de ce théorème est immense. Étendu aux régimes sinusoïdaux, son champ d'applications couvre l'étude de circuits mettant en jeu des puissances allant du micro-watt jusqu'à celles des réseaux de distribution de l'énergie électrique (giga-watt).

Rappelons son énoncé que nous restreindrons au cas du courant continu : soit un réseau linéaire, c'est-à-dire constitué uniquement de dipôles actifs linéaires (satisfaisant, quelle que soit l'intensité qui les traverse, au même modèle de Thévenin ou de Norton) et de résistances.

Si, dans ce réseau, on choisit un couple de points P et Q, l'ensemble du réseau, considéré de ces deux points, est un dipôle linéaire, justiciable, par conséquent, d'un modèle de Thévenin (ou de Norton).

Là encore, place à l'expérience.

Réalisons (à quelques très légères différences près), le montage ci-après :

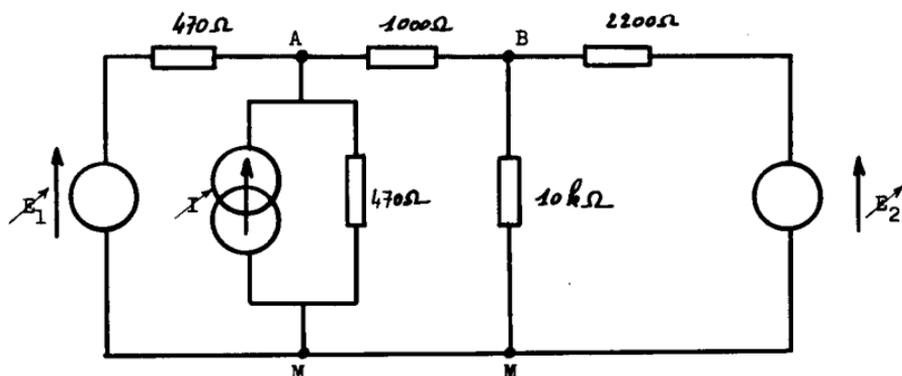


Fig. 7

Le générateur de courant, délivrant une intensité réglable I , est celui qui est décrit sur la fig. 5.

Les générateurs de tension de f.é.m. réglables E_1 et E_2 ne seront pas tout à fait « parfaits », et c'est pourquoi nous avons parlé de légère différence entre schéma de principe et montage réel, mais leur résistance interne est suffisamment faible devant les autres résistances du montage, pour qu'on puisse la négliger.

Chacun d'eux est constitué d'une pile de 4,5 V associée à un potentiomètre de 47 Ω (bobiné), selon le schéma de la fig. 8.

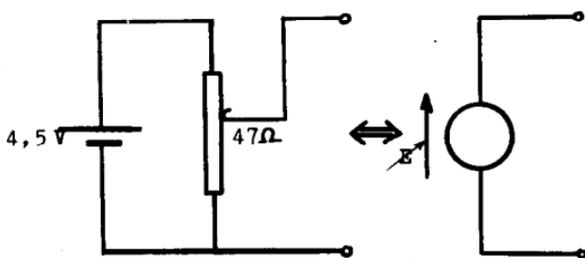


Fig. 8

Le dispositif représenté sur la fig. 7 est assez complexe pour ôter l'envie de résoudre par le calcul les problèmes qu'il pose ! Il se prête par contre parfaitement aux expériences suivantes :

A l'aide du montage représenté sur la fig. 3, on peut tracer les caractéristiques des dipôles équivalents au réseau de la fig. 7, vu des couples de points A et M, B et M, et A et B.

Pour les valeurs suivantes :

$$E_1 = 4 \text{ V}, \quad E_2 = 1,2 \text{ V}, \quad I = 14 \text{ mA},$$

on trouve, en posant successivement :

$$u_1 = v_A - v_M, \quad u_2 = v_B - v_M, \quad \text{et} \quad u_3 = v_A - v_B,$$

l'intensité algébrique étant chaque fois définie par le schéma de la fig. 1, les caractéristiques suivantes :

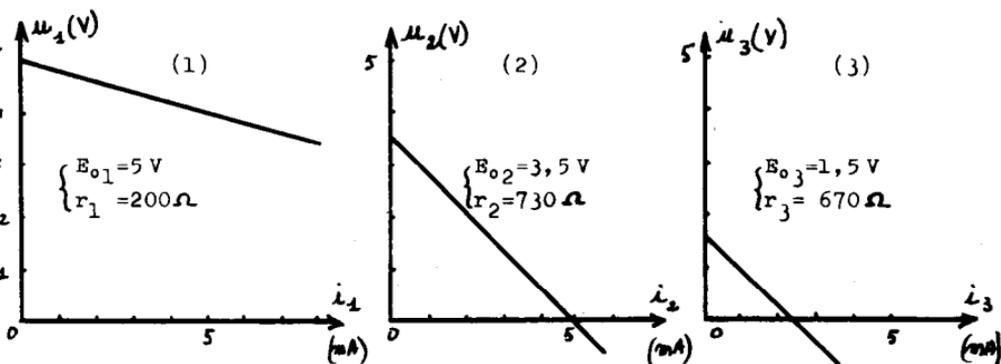


Fig. 9

On montre donc, *pour ce montage*, mais la généralisation est facile à imaginer, que, quel que soit le couple de points choisi, le réseau se comporte comme un modèle de Thévenin.

Condition d'application du Théorème de Thévenin : Il faut que tous les dipôles du réseau soient eux-mêmes linéaires.

Si, dans le montage de la fig. 7, on place, en parallèle sur la résistance de $2\,200 \Omega$, une diode Zener de tension Zener égale à $3,3 \text{ V}$, ayant son sens passant dirigé de B vers M, la caractéristique $u_2 = f(i_2)$ devient, avec les valeurs de E_1 , E_2 et I précédentes, telle que le montre la fig. 10.

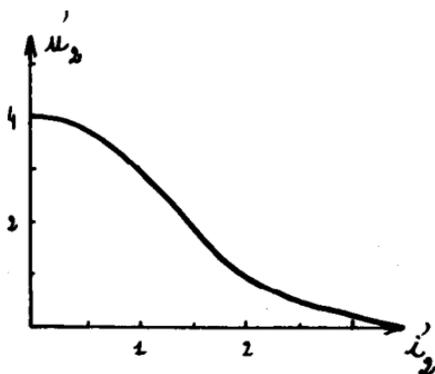


Fig. 10

Éléments du modèle de Thévenin (ou de Norton), équivalent à un réseau linéaire vu de deux de ses points A et B.

Il s'agit de déterminer les deux caractéristiques E_o et r (fig. 4).

Il n'est pas difficile de justifier le fait que la f.é.m. du modèle, E_o , est égale à la tension à vide $u_o = v_A - v_B$ existant entre les deux points A et B, avant que l'on ait branché quoi que ce soit entre ces deux bornes. Si, en effet, le modèle décrit bien le dipôle sur l'ensemble de sa caractéristique, il doit avoir, en particulier, même tension à vide.

Il semble plus difficile de justifier la dernière partie du Théorème de Thévenin qui stipule que la résistance r du modèle équivalent est égale à celle que l'on pourrait mesurer entre A et B si l'on remplaçait tous les générateurs (de courant ou de tension), par leur résistance interne.

Or ceci est très facile à démontrer expérimentalement. En effet, si, pendant que l'on relève, à l'oscillographe, l'une ou l'autre des caractéristiques des dipôles équivalents au réseau vu d'un couple de points, on fait varier les paramètres E_1 , E_2 ou I , on constate que cette caractéristique se modifie, certes, *mais en restant parallèle à elle-même*. Autrement dit : *la résistance interne r ne dépend pas des f.é.m. des générateurs de tension, ni de l'intensité débitée par les générateurs de courant.*

Pour estimer son ordre de grandeur, ou, éventuellement, pour la calculer, il suffit donc de se placer dans le cas le plus simple, celui où ces différentes grandeurs sont nulles.

Dans le cas du réseau schématisé sur la fig. 7, vu par exemple des deux points B et M, le modèle de Thévenin équivalent qui admet la deuxième caractéristique dessinée sur la fig. 9, possède donc la même résistance interne que le dipôle purement résistif dessiné sur la fig. 11 ci-après.

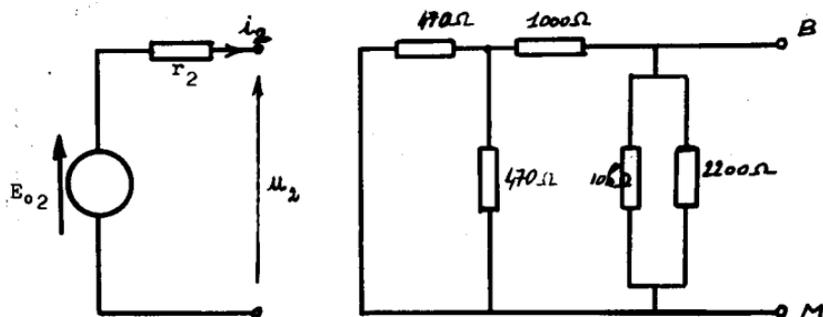


Fig. 11

Il est ainsi visible, sur cette figure, tout comme le montre également la caractéristique 2 de la fig. 9, que r_2 est inférieure à $1 \text{ k}\Omega$, puisque elle est constituée d'une résistance de $1,23 \text{ k}\Omega$ en parallèle sur $1,8 \text{ k}\Omega$.

Généralisation : Application aux circuits logiques.

Toute notre pédagogie sera vaine si nous ne donnons pas envie aux élèves de faire de l'électricité, et ce dont ils ont envie, c'est de manipuler les composants à la mode et notamment les circuits intégrés, logiques ou linéaires.

Nous commençons à faire entrer l'étude des circuits intégrés linéaires dans notre enseignement d'électricité, par le biais des amplificateurs opérationnels ; mais très peu de professeurs étudient, en cours de Physique, les circuits intégrés logiques. Est-ce à dire que nous n'avons rien à apporter aux élèves dans ce domaine ? La réponse est toute autre.

En appliquant très simplement les notions du programme de Seconde relatives au point de fonctionnement de deux dipôles, en tirant parti de la notion de puissance électrique rencontrée en classe de Première, et en apprenant aux élèves à réfléchir, on les amènera à prendre conscience de la quasi-totalité des problèmes qui se posent au professeur d'Electronique appliquée qui désire assembler de tels circuits et utiliser certains d'entre eux pour commander d'autres dispositifs.

