Énergie solaire et optique géométrique

par Marcel SCHWARTZ,
Université Claude-Bernard, Lyon I.

INTRODUCTION.

Jusqu'à une date récente, l'optique géométrique était essentiellement la science de la marche des rayons lumineux et de la formation d'images aussi bonnes que possible dans les instruments d'optique. La nécessité d'étudier ou de collecter des rayonnements très dispersés, comme la radiation solaire ou le rayonnement Cerenkov a amené les physiciens à s'intéresser à des systèmes optiques où la concentration du rayonnement a pris le pas sur la qualité des images. Ainsi que nous allons le voir, il y a, en général, incompatibilité entre l'obtention d'une bonne image optique et un rendement énergétique élevé, si bien que l'on a été obligé d'inventer des systèmes optiques très différents de ceux auxquels des générations de taupins étaient habitués depuis un siècle.

1. DEFINITION DU FACTEUR DE CONCENTRATION GEOMETRIQUE.

Si l'on appelle S la densité superficielle d'énergie reçue par unité de temps sur une aire A d'un corps noir parfait, la température d'équilibre atteinte, abstraction faite de toutes les pertes, est donnée par la relation $S = \sigma T^4$ où σ est la constante de STEFAN. Si S est la constante solaire au sol ($\simeq 1$ kW.m^{-2}), avec $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ W.m^{-2}K^{-4}, on obtient une température d'équilibre de 364 K. Pour des applications pratiques de l'énergie solaire, cette valeur est souvent trop faible. Si l'on veut augmenter T et l'amener, par exemple à 600 K, il faut multiplier S par un facteur de l'ordre de 10, qui sera le facteur de concentration final du système concentrateur.

Nous appellerons facteur de concentration géométrique $\mathcal{C}$ le rapport entre l'aire A du faisceau lumineux d'entrée et celle A' du faisceau lumineux de sortie :

$$\boxed{\mathcal{C} = A/A'}$$

Cette définition admet implicitement que la compression du faisceau incident se fait selon deux directions transversales à la direction d'incidence. En technologie solaire, il existe un grand nombre de systèmes dans lesquels la compression ne se fait que selon une seule direction : c'est le cas, par exemple, des miroirs cylindriques.

Selon la nomenclature américaine, les concentrateurs sont classés en concentrateurs à 3 ou à 2 dimensions (3 D and 2 D concentrators). Le facteur de concentration d'un concentrateur 2 D peut être défini comme le rapport des dimensions transversales des faisceaux d'entrée et de sortie mesurées perpendiculairement aux génératrices du cylindre.

On peut alors se poser deux questions :

1° Quelle est la valeur limite du facteur de concentration géométrique ?

2° Existe-t-il des systèmes optiques possédant un tel facteur de concentration ?

Ces systèmes optiques, s'il en existe, seront alors nommés concentrateurs idéaux.

Pour répondre à ces questions, il est nécessaire de contempler l'optique géométrique, science très ancienne (voir ARCHIMÈDE) et essentiellement européenne (voir DESCARTES), d'un œil neuf et quelque peu américanisé et de laisser au vestiaire un certain nombre d'accessoires tels l'approximation de GAUSS ou les aberrations des systèmes centrés.

2. ETENDUE D'UN FAISCEAU LUMINEUX.

Considérons un système optique limité par deux milieux homogènes d'indices de réfraction n et n' (fig. 1) et supposons qu'un rayon lumineux issu d'un point P dans le milieu 1 aboutisse au point P' dans le milieu 2. Nous nous proposons d'examiner les effets sur le rayon émergent de petits déplacements de P et de petits changements de direction du rayon incident, de sorte que ces changements définissent un pinceau de rayons ayant une certaine section transversale et une certaine largeur angulaire.