Donnons quelques exemples de ce que peut recouvrir une telle démarche :

Un circuit intégré logique est un dispositif dont la grandeur de sortie, une tension, est fonction de plusieurs grandeurs d'entrée qui sont également des tensions. A chacune de ces grandeurs physiques que sont les tensions d'entrée et de sortie, on associe une variable logique binaire qui prend deux valeurs 0 et 1. La variable logique s associée à la tension de sortie u_s vaudra par exemple 0 si u_s est inférieure à $0,8 \text{ V}$, et 1 si u_s est supérieure à $2,4 \text{ V}$ (fig. 12).

La tension de sortie dépend encore de la charge que l'on branche entre la borne S et la masse. Dans certains cas (circuits séquentiels), elle dépend encore de la suite des états occupés par les variables d'entrée, mais nous nous limiterons aux opérateurs logiques simples, de type combinatoire, où, pour une charge donnée, la variable logique de sortie ne dépend que des variables logiques d'entrée.

Considérons même, plus particulièrement un opérateur logique ET dont la table de vérité est représentée sur la fig. 13.

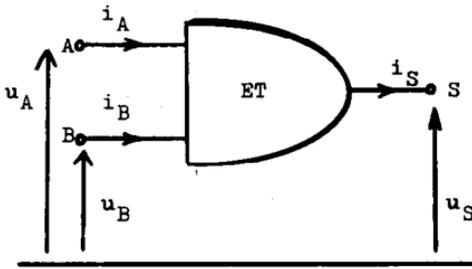


Fig. 13

a	b	s
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Fig. 12

Cette table de vérité stipule que pour un régime de sortie « normal », défini par le constructeur, la variable logique s ne prend la valeur 1 que lorsque les deux variables d'entrée a et b prennent elles-mêmes la valeur 1.

Un tel opérateur logique est réalisé dans un boîtier que l'on doit alimenter (fig. 14), et pour cela, bien souvent, une pile suffit. Il y a, sur le même boîtier, 4 opérateurs ET élémentaires, à deux entrées (il existe des opérateurs ET à 3 entrées, etc.), chacun d'entre eux étant accessible, comme le montre la fig. 14, par 3 broches de manière à ce que l'on puisse effectivement appliquer deux tensions u_A et u_B et obtenir une tension u_S de sortie.

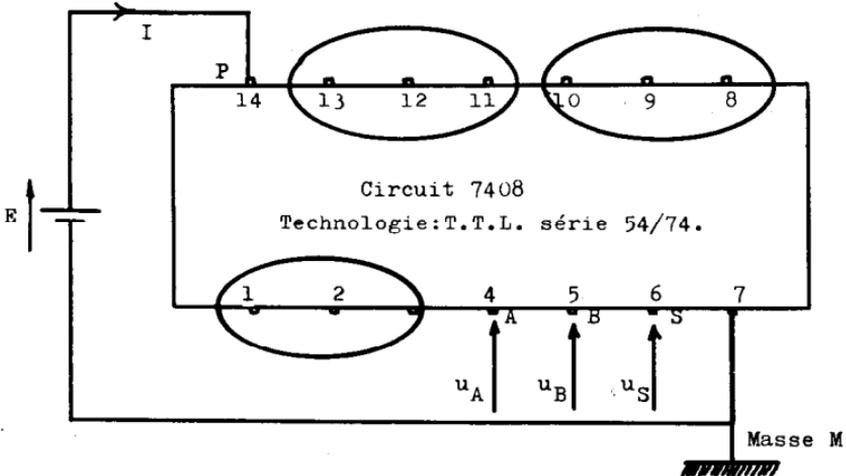


Fig. 14

Supposons que l'on ait $E = 5 \text{ V}$.

Relions A et B au point P (borne 14), de manière à obtenir $u_A = u_B = 5 \text{ V}$, et, par conséquent $a = b = 1$.

Dans ces conditions, si l'on branche un seul voltmètre entre S et la masse, on trouve $u_{S_0} = 3,7 \text{ V}$ (cette tension peut varier légè-

rement d'un circuit à l'autre). Il est intéressant de savoir comment on peut modéliser l'ensemble du circuit intégré, vu des bornes S et M lorsque les deux variables logiques d'entrée ont la valeur 1.

Il faut, pour cela, relever la caractéristique de sortie $u_S = f_H(i_S)$.

L'indice H signifiant que la sortie, normalement, est au niveau haut. Avec les conventions de la fig. 12, on trouve la courbe représentée sur la fig. 15 a.

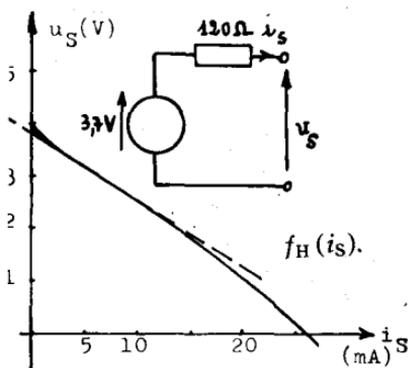


Fig. 15 a.

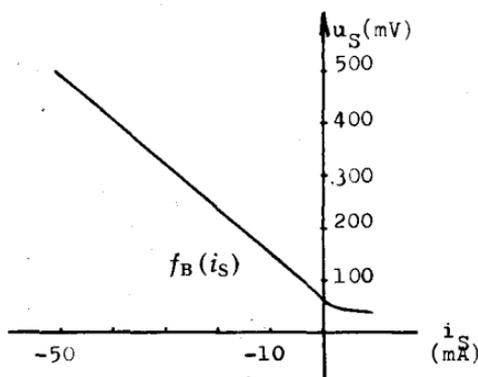


Fig. 15 b.

Dans l'intervalle (1-15 mA), on peut donc associer à cette sortie, à l'état haut, le modèle de Thévenin caractérisé par $E_o = 3,7 \text{ V}$ et $r = 120 \Omega$. Il faut ensuite utiliser ce modèle pour prévoir (puis vérifier) le point de fonctionnement obtenu lorsqu'on branche sur cette sortie différentes piles.

On peut notamment associer en série deux opérateurs logiques et se poser le problème de leur point de fonctionnement commun (sortie du premier, entrée du second, fig. 16 a et 16 b) selon que le niveau considéré est haut ou bas.

Il faut, bien entendu pour cela, relever également la caractéristique de sortie $u_S = f_B(i_S)$ du premier pour le niveau bas (fig. 15 b) ainsi que la caractéristique d'entrée du second (pour l'une de ses entrées, l'autre étant au niveau haut) (fig. 17).

Cette manipulation permet de comprendre qu'un opérateur logique ne peut commander qu'un nombre limité d'opérateurs logiques de la même famille. Cette limitation provient surtout du fait que pour porter au niveau logique zéro l'entrée d'un opérateur, il faut lui soutirer une intensité de l'ordre de 1 mA.

La considération des caractéristiques d'entrée et de sortie permet parfaitement de rendre compte des différents points de fonctionnement.

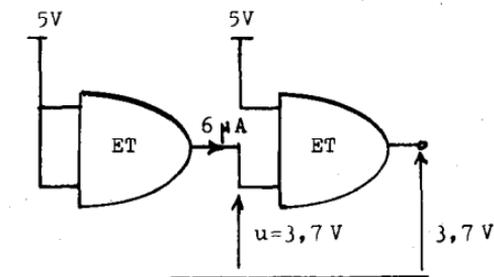


Fig. 16 a. — Le circuit de commande fournit $6 \mu\text{A}$ au circuit commandé.

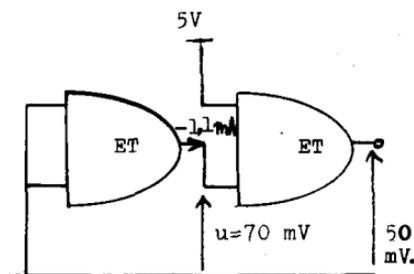


Fig. 16 b. — Le circuit de commande soutire $1,1 \text{ mA}$ au circuit commandé.

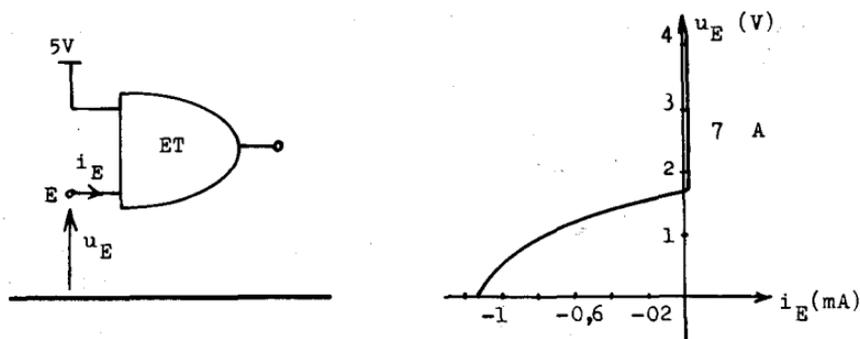


Fig. 17. — Caractéristique d'entrée d'une porte logique en technologie TTL.

On pourrait s'étonner, toutefois, de ce que le nombre de circuits commandables (sortance) annoncée par le constructeur soit nettement plus faible que ce que permet d'estimer cette étude statique.

On voit, en effet, qu'en plaçant 50 entrées en parallèle, la tension de sortie du circuit de commande, à l'état bas, ne serait encore que de $0,45 \text{ V}$, ce qui est tout à fait acceptable pour un niveau bas.

Le constructeur, lui, indique que la sortance de ces circuits vaut 10. Quelle est la raison de ce désaccord ?

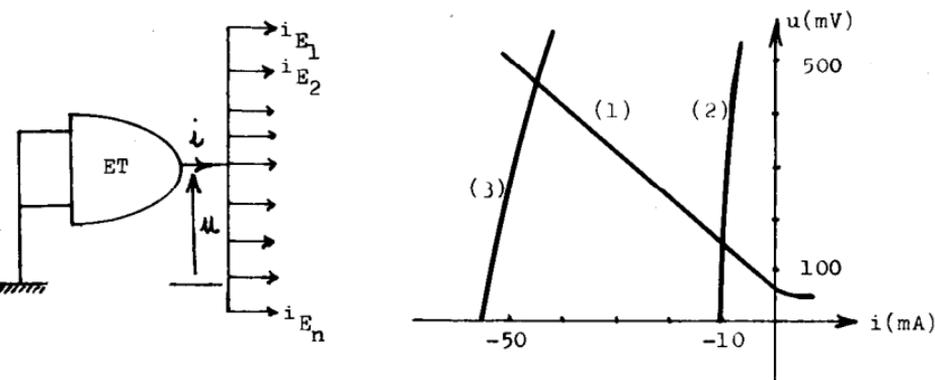


Fig. 18

- (1) caractéristique de sortie de la porte de commande.
 (2) et (3) caractéristiques d'entrée de l'ensemble de 10 et 50 opérateurs logiques commandés en parallèle (respectivement).