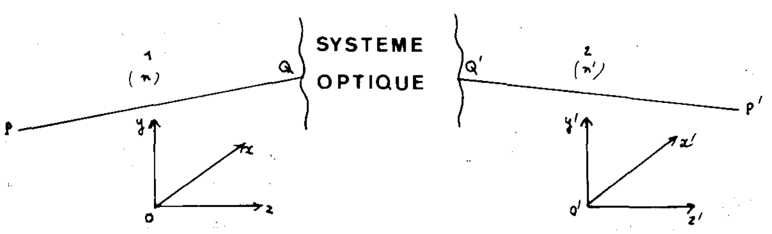

Fig. 1

Choisissons dans le milieu 1 un système arbitraire de coordonnées cartésiennes $Oxyz$ et dans le milieu 2 un système $O'x'y'z'$. Le rayon incident issu de P est défini par les coordonnées de $P(xyz)$ et ses *cosinus directeurs, u, v, w.* Le rayon émergent est, de même, défini par des lettres primées. Les petits déplacements de P sont représentés par les variations dx et dy de x et y et les petites variations de direction du rayon lumineux par les variations du et dv des *cosinus directeurs* v et v. On définit ainsi un pinceau d'aire $dx \cdot dy$ et d'étendue angulaire $du \cdot dv$. Les variations correspondantes du rayon émergent sont, de même, dx', dy', du', dv'.

Définition.

On appelle étendue (généralisée) d'un pinceau lumineux ou invariant de LAGRANGE, la quantité :

$$dU = n^2 \, dx \, dy \, du \, dv. \tag{1}$$

Cette définition n'est pas exactement semblable à celle que les livres français donnent de l'étendue (références 1 à 12) (*). Elle est plus générale et d'un maniement mathématique plus commode.

Théorème 1.

Dans un système optique supposé sans pertes (réflexion, absorption, diffraction, etc.), l'étendue se conserve après un nombre quelconque de réflexions ou de réfractions.

La démonstration longue et compliquée est donnée en annexe. Il en résulte que :

$$n^2 \, dx \, dy \, du \, dv = n'^2 \, dx' \, dy' \, du' \, dv'.$$

Interprétations.

1° On peut considérer $xyuv$ comme les coordonnées d'un point dans un espace à quatre dimensions. Si U désigne un volume déterminé de cet espace, on a :

$$U = \int dU = \iiiint dx \, dy \, du \, dv.$$

Cela signifie que si un rayon lumineux balaie la frontière de ce volume à quatre dimensions dans l'espace incident, le rayon réfracté balaie un volume égal dans l'espace de sortie. Il y a analogie

(*) La définition usuelle est :

$$d^2U = \frac{n^2 \, dS \cos i \cdot dS' \cos i'}{r^2} = n^2 \, d\sigma \, d\Omega,$$

$d\sigma$ aire émettrice projetée sur la direction moyenne du rayon, $d\Omega$ angle solide rempli par le pinceau lumineux.

entre cet espace à quatre dimensions et l'espace de phase de la mécanique hamiltonienne. C'est pourquoi nous l'appellerons plus simplement espace de phase. Le théorème précédent montre donc que, lorsqu'un rayon lumineux traverse un système optique, il y a conservation du volume de l'espace de phase.

2° On peut encore interpréter la conservation de l'étendue d'une autre manière. Supposons qu'une aire xy de l'espace réel (et non de l'espace de phase) soit couvert de points régulièrement espacés et qu'un grand nombre de rayons lumineux soient issus de chaque point dans toutes les directions. Si l'on considère les rayons régulièrement distribués autour des valeurs u et v des cosinus directeurs, ces derniers représentent des « points » uniformément distribués dans un certain volume de l'espace de phase et le théorème de l'étendue traduit l'invariance de la densité des rayons lumineux dans l'espace de phase. Si les rayons sont fournis par une source de luminance uniforme et d'aire suffisante, la conservation de l'étendue traduit simplement la conservation de l'énergie lumineuse à travers le système optique, en négligeant toutes les pertes par réflexion, absorption et diffraction.