La raison est double : Tout d'abord, les caractéristiques des circuits présentent une certaine dispersion, et le constructeur indique la sortance minimale, celle que l'on obtiendrait dans le plus mauvais cas.

Ensuite, il ne faut pas oublier que le raisonnement que nous avons fait ne se base que sur les caractéristiques statiques des circuits étudiés. Or, lorsque les circuits commutent, d'autres phénomènes, essentiellement capacitifs doivent être pris en considération. Ils sont cause de certains retards de commutation et régissent les lois de variations de certains courants transitoires. Et la mise en parallèle d'un nombre important de circuits logiques commandés par le même opérateur agit sur ces phénomènes ; le constructeur en tient compte.

Ce sont d'ailleurs ces propriétés dynamiques qui deviennent primordiales pour fixer la sortance d'opérateurs logiques réalisée selon une autre technologie que celle que nous avons choisie pour illustrer les pages qui précèdent : la technologie C. MOS. Là encore, la réalisation des expériences, leur discussion, l'analyse des résultats, permettront tout à la fois de motiver fortement les élèves pour des études qu'ils jugent intéressantes, d'appliquer les lois physiques de base et de montrer qu'elles sont à même d'éclairer nombre de points importants, et enfin d'établir des modèles des dispositifs étudiés, modèles qui sont du plus grand intérêt pour le professeur d'Electronique appliquée.

II. LES REGIMES TRANSITOIRES ET L'INTERET DES DISPOSITIFS NON LINEAIRES.

L'étude de régimes transitoires simples figure au programme des classes de Première F. On observe, à l'oscillographe, ou selon un autre procédé d'enregistrement, la charge et la décharge d'un condensateur à travers un élément résistif non inductif, ou les variations de l'intensité du courant dans une bobine.

Le professeur établit les équations différentielles qui régissent les phénomènes étudiés mais comme, en général, les élèves ne savent pas encore les résoudre, on se contente, dans un premier temps, de constater que les grandeurs étudiées sont des fonctions continues du temps, et l'on montre, qualitativement et quantitativement, qu'il y a bien concordance entre les observations et les implications des équations différentielles.

Prenons un exemple.

Un condensateur de capacité C préalablement chargé sous la tension $-E$ est inséré dans un circuit comprenant un générateur de tension de f.é.m. $+E$ et une résistance R (fig. 19).

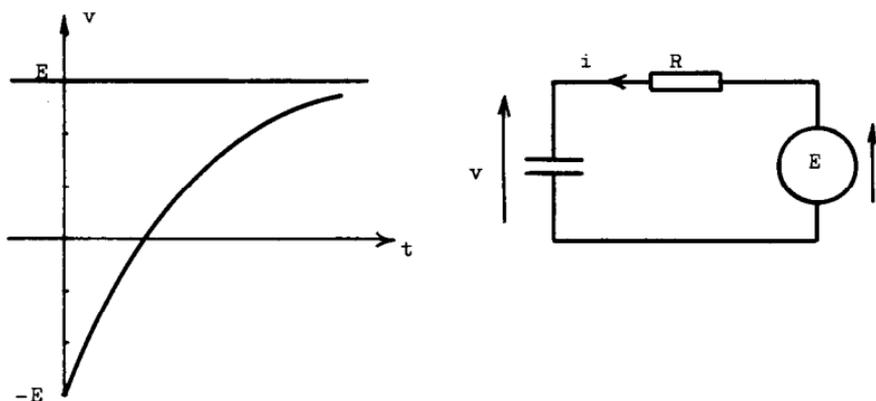


Fig. 19

Si v est la tension aux bornes du condensateur, il est facile d'établir la relation $E = v + RC \frac{dv}{dt}$.

Or cette relation, qui s'écrit encore $\frac{dv}{dt} = \frac{E - v}{RC}$, montre

que la pente de la courbe représentative de $v(t)$ décroît lorsque la tension v croît et que celle-ci, de ce fait, ne peut dépasser (ni même atteindre en un temps fini) la valeur E .

On peut calculer le taux de variation $\frac{dv}{dt}$ pour diverses

valeurs de v et tracer ainsi, point par point la courbe recherchée. La fonction $i(t)$ se déduit évidemment de $v(t)$ par la relation $E = Ri + v$ et il est visible que l'intensité i , partant de la valeur

$$i(0) = \frac{2E}{R}, \text{ ne fait, par la suite, que décroître.}$$

Lorsque les élèves connaissent les fonctions exponentielles, il est alors temps de revenir sur ces phénomènes. C'est alors, que l'on peut, par exemple, déterminer la valeur exacte [$RC \cdot \ln(2)$] de la date à laquelle la tension v passe par la valeur zéro. Mais les élèves n'ont pas perdu de temps, tout d'abord, en apprenant à « sentir » les lois de variations des grandeurs qu'ils considèrent, par des discussions très proches de la Physique.

Puis on n'en reste pas là! Il faut greffer sur ces phénomènes d'autres centres d'intérêt. L'introduction de dispositifs non linéaires permet de varier les exercices et prépare le futur technicien à l'étude des dispositifs industriels.

Considérons le montage de la fig. 20, où G est un générateur de signaux carrés symétriques d'amplitude E . Les deux diodes D_1 et D_2 sont considérées comme parfaites.

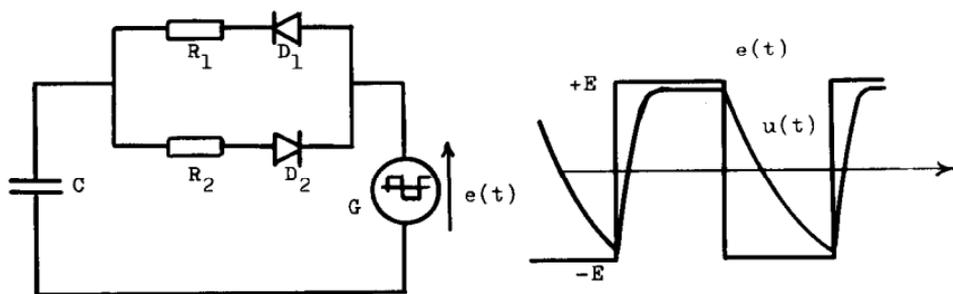


Fig. 20

On voit que la présence des deux diodes permet de rendre indépendantes les constantes de temps $R_1 C$ de la charge et $R_2 C$ de la décharge.

Citons des applications pratiques intéressantes de ce phénomène simple.

Le montage dessiné sur la fig. 21 est celui d'un multivibrateur astable de période $T = 2RC \ln(3)$.

A est un circuit linéaire intégré dont l'amplification est considérée comme infinie. La tension u_s de sortie, de ce fait, est,

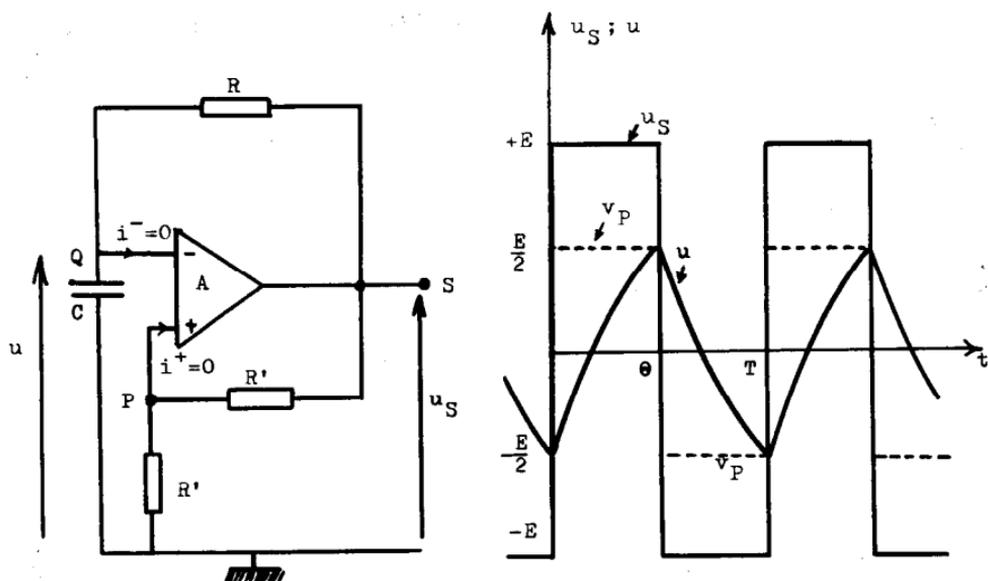


Fig. 21

en dehors des instants de commutation, égale à $+E$, tension de saturation positive, ou à $-E$, tension de saturation négative.

Supposons u_S égale à $+E$; la tension du point P est alors égale à $\frac{E}{2}$, à cause des deux résistances égales placées en série.

La tension v_{OM} évolue donc de la valeur $-\frac{E}{2}$ que nous justifions

dans un instant, vers la valeur $+E$. Tant que $v_O > v_P$, l'amplificateur est saturé, et $u_S = +E$. Mais la charge du condensateur se poursuivant, selon la loi $u = E - \frac{3E}{2} \cdot e^{-t/RC}$, à un

instant donné tel que $\theta = RC \ln(3)$, on a $v_P = v_O$, et l'instant d'après v_O dépasse v_P , mais alors l'amplificateur se sature négativement et $u_S = -E$. Cette nouvelle situation est stable jusqu'à ce que la nouvelle valeur de v_P soit atteinte par le potentiel du point Q, lié à la charge du condensateur. A cet instant-là, $t = T$ et le cycle recommence.

En y consacrant le temps nécessaire, en comparant théorie et expérience, cette théorie est accessible à un élève de Première F. Dès lors il est possible de faire la synthèse des montages représentés sur les fig. 20 et 21.

On voit en effet, sur la fig. 21, que si la tension u_S est alternative, c'est parce que la charge et la décharge du condensateur C s'effectuent suivant des lois exponentielles ayant même constante de temps RC.

Le montage de la fig. 22, que les élèves peuvent inventer à partir des précédents, permet, lui, de rendre distinctes ces constantes de temps.

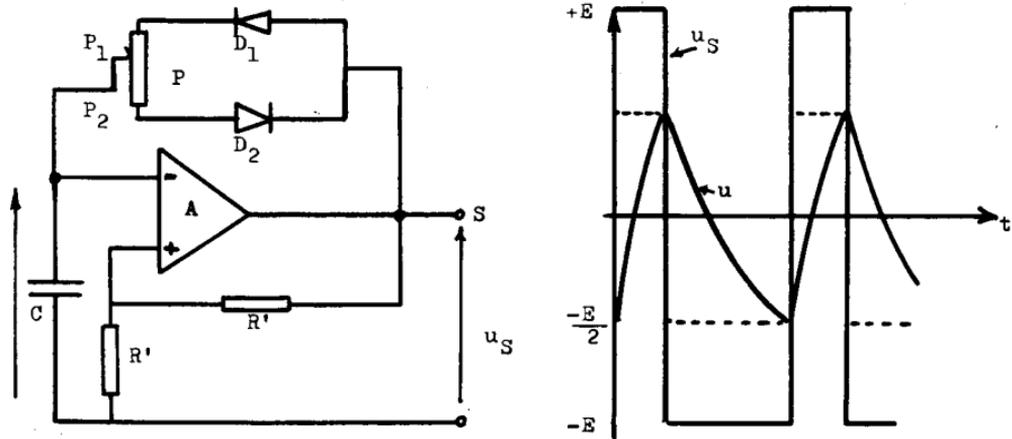


Fig. 22

On obtient ainsi grâce au potentiomètre P, une constante de temps $P_1 \cdot C$ pour la charge, et une autre, $P_2 \cdot C$, pour la décharge.

La période du phénomène, égale à $(P_1 + P_2) \cdot C \cdot \ln(3)$, est constante puisqu'elle fait intervenir la résistance totale du potentiomètre.

Ainsi, à fréquence constante, on a la possibilité de faire varier le rapport cyclique du signal $u_S(t)$ généré, c'est-à-dire le rapport de la durée pendant laquelle, sur une période, on a $u_S = +E$, à la période totale.

Pour le générateur représenté sur la fig. 21, ce rapport est égal à $1/2$. Pour celui de la fig. 22 il vaut $P_1/(P_2 + P_1)$, c'est-à-dire P_1/P , et il est donc réglable à volonté de 0 à 1.

Ces types de signaux sont extrêmement intéressants. Nous donnerons, dans le prochain exemple traité, une importante application des signaux carrés à rapport cyclique variable. Mais ils constituent en outre, pour la pédagogie de l'électricité, une aide précieuse.

Le montage simple que décrit la fig. 23, permet en effet d'obtenir outre un rapport cyclique différent de $1/2$ (ici $\alpha = 1/3$),

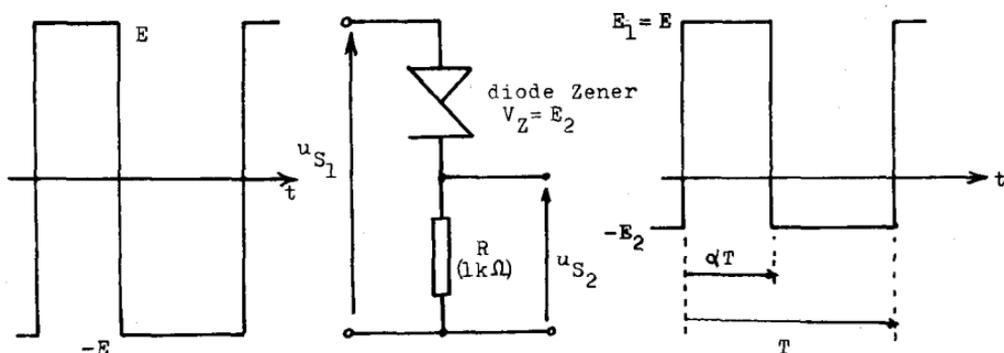


Fig. 23

des niveaux haut et bas de valeur absolue différente. On peut alors, avec des calculs simples, conforter, dans l'esprit des élèves une notion assez difficile à saisir, celle de valeur efficace.

A titre d'exemple, la valeur efficace U de la tension u_{S_2} , vaut :

$$U = \sqrt{\alpha E_1^2 + (1 - \alpha) E_2^2}$$

III. LA CONVERSION CONTINU-CONTINU.

En régime sinusoïdal, les transformateurs permettent de passer, avec un excellent rendement, d'une onde caractérisée par les valeurs efficaces U_1 , I_1 , à une onde (U_2 , I_2), avec conservation sensible du facteur de puissance $\cos \varphi$. En régime stationnaire, une telle transformation, jusqu'à ces dernières années, n'existait pas. Les dispositifs potentiométriques ou rhéostatiques permettaient bien d'obtenir une tension variable aux bornes de la charge, mais au prix d'une perte d'énergie proportionnelle à la réduction de tension. Les alimentations stabilisées utilisant des transistors « ballast » ne faisaient pas autre chose. On peut, actuellement, convertir l'énergie électrique fournie par un générateur délivrant un courant moyen $\langle j \rangle$ sous une tension continue constante E , en une onde de caractéristiques $U \neq E$, et $\langle i \rangle$, telle que, à quelques faibles pertes près, on ait $E \cdot \langle j \rangle = U \cdot \langle i \rangle$.

Nous allons seulement donner le principe d'un tel convertisseur. Cependant, tout en étant extrêmement simplifié, le montage que nous proposerons permettra d'illustrer parfaitement les éléments de théorie que nous allons tout d'abord exposer.

Soit le montage de la fig. 24 dans lequel K est un interrupteur unidirectionnel qu'on ferme et qu'on ouvre de manière périodique.

Nous supposons, comme l'indique la fig. 25 que l'interrupteur est fermé pendant une fraction α de chaque période. Comme

nous l'avons vu précédemment, α est appelé le rapport cyclique de fermeture de l'interrupteur.

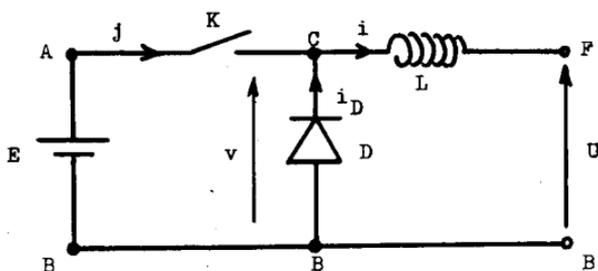


Fig. 24

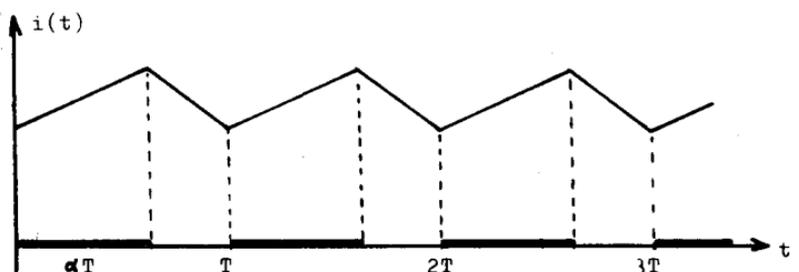


Fig. 25. — Les intervalles de temps pendant lesquels l'interrupteur K est fermé sont en traits renforcés sur l'axe des durées.

La tension U peut être la tension aux bornes d'un moteur à courant continu, elle est alors très proche de sa force électromotrice E' qui ne peut varier que lentement lorsque la vitesse du moteur varie. Elle peut être, encore, la tension aux bornes d'un condensateur de forte capacité ($2\,000\ \mu\text{F}$ par exemple) débitant lui-même sur une charge résistive ou non (cas d'une alimentation variable). Dans les deux cas, les variations de $U(t)$ sont assez lentes pour que l'on puisse supposer U constant pendant une période de fonctionnement T de l'interrupteur K .

Supposons $E > U$; nous verrons que c'est, pour ce montage, le seul cas intéressant.

Lorsque K est fermé, la tension E est appliquée aux bornes C et B de la diode D ; celle-ci ne conduit donc pas et l'on peut écrire, en négligeant la résistance de la bobine d'inductance L :

$$E = L \frac{di}{dt} + U \quad \text{soit} \quad \frac{di}{dt} = \frac{E - U}{L}.$$

Pendant cette phase, qui dure αT secondes, l'intensité i s'accroît donc de manière uniforme de la quantité $\Delta I_1 = \frac{E - U}{L} \cdot \alpha T$.

Quand on ouvre l'interrupteur, la f.é.m. d'auto-induction de la bobine force le courant à circuler dans la boucle C F B C ; la diode D conduit alors, et si nous négligeons la tension v qui existe alors à ses bornes ($v \simeq -0,7$ V), devant les autres tensions E et U du montage, nous obtenons, pendant cette phase, la relation suivante :

$$L \cdot \frac{di}{dt} + U = 0, \quad \text{soit} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{U}{L}.$$

Pendant cette phase dont la durée est égale à $(1 - \alpha) \cdot T$, l'intensité i décroît de manière uniforme de la quantité :

$$\Delta I_2 = \frac{U}{L} \cdot (1 - \alpha) \cdot T.$$

En régime permanent, l'intensité i est périodique, comme le représente la fig. 25.

Nous traduirons cette périodicité en écrivant que l'accroissement de l'intensité i pendant que l'interrupteur K est fermé, est égal, en valeur absolue, à la diminution provoquée par l'ouverture de l'interrupteur (nous supposons que l'intensité moyenne est assez forte pour que le courant ne s'annule pas).

$$\frac{E - U}{L} \cdot \alpha T = \frac{U}{L} (1 - \alpha) \cdot T.$$

On en déduit qu'en régime permanent (très rapidement atteint), les tensions d'entrée E et de sortie U sont liées par la relation :

$$U = \alpha E \quad \text{avec} \quad \alpha < 1.$$

Des montages autres que celui qui est décrit sur la fig. 24 permettent, avec les mêmes éléments (l'interrupteur K est en fait un transistor ou, dans le cas des courants forts, un thyristor) d'obtenir une tension de sortie supérieure à la tension d'entrée

$$\left(U = \frac{E}{1 - \alpha} \right).$$

On peut aussi, avec des montages plus complexes, rendre bidirectionnel le transfert d'énergie, qui, sur la fig. 24 s'effectue du générateur de f.é.m. E vers le récepteur de tension moyenne U.