3. CONCENTRATION MAXIMALE.

Considérons d'abord un concentrateur à deux dimensions (fig. 2) dont le diaphragme d'entrée a pour largeur $2a$ et celui de sortie $2a'$. Le faisceau incident a pour angle d'ouverture 2ϑ (le terme américain, angle d'acceptance, paraît préférable ici : nous l'utiliserons dans la suite) et pour étendue $n\,dy\,dv$ (l'espace étant rapporté au système orthonormé $Oxyz$). Le faisceau sortant du système a pour angle d'acceptance $2\vartheta'$ dans l'espace 2 rapporté au système orthonormé $O'x'y'z'$. Intégrons l'étendue dans l'espace 1, nous obtenons :

$$n\int_0^{2a}\int_{-\vartheta}^{+\vartheta} dy\,d(\cos\vartheta) = n\,|\sin\vartheta\,|_{-\vartheta}^{+\vartheta}\cdot 2a = 4na\sin\vartheta$$

et, d'après le théorème précédent :

$$4na\sin\vartheta = 4n'a'\sin\vartheta'.$$

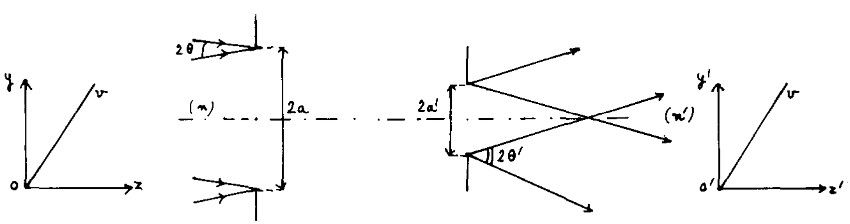

Fig. 2. — Calcul du facteur de concentration géométrique.

Si $\mathcal{C}$ désigne le facteur de concentration géométrique,

$$\mathcal{C} = \frac{a}{a'} = \frac{n' \sin \vartheta'}{n \sin \vartheta}. \tag{2}$$

Le maximum de ϑ' étant $\pi/2$, on obtient le résultat suivant :

Théorème 2.

Le facteur de concentration géométrique maximal est :

$$\boxed{\mathcal{C}_{max} = \frac{n'}{n \sin \vartheta}.}$$

Corollaire : pour un concentrateur à trois dimensions possédant une symétrie de révolution, il vient :

$$\mathcal{C}_{max} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n \sin \vartheta}\right)^2,$$

a et a' sont les diamètres des pupilles d'entrée et de sortie du système optique. Ces valeurs sont des concentrations maximales théoriques qui, dans la pratique, peuvent être approchées de très près.

Exemple.

Si $n = n' = 1$ et si $2\vartheta \simeq \frac{1}{100}$ radian est le diamètre apparent du Soleil, la concentration maximale pour la lumière solaire est $\frac{1}{(1/200)^2} \simeq 40\,000$. C'est aussi la concentration maximale du miroir parabolique dans l'image de GAUSS (13, 14, 15), mais on sait que cette image ne recueille que le quart de l'énergie totale incidente. Le miroir parabolique s'éloigne donc beaucoup du concentrateurs idéal d'énergie.

4. CONCENTRATEURS IDEAUX.

4.1. Systèmes dioptriques.

Reprenons la relation démontrée précédemment :

$$\mathcal{C} = \frac{a}{a'} = \frac{n' \sin \vartheta'}{n \sin \vartheta}, \tag{2}$$

valable pour un système optique à deux dimensions. Si a et a' sont assez petits, cette égalité n'est autre que la célèbre relation des sinus d'ABBE. Elle indique que, tout au moins au voisinage de l'axe, le système est aplanétique, c'est-à-dire dépourvu d'aberration de sphéricité. Le système donne alors d'un petit objet de front plan, centré en un point P, une image plane placée dans le plan de front P' et semblable à l'objet. On sait que la condition des sinus est satisfaite, dans un dioptre sphérique, pour le centre et les points de WEIERSTRASS et pour un miroir sphérique uniquement par le centre.