La fonction de conversion continu-continu est donc complète.

Un des éléments essentiels pour la réalisation de cette fonction est le générateur fournissant les signaux de rapport cyclique variable. Or, nous avons donné, sur les fig. 22 et 23 des schémas permettant la génération et la mise en forme de tels signaux.

On prendra par exemple les valeurs numériques suivantes pour obtenir une fréquence fixe voisine de 1 kHz et des niveaux

$E_1 = 12 \text{ V}$ et $E_2 = 3,3 \text{ V}$. A : TL 081 ; D_1 et D_2 : 1 N 4148 ; $R' = 4,7 \text{ k}\Omega$; $P = 47 \text{ k}\Omega$; $C = 20 \text{ nF}$; placer en série avec chacune des diodes D_1 et D_2 une résistance de protection de $1 \text{ k}\Omega$; $V_Z = 3,3 \text{ V}$.

Le rôle de la bobine.

La fig. 25 montre que pendant les fractions αT de chaque période, la bobine accumule de l'énergie qu'elle restitue ensuite au moteur (ou à la charge quelle qu'elle soit) pendant les fractions $(1 - \alpha) \cdot T$ où l'interrupteur est ouvert.

L'intensité $j(t)$ débitée par la source de tension E (souvent une batterie d'accumulateurs) est égale à $i(t)$ pendant que l'interrupteur est fermé, mais elle est nulle ailleurs ; c'est l'intensité i_D qui, pendant les fractions de période où K est ouvert, coïncide avec $i(t)$.

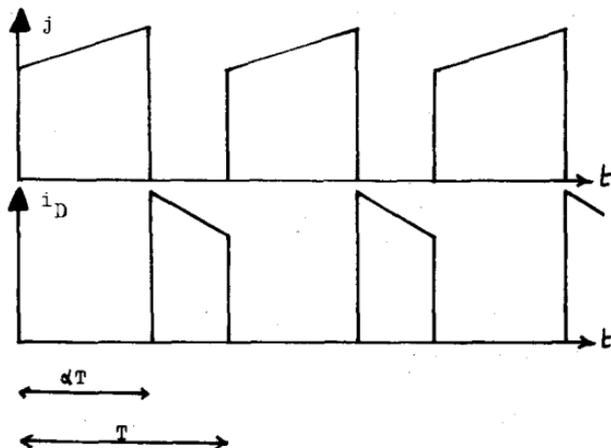


Fig. 26

L'examen des fig. 25 et 26 montre sans difficulté qu'en désignant respectivement par $\langle i \rangle$ et $\langle j \rangle$ les valeurs moyennes des intensités i et j , on a $\langle j \rangle = \alpha \langle i \rangle$, si bien que le produit $E \cdot \langle j \rangle$ est égal à $U \cdot \langle i \rangle$.

Ce résultat est nécessaire puisque nous avons négligé toutes les causes de pertes (pertes de commutation ; pertes dues aux tensions résiduelles aux bornes des semi-conducteurs K et D , pendant qu'ils conduisent ; pertes Joule dans la bobine). On a donc bien une relation du même type que pour un transformateur.

Sur la puissance totale $P = E \cdot \langle j \rangle$ mise en jeu, seule la fraction $\alpha \cdot P$ transite directement, par conduction, de E vers U , pendant que l'interrupteur K est fermé. Le reste est d'abord stocké dans la bobine puis restitué à la charge. Le rôle de la

bobine est donc primordial bien que la valeur de l'inductance L n'apparaisse pas dans les relations essentielles liant courants et tensions d'entrée et de sortie :

$$U = \alpha \cdot E, \quad \langle j \rangle = \alpha \cdot \langle i \rangle.$$

Cependant, l'ondulation de l'intensité a pour amplitude (crête à crête), la valeur $\Delta I = (E - U) \cdot \alpha \cdot \frac{T}{L}$ soit $E \cdot (1 - \alpha) \cdot \frac{T}{L}$.

On voit que cette expression est maximale pour $\alpha = \frac{1}{2}$;

l'ondulation maximale vaut donc $\Delta I_{max} = \frac{E \cdot T}{4L}$.

On comprend également que pour diminuer l'importance des bobines (encombrement et coût), il soit nécessaire de diminuer T , c'est-à-dire d'augmenter la fréquence de hachage, d'où la recherche incessante de l'amélioration de la rapidité pour les éléments de commutation.

Illustrons sur un exemple les problèmes liés à cette ondulation du courant : Prenons le cas de la traction électrique ferroviaire, et plus précisément, celui des moteurs ALSTHOM équipant les nouvelles rames T.G.V. de la S.N.C.F.

Ces rames circulent, pour la portion T.G.V., sur une ligne électrifiée en monophasé 25 kV - 50 Hz et les moteurs à courant continu des motrices sont alimentés par des ensembles transformateurs-redresseurs. Mais aux deux extrémités de cette ligne nouvelle, les rames utilisent l'ancien réseau continu 1 500 V. Par un ingénieux système d'inversion des branchements, les redresseurs sont alors transformés en hacheurs et c'est ce régime de fonctionnement qui nous intéresse ici.

La fréquence des hacheurs, 300 Hz, est imposée par des raisons de sécurité. Le fonctionnement des hacheurs crée en effet des parasites qui peuvent perturber les dispositifs de signalisation, or ceux-ci sont déjà protégés contre les harmoniques du courant générés par le redressement du courant dans les sous-stations qui élaborent le 1 500 V. Comme il s'agit de redressement hexaphasé à partir de 50 Hz, le fondamental généré par ce redressement a pour fréquence $50 \times 6 = 300$ Hz, il suffit dès lors que les harmoniques produits par le fonctionnement des hacheurs soient inférieurs (ou du même ordre) à ceux qui sont dus au redressement. (De toute manière, compte tenu de l'importance des courants à traiter, 300 Hz est déjà une fréquence élevée).

On a donc $E = 1\,500$ V ; $T = 3,33$ ms. La tension nominale des moteurs, soit 750 V, est obtenue avec un rapport cyclique

$\alpha = 1/2$; si l'ondulation ΔI est égale à 25 % du courant nominal $I_n = 530$ A, on a $\Delta I = 132$ A. On en déduit $L = 9,5$ mH. Or, compte tenu du courant moyen, une bobine possédant une telle inductance aurait une taille et un poids trop élevés. On regroupe donc les moteurs deux par deux, on les branche en parallèle, et on les alimente par deux hacheurs dont les commandes sont décalées d'une demi-période (fig. 27).

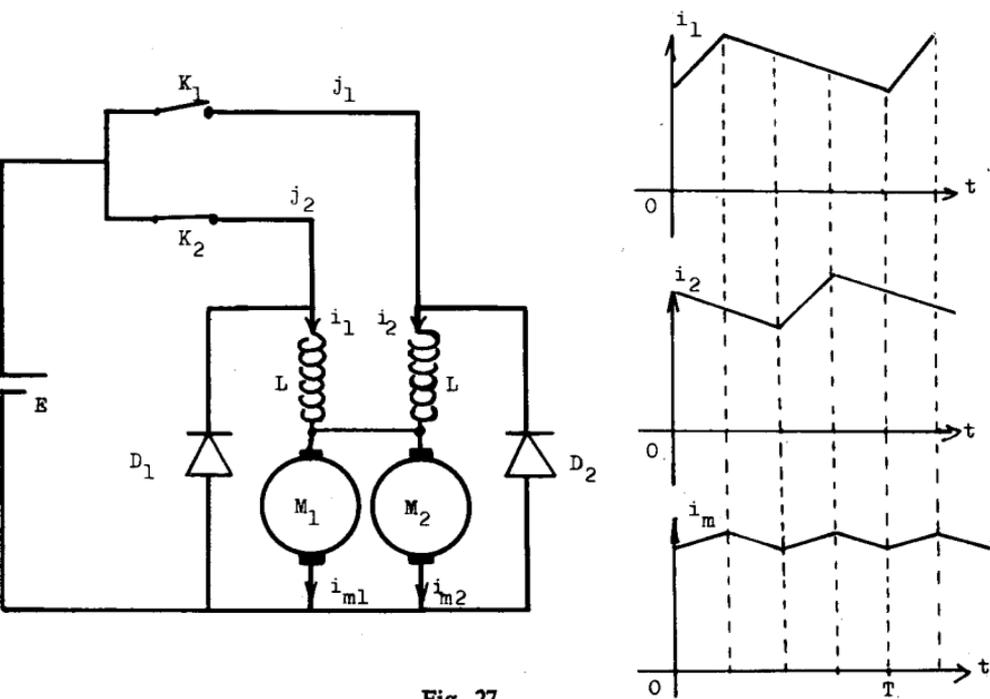


Fig. 27

Le lecteur intéressé montrera facilement que, dans ce cas, pour $\alpha = \frac{1}{2}$, les intensités égales i_{m1} et i_{m2} sont rigoureusement constantes. Une ondulation résiduelle subsiste pour les autres valeurs de α , et elle est maximale pour $\alpha = \frac{1}{4}$, cas qui

a été choisi sur la fig. 27. Dans ce cas, l'ondulation ΔI de l'intensité d'un moteur est liée aux autres paramètres du fonctionnement par la relation :

$$\Delta I = \frac{E \cdot T}{16 \cdot L}$$

Comme $j(t)$ et $i_D(t)$ sont des fonctions « discontinues » du temps, les termes en $L \frac{di}{dt}$ deviennent vite très grands devant les chutes ohmiques de tension. Il faut, pour observer $r_1 \cdot j$, $r_2 \cdot i_D$ et $r_3 \cdot i$, prendre des fils courts ; peut-être faudra-t-il un peu augmenter les résistances r_1 , r_2 et r_3 . Mettre alors en court-circuit la ou les résistances inemployées.

Avec $E = 40$ V, $\alpha = 1/2$, $L = 40$ mH et $T = 1$ ms, on obtiendra $\Delta I = 0,25$ A. Si le moteur absorbe une intensité moyenne de 1 A, le phénomène sera parfaitement visible.

Extension du montage précédent.

Régulation de vitesse d'un moteur, ou réalisation d'une alimentation stabilisée à découpage.

Reprenons le cas du hacheur alimentant un moteur. La tension U qui lui est appliquée est égale à αE . Si la résistance interne du moteur vaut ρ , on a, en notant I l'intensité moyenne $\langle i \rangle$ débitée par le hacheur :

$$U = E' + \rho I \quad (\text{fig. 28}).$$

Quand on augmente le moment du couple résistant, l'intensité I croît. La chute ohmique croît et la f.é.m. E' a tendance à diminuer, or cette f.é.m., entre autres facteurs, est proportionnelle à la vitesse.

Si l'on désire que la vitesse du moteur reste constante quand la charge augmente, il faut donc que la tension U augmente, et cela peut se réaliser par action sur le paramètre α qui règle la tension U grâce à la relation $U = \alpha E$. Cette action doit être commandée directement par la vitesse, mais le générateur de signaux à rapport cyclique variable doit être prévu pour cela.

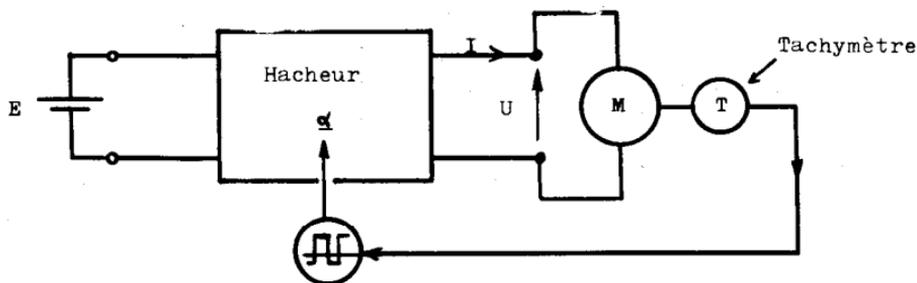


Fig. 29

La fig. 30 définit les fonctions essentielles que l'on peut mettre en œuvre pour construire un générateur de signaux carrés dont le rapport cyclique α serait proportionnel à une tension de commande u_C .

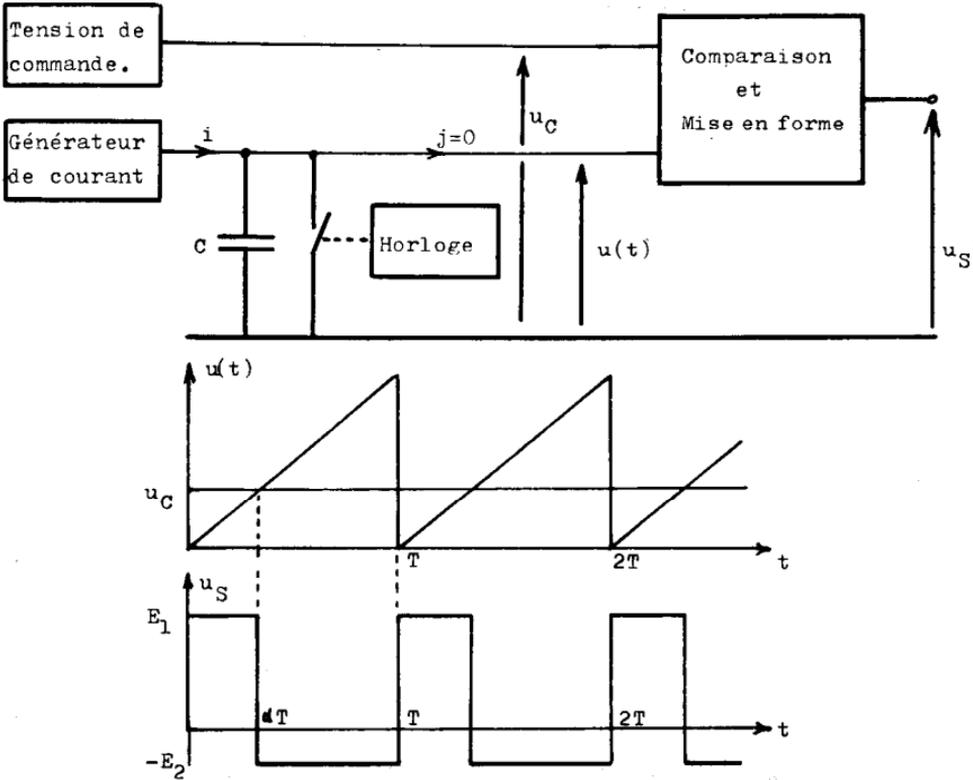


Fig. 30

La période du phénomène, T , est imposée par une horloge (multivibrateur astable), qui, périodiquement, met en court-circuit un condensateur C , chargé par ailleurs à courant constant. L'ensemble générateur de courant, condensateur et horloge produit la tension en dents de scie $u(t)$ qui est comparée à la tension de commande u_C : $u_S = E_1$ si $u_C > u(t)$, et $u_S = -E_2$ lorsque $u_C < u(t)$.

Il reste à élaborer la tension de commande de manière à ce que, comme nous le souhaitons, le rapport cyclique α augmente quand la vitesse de rotation Ω du moteur a tendance à diminuer.

Il faut tout d'abord disposer d'une tension continue proportionnelle à Ω , c'est le rôle d'une dynamo tachymétrique ou d'un tachymètre électronique, que de la fournir. Soit $u_M = k \cdot \Omega$ cette tension image de la vitesse du moteur.

Soit par ailleurs u_R une tension de référence, réglable, image de la vitesse Ω_R désirée pour le moteur.

Si, à l'aide d'un amplificateur de différence, on réalise l'opération $u_C = A \cdot (u_R - u_M)$, comme le montre la fig. 31, la tension u_C augmentera bien lorsque la vitesse du moteur diminuera.

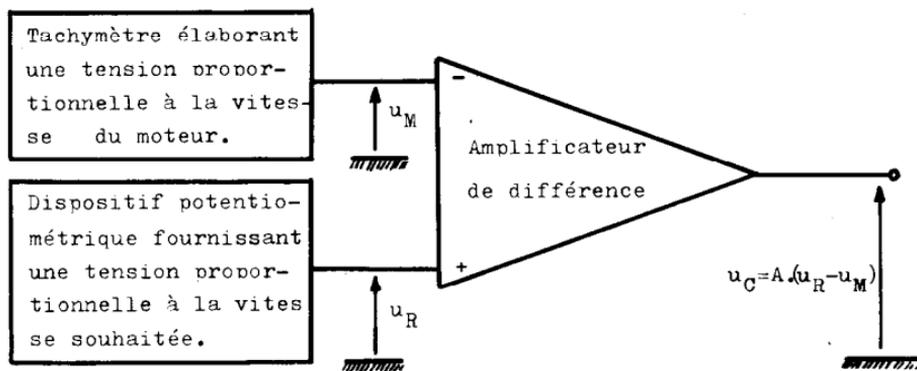


Fig. 31

Un tel dispositif élaboré au lycée, peut permettre au professeur de montrer à ses élèves qui auront étudié, eux, le seul hacheur représenté sur la fig. 28, des applications de cette fonction nouvelle de l'Electronique de puissance.

En se proposant de réguler non la vitesse d'un moteur, mais la tension de sortie d'une alimentation en courant continu (fig. 28), le montage sera plus simple et gardera encore sa valeur démonstrative. On peut encore illustrer les mêmes fonctions (régulation de vitesse, alimentation stabilisée à découpage) en pilotant le hacheur de la fig. 28 avec un microprocesseur au lieu d'utiliser les ensembles fonctionnels représentés sur les fig. 30 et 31.

Dans ce dernier cas, il importe de montrer que les fonctions mises en œuvre dans la régulation analogique sont parfaitement transposables numériquement.

Grâce à un convertisseur analogique-numérique, on peut très bien saisir, périodiquement, la vitesse du moteur et numériser cette donnée.

La grandeur de consigne (transposée de la tension u_R) est, par exemple un nombre que l'opérateur affiche sur une roue codeuse et que le microprocesseur, par programme, vient lire, là encore périodiquement.

Elaborer, à partir de ces données un signal périodique de rapport cyclique variable proportionnel à la différence ($u_R - u_M$), est finalement plus simple que de le constituer à partir des éléments analogiques habituels.

Le phénomène physique de base, dans cette étude, est joué par la bobine du hacheur. A part cela, il nous faut mettre en

lumière les fonctions qui sont nécessaires à la commande de ce hacheur. La Technologie fournira, si l'on est vigilant, les moyens les mieux adaptés à la réalisation de ces fonctions.

IV. LES FONCTIONS SIMPLES DE L'ELECTRONIQUE : LA FONCTION RETARD.

L'étude des fonctions de l'électricité, celles qui sont aujourd'hui pleinement dégagées, celles qui seront reconnues demain, est plus importante que celle des dispositifs qui permettent de les réaliser et qui évoluent de manière extrêmement rapide avec la technologie.

Il faut donc dégager cette notion de fonction, reconnaître les fonctions les plus courantes, apprendre à les combiner, de manière théorique tout d'abord (et sans craindre les limitations technologiques, car celles-ci sont susceptibles d'évoluer), puis voir comment elles sont réalisées à l'aide de la technologie actuelle (et avec quels défauts).

Donnons quelques exemples de fonctions élémentaires mises en œuvre en électricité :

* L'amplification : c'est l'opération qui consiste, si l'on dispose d'un signal $f(t)$, à obtenir $k \cdot f(t)$, quelle que soit la forme de $f(t)$, k étant un nombre réel. Les bandes passantes des amplificateurs sont *a priori* des limitations technologiques. Si telle bande passante est recherchée (prenons l'exemple du dispositif appelé amplificateur sélectif), c'est que l'utilisateur désire en fait associer deux fonctions, l'amplification et le filtrage.

* L'addition : à $f(t)$ et $g(t)$, on fait correspondre $(f + g)$. Réaliser, à chaque instant $5 \cdot f(t) - 3 \cdot g(t)$ à partir de $f(t)$ et de $g(t)$, c'est associer les fonctions amplifications [$5 \cdot f(t)$ et $-3 \cdot g(t)$] et l'addition.