Pratiquement, il est toujours difficile d'obtenir $\mathcal{C}_{max}$ car un angle de sortie $\vartheta' = \pi/2$ implique un très bon contact à l'interface entre le verre et l'absorbeur pour éviter de perdre, par réflexion, des rayons rasants, et les irrégularités de surface peuvent aussi causer des pertes à cause des ombres portées. En pratique, on se contente d'angles de 60° au maximum et il n'en résulte qu'une décroissance assez faible du facteur de concentration (14 %).

Par conséquent, nous appellerons concentrateur idéal un système optique satisfaisant à la formule (2), même s'il n'atteint pas la concentration théorique maximale.

Un exemple classique de système satisfaisant à la relation d'ABBE est l'objectif de microscope. Un bon objectif à immersion comportant une dizaine de lentilles peut avoir un angle d'ouverture de 60° avec un champ angulaire exempt d'aberrations de $\pm 3°$ et un diamètre d'ouverture de 4 mm au plus. Ce serait presque un concentrateur idéal si on l'utilisait en position inverse. Nul ne songerait, cependant, à agrandir 100 fois une telle combinaison de surfaces optiques pour en faire un concentrateur solaire, ne serait-ce qu'à cause de son prix, des difficultés de réalisation, du phénomène de vignettage et des aberrations résiduelles qui seraient agrandies par le même facteur.

On peut encore songer à d'autres combinaisons optiques, telles que des lentilles aplanétiques à très haut indice de réfraction ($n = 4$), peu dispersives, des lentilles ellipsoïdales d'excentricité l/n et de longueur focale $f = a\left(1 + \dfrac{1}{n}\right)$ si a désigne le demi-grand axe (fig. 3). En dehors de l'axe, malheureusement, le phénomène de coma est très accentué.

En réalité, il semble qu'on ne puisse construire un concentrateur idéal qu'en utilisant un grand nombre de lentilles et, à la limite, un nombre infini. Ceci est un postulat, mais l'expérience, jusqu'ici, l'a toujours vérifié. Cependant, on sait depuis MAXWELL (1854) que si des milieux possèdent des indices de réfraction variant continûment, on peut obtenir des images parfaites pour des systèmes à symétrie sphérique. MAXWELL a montré que si un milieu transparent possède un indice de réfraction de la

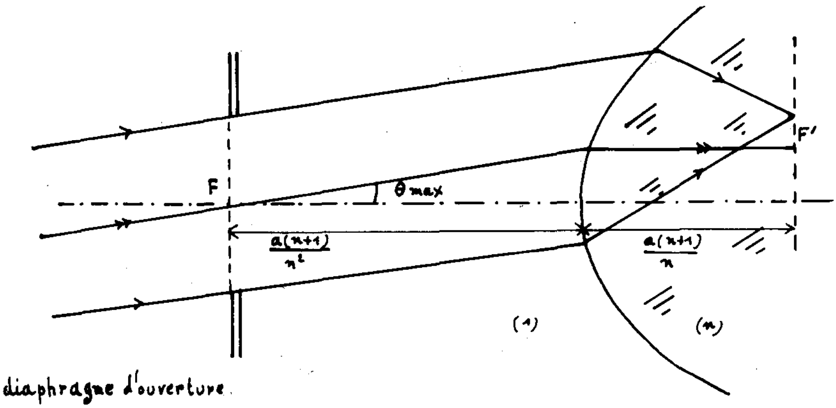

Fig. 3. — Lentille ellipsoïdale de révolution utilisée comme concentrateur. Le diaphragme d'ouverture est placé au foyer objet.

forme $n = \dfrac{a^2}{b^2 + r^2}$ où a et b sont des constantes et r une coordonnée radiale, tout point à gauche de l'origine possède une image parfaite du côté opposé. Si $a = b = 1$, les distances des points conjugués à l'origine sont reliées par la relation $r \cdot r' = 1$. Ce système connu sous le nom d'œil de poisson de MAXWELL, avec un indice inférieur à 1, n'a pas encore d'existence réelle.