* La multiplication : partant de f et de g , c'est l'opération qui consiste à obtenir, à chaque instant le produit $f \cdot g(t)$. En fait, les multiplieurs actuels partent souvent de deux tensions d'entrées et délivrent en sortie, une tension. Il est évident, pour des raisons d'homogénéité, qu'ils réalisent (avec très peu de défauts), non le produit lui-même, mais l'opération $\frac{f \cdot g}{V_0}$ où V_0 est une tension fixe spécifiée par le constructeur.

On définit de même les fonctions intégration : $\int_0^t f(x) \cdot dx$,

dérivation, et retard. Dans ce dernier cas, il s'agit de faire correspondre à un signal $f(t)$ son transformé $f(t - \theta)$.

Donnons une application.

Le wattmètre est un instrument qui, quelles que soient les formes de la tension $u(t)$ et de l'intensité $i(t)$, appliquée à un dipôle, est censé mesurer la puissance mise en jeu dans le dipôle. Or, cette puissance n'est autre que la valeur moyenne du produit $u(t) \cdot i(t)$.

Il a pu être utile d'étudier *a priori* le beau dispositif que constitue le wattmètre électrodynamique, mais à l'heure où la multiplication analogique se diffuse partout, les capacités d'invention des élèves et leur créativité seront beaucoup plus stimulées si on leur fait apparaître que la fonction globale remplie par le wattmètre est une multiplication des entrées $u(t)$ et $i(t)$, suivie

d'une intégration limitée, de la forme $\frac{1}{\vartheta} \cdot \int_{t-\vartheta}^t (f) \cdot dt$, où ϑ est

une durée grande devant la période du phénomène (cette dernière opération donnant la valeur moyenne).

Autres exemples de fonctions de l'électronique.

* La génération de signaux périodiques, ou fonction horloge.

C'est une fonction essentielle et il est certain que la forme des signaux importe peu, car grâce aux autres fonctions, on est capable d'obtenir toutes les formes souhaitées. A cet égard, la fig. 30 nous a montré qu'en disposant d'une horloge, on pouvait obtenir des signaux carrés de rapport cyclique variable.

* La temporisation par monostable : le signal d'entrée étant composé d'impulsions (mais il peut être plus général), on obtient, en sortie, une tension constante, de durée τ , puis un retour à zéro.

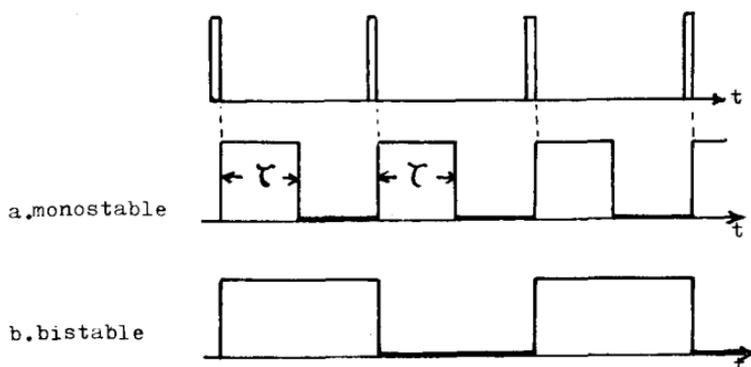


Fig. 32

Le début de l'impulsion de sortie est provoqué soit par le niveau du signal d'entrée, soit par un front (montant ou descendant). La fig. 32 *a* montre une temporisation monostable provoquée par le front descendant des impulsions d'entrée.

La fig. 32 *b* montre une temporisation bistable commandée par les mêmes fronts descendants. Dans ce cas, la sortie conserve son état jusqu'à l'arrivée d'une nouvelle impulsion d'entrée.

Application possible. Conversion fréquence \rightarrow tension : tachymètre.

Nous avons évoqué la possibilité d'obtenir électroniquement une tension continue proportionnelle à la vitesse de rotation d'un moteur (fig. 29 et 31). Cela peut, par exemple, être réalisé de la manière suivante : un dispositif optoélectronique (exemple l'ensemble diode électroluminescente - phototransistor contenu dans le même capteur TIL 138) fournit des impulsions dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse de rotation. Cela peut être obtenu avec un disque percé de trous associé au capteur précité. Après mise en forme (dérivation, redressement, amplification), ces impulsions provoquent une temporisation monostable (fig. 33). Il n'y a plus qu'à prendre la valeur moyenne de la tension de sortie de la bascule monostable (en effectuant une intégration limitée de la

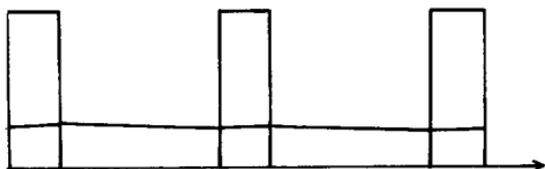
forme $\frac{1}{\theta} \cdot \int_{t-\theta}^t f(t) \cdot dt$, ou, ce qui est équivalent, un filtrage

passé-bas, pour obtenir une tension continue proportionnelle à la fréquence et résoudre ainsi le problème.

impulsions dont la fréquence est \div à Ω .



temporisation monostable et premier filtrage.



deuxième filtrage, et, éventuellement, amplification.



Fig. 33

La fonction retard.

Afin d'illustrer sur un exemple la manière dont on pourrait étudier ces fonctions, nous choisirons l'une de celles qui est le moins connue, la fonction retard.

Nous avons déjà donné sa définition : nous dirons qu'un signal $s(t)$ est le transformé d'un signal d'entrée $e(t)$ par une fonction retard si l'on peut poser : $s(t) = e(t - \theta)$.

Pour pouvoir déceler les défauts qu'un dispositif donné, susceptible de réaliser cette fonction (pour un certain retard θ), apporte dans sa mise en œuvre, il faut procéder à une étude en régime harmonique.

Posons donc $e(t) = a \cdot \sin(\omega t)$; on aura :

$$s(t) = a \cdot \sin[\omega(t - \theta)].$$

Autrement dit, la fonction de transfert correspondante (fig. 34) a pour module constant l'unité et pour argument le déphasage apporté, soit $\psi = -\omega\theta$.

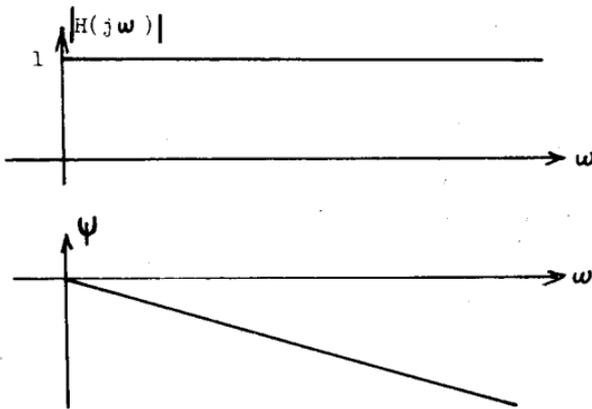


Fig. 34

Connaissons-nous un — ou des — système(s) qui réalisent, même imparfaitement, cette fonction ?

Oui. Un système du premier ordre (fig. 35) a une fonction de transfert $H(j\omega)$ possédant les propriétés suivantes (fig. 35 b).

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}, \text{ d'où } |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/RC)^2}} \text{ et}$$

$$\text{tg } \psi = -\omega RC.$$

$$\left(\text{Nous avons posé } \omega_c = \frac{1}{R \cdot C} \right).$$

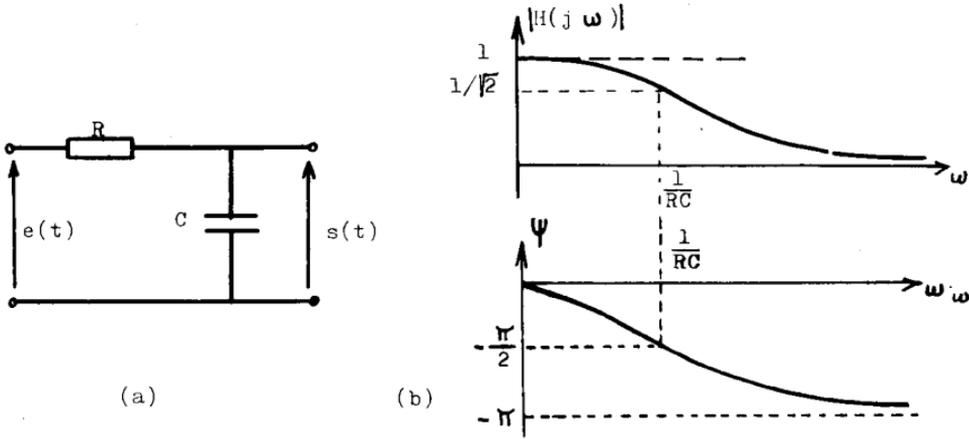


Fig. 35

La ressemblance entre les courbes de la fig. 35 et celles de la fig. 34 est évidente pour $\omega < 1/RC$.

De plus pour les faibles pulsations, la relation $\operatorname{tg} \psi = RC \omega$, s'écrit $\psi = RC \omega$, ce qui montre qu'un circuit RC, en très basse fréquence apporte seulement un retard $\theta = RC$ aux signaux qui lui sont appliqués. Il faut pour cela que la pulsation maximale de ces signaux soit inférieure à $1/(3 RC)$; on le vérifie parfaitement à l'oscillographe.

On trouve également dans le commerce une grande variété de lignes à retard constituées selon des technologies diverses (ligne à constantes réparties ou localisées) qui sont toutes caractérisées par leur bande passante et leur impédance caractéristique, et qui peuvent avoir une sortie, ou, au contraire, plusieurs prises (fig. 36) de sortie. Rappelons enfin qu'un câble bifilaire (coaxial ou simple), fermé sur son impédance caractéristique, apporte un retard voisin de 5 ns par mètre, à la propagation d'un signal.

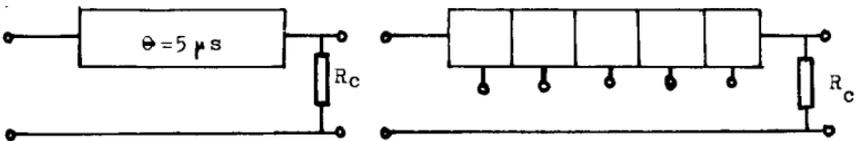


Fig. 36

Association de retards et d'additions.

L'association de fonctions retard à d'autres fonctions est un chapitre particulièrement facile à illustrer. Des opérations très courantes et très riches peuvent se décomposer en fonctions

simples faisant apparaître la fonction retard (auto et inter-corrélation, convolution...).