Un autre exemple de système, moins connu, à indice variant continûment est la lentille de LUNEBOURG (1964) où la distribution de l'indice est :

$$n(r) = \begin{cases} \sqrt{2 - \dfrac{r^2}{a^2}} & \text{si} \quad r < a \\ 1 & \text{si} \quad r > a \end{cases}$$

et dont l'étude sortirait du cadre de cet article.

4.2. Systèmes catoptriques.

Montrons d'abord qu'un miroir concave isolé, possédant un axe de révolution ne peut pas être un concentrateur idéal (fig. 4). Raisonnons dans un plan méridien. Supposons que le miroir reçoive un faisceau d'angle d'ouverture 2ϑ et le réfléchisse sur un récepteur circulaire de diamètre $2a'$, centré sur l'axe de révolution. Par les extrémités A et B du miroir et celles C et D du

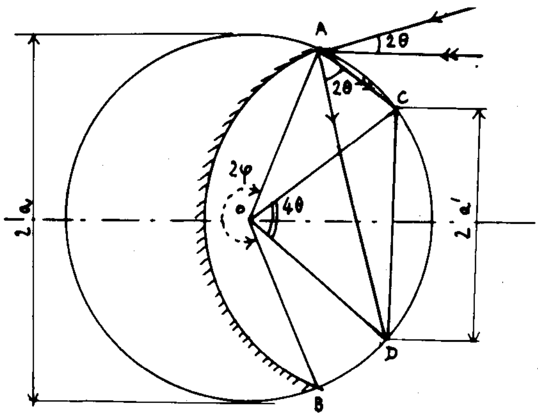

Fig. 4. — Miroir concave.

récepteur passe un cercle de centre O, de rayon R. Si l'on appelle φ l'angle $\widehat{AOB}$, le diamètre d'ouverture du miroir est $2a' = 2R\sin 2\vartheta$. Donc $\dfrac{a'}{a} = \dfrac{\sin 2\vartheta}{\sin\varphi}$. Le minimum de a' s'obtient pour $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$. Le facteur de concentration, compte tenu de la partie centrale du miroir est :

$$\mathcal{C} = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 - 1 = \frac{\cos^2 2\vartheta}{4\sin^2\vartheta\cos^2\vartheta}$$

$\mathcal{C}$ est au plus égal au 1/4 de la concentration maximale $\dfrac{1}{\sin^2\vartheta}$.

Ainsi, l'obtention d'une image est incompatible avec la concentration maximale. Remarquons qu'à aucun moment, nous n'avons fait d'hypothèse sur la forme du miroir. Si, comme d'habitude, le miroir est parabolique, la perte de concentration est tout simplement due à l'existence de la coma parce que le miroir ne satisfait pas à la condition des sinus d'ABBE.

Il existe cependant des systèmes formant des images et obéissant à la condition des sinus. Le prototype en est la chambre de SCHMIDT qui comporte un miroir concave sphérique et une lame correctrice asphérique au centre du miroir. Un tel système (fig. 5) a un facteur de concentration idéal pour un petit angle d'ouverture. Cependant, il est bien clair qu'il est difficilement utilisable comme concentrateur solaire.

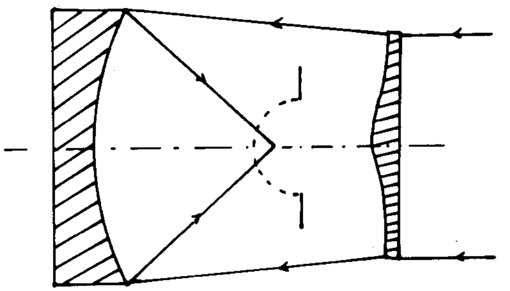

Fig. 5. — Chambre de SCHMIDT.

4.3. Conclusion.

Les concentrateurs que nous venons de présenter sont idéaux au sens indiqué précédemment, mais sont, soit irréalisables dans l'état actuel de nos connaissances, soit irréalistes s'il s'agit de la captation de l'énergie solaire. Il faut donc s'orienter dans une autre voie et abandonner les systèmes produisant de bonnes images.