Nous nous limiterons à ce qui peut être expliqué et montré à des élèves de Terminale F, à savoir l'association de retards et d'additions.

Considérons un montage théorique comme celui de la fig. 37, où les transformés successifs d'un signal $f(t)$ par des retards θ sont additionnés pour former un signal de sortie :

$$s(t) = \sum_1^N f(t - n\theta).$$

Quelle serait la nature du dispositif réalisant cette fonction globale ?

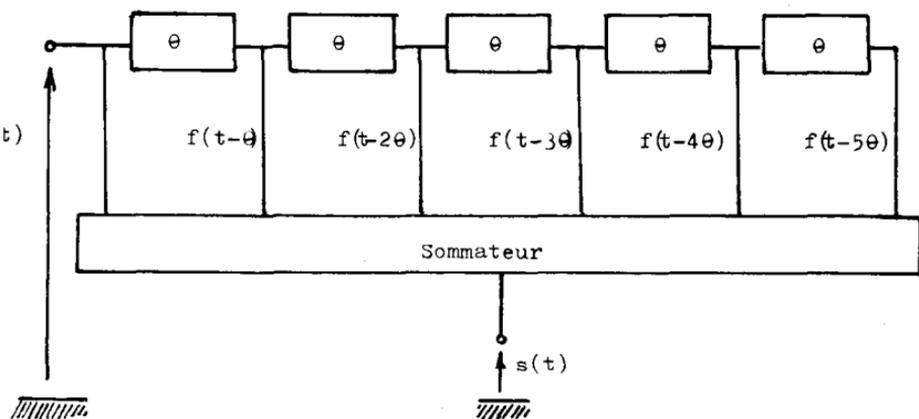


Fig. 37

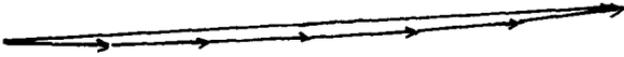
Pour en avoir une idée, il suffit, dans un cas particulier, (ici $N = 6$), d'appliquer, en régime harmonique les règles de Fresnel.

Supposons donc que $f(t)$ soit de la forme $f(t) = a \cdot \cos(\omega t)$, que nous représentons par un vecteur horizontal de norme a .

Le vecteur représentatif de la fonction $a \cdot \cos[\omega(t - \theta)]$ a toujours pour norme a , mais son angle polaire vaut $\varphi = \omega\theta$.

La somme $s(t)$ sera également une fonction sinusoïdale du temps représentée par le vecteur obtenu en effectuant la somme des six vecteurs correspondant aux différentes fonctions que l'on a ajoutées (fig. 38). Ainsi lorsque la fréquence est très basse, les six fonctions sinusoïdales sont pratiquement en phase, et l'amplitude de la sinusoïde de sortie vaut $6a$; mais il existe une pulsation telle que le déphasage φ entre deux tensions consécutives

soit égal à $\frac{2\pi}{6}$, et, pour cette pulsation, la sortie est nulle.



fréquence très basse

$$f = \frac{1}{6\theta}$$

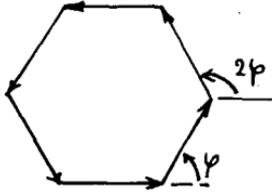


Fig. 38

Il est facile de démontrer que pour un déphasage φ quelconque, l'amplitude de la sinusoïde de sortie est donnée par l'expression :

$$A(\varphi) = \left| \frac{\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right|$$

ou encore, en fonction de ω : $A(\omega) = \left| \frac{\sin\left(\frac{N\omega\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega\theta}{2}\right)} \right|$

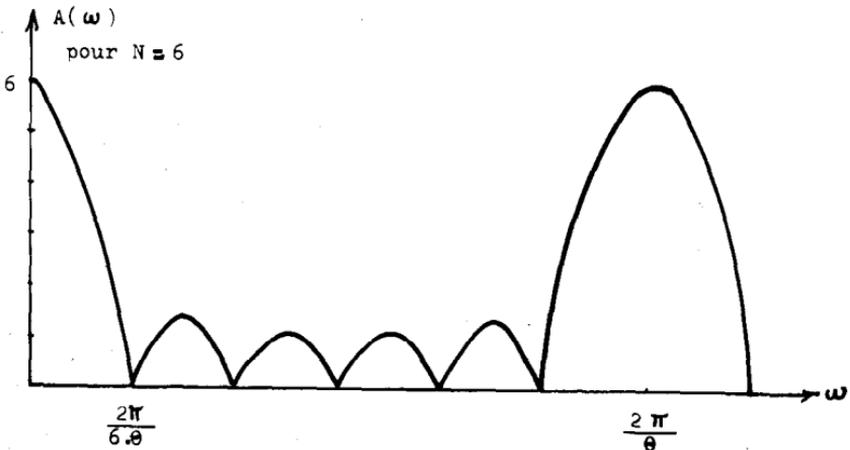


Fig. 39

Il est visible que le module de la fonction de transfert correspondante est celle d'un filtre et, si le spectre du signal d'entrée ne contient pas de fréquence trop élevée $\left(f < \frac{(N-1)}{N} \cdot \frac{1}{\phi} \right)$, on peut considérer qu'il s'agit d'un filtre passe-bas (fig. 39).

En réalisant non pas la somme :

$$f(t) + f(t-\phi) + f(t-2\phi) + \dots + f(t-5\phi),$$

mais la somme algébrique :

$$s'(t) = f(t) - f(t-\phi) \dots$$

$$\dots + f(t-2\phi) - f(t-3\phi) + f(t-4\phi) - f(t-5\phi)$$

ou aurait eu, dans les mêmes conditions, un filtre passe-bande.

Il est évident, en effet, qu'aux basses fréquences les différentes contributions à la somme totale sont deux à deux en opposition de phase, tandis que pour $\omega = \frac{\pi}{\phi}$, elles sont toutes en phase.

Plus généralement, avec des coefficients algébriques bien choisis, on peut réaliser les filtres les plus divers.

Les deux questions qui se posent alors sont celles-ci :

Existe-t-il des filtres réels basés sur ce principe ? et pouvons-nous illustrer un cours ou bâtir des T.P. avec du matériel pédagogique simple et peu coûteux mettant facilement en évidence ces phénomènes ?

Aux deux questions, sans hésiter, on peut répondre oui.

Tout d'abord, la composition de vibrations sinusoïdales retardées les unes par rapport aux autres est un problème classique de l'optique interférentielle et si on élève au carré la sortie $s(t)$ du filtre schématisé sur la fig. 37, on trouvera une grandeur tout à fait semblable à une intensité lumineuse dont on pourra observer les variations en fonction de la fréquence.

De plus, en télécommunications, c'est très exactement selon le principe précédemment exposé que sont réalisés, entre 10 et 100 MHz, les filtres téléphoniques permettant d'isoler les uns des autres divers groupes de voies téléphoniques. Dans ces filtres, les retards successifs appliqués au signal $s(t)$ sont dus à la propagation d'ondes de surface sur un cristal de quartz.

Réalisations de montages didactiques.

On peut constituer une ligne à retard de laboratoire en plaçant bout à bout des cellules LC élémentaires, comme celle qui est représentée sur la fig. 40.

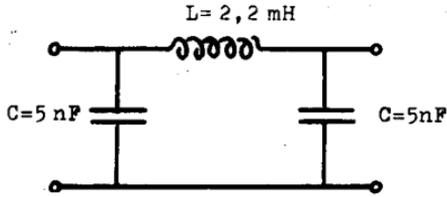


Fig. 40

Les bobines seront, par exemple, des bobines moulées disponibles chez CLO, 24, rue du Clos-Feuquières, 75015 Paris : inductances surmoulées à sorties axiales ; $2,2 \text{ mH} \pm 5 \%$, format F 3).

Dans la bande passante de la ligne, le retard apporté par chaque cellule élémentaire est de $4,7 \mu\text{s}$ lorsque la ligne est fermée sur sa résistance caractéristique moyenne de 500Ω .

Avec 12 cellules élémentaires, on peut réaliser l'addition de 5 tensions sinusoïdales retardées de $3 \times 4,7 = 14,1 \mu\text{s}$ chacune par rapport à la précédente. On obtient ainsi, très sensiblement, une courbe du même type que celle qui a été tracée sur la fig. 39 pour $N = 6$.

L'addition des différentes contributions se fait tout simplement en utilisant un réseau de résistances comme celui qui est représenté sur la fig. 41.

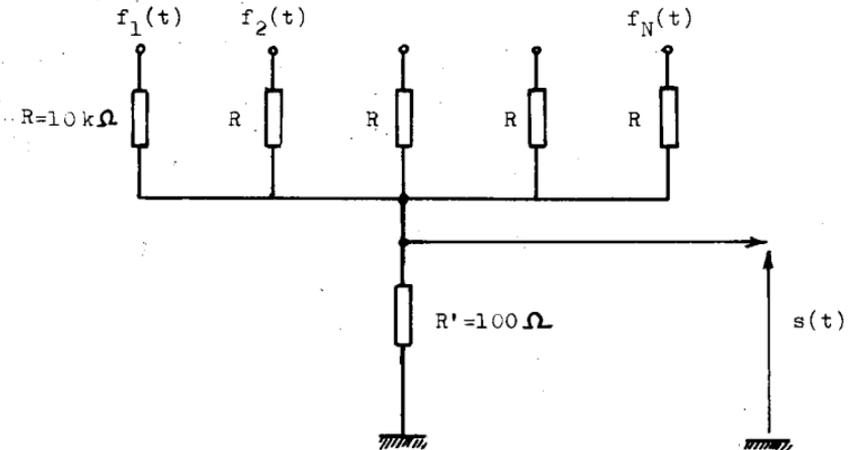


Fig. 41

Bien entendu, ce sommateur ne réalise pas exactement l'addition des différentes contributions $f_1, f_2 \dots f_N$ puisque l'on a, en fait,

$s(t) = \frac{R'}{R + N \cdot R'} (f_1 + f_2 + \dots + f_N)$, mais ceci est sans importance.

On peut encore utiliser des lignes à retard du commerce (par exemple celles que fournit SECRE, 218, rue du Faubourg Saint-Martin, 75010 Paris).

Dans tous les cas, la fonction retard, qui mérite vraiment qu'on l'étudie, sera convenablement appréhendée.