5. LE CONCENTRATEUR PARABOLIQUE COMPOSE (en abrégé CPC).

5.1. Construction.

Ce système a été mis au point entre 1965 et 1975 par des physiciens russes et américains étudiant des collecteurs de lumière destinés à améliorer les performances des photomultiplicateurs détectant la lumière de CERENKOV (1). Le principe de départ semble le suivant : considérons une surface réfléchissante (fig. 6) limitée par une ouverture d'entrée et une ouverture de sortie. Des rayons parallèles inclinés d'un angle ϑ_i sur l'axe XX' ressortent tous en passant par le point F de l'ouverture de sortie. Si l'on fait tourner le système autour de l'axe, tous les rayons faisant partie du cône d'angle ϑ_i sortiront en s'appuyant sur le bord de la pupille de sortie. Les autres rayons faisant un angle inférieur à ϑ_i passeront à travers cette pupille. On est assuré ainsi que tous les rayons incidents compris dans le demi-angle d'ouverture ϑ_i

(1) Dans la littérature russe, de tels concentrateurs sont appelés « FOCONS ». Les Américains les nomment « non imaging concentrators ». Il n'existe aucune traduction française acceptable de cette expression. Peut-être pourrait-on les appeler : concentrateurs anicônes (ou aneikons ou anicônaux) ou encore auges ou bacs ou huches solaires pour les concentrateurs 2 D et amphores ou jattes solaires pour les 3 D.

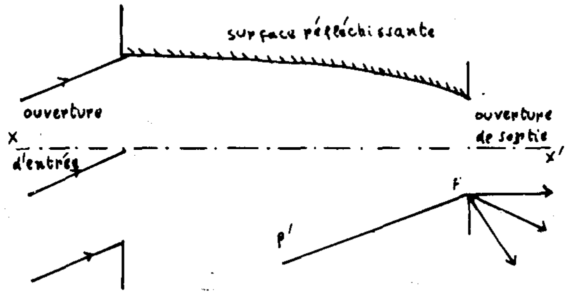

Fig. 6. — Principe des rayons marginaux.

seront transmis par le système : c'est le principe dit des rayons marginaux, cher aux auteurs américains (2).

Ce principe a été vérifié expérimentalement dans de nombreux montages. Cependant, si le principe est vérifié, cela ne suffit pas à démontrer que le concentrateur est idéal. Si l'on restreint le problème aux sections méridiennes, la solution est simple : il suffit de prendre comme méridienne une parabole dont l'axe est parallèle à la direction d'angle ϑ_i et dont le foyer est en F (fig. 7).

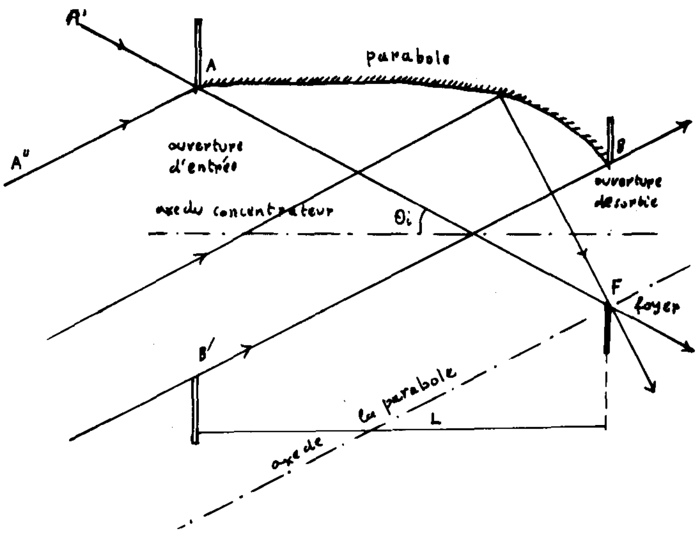

Fig. 7. — Construction du profil du CPC à partir du principe des rayons marginaux.

(2) Nous n'en n'avons trouvé aucune trace dans les livres français d'optique classique.

Si l'on veut un concentrateur 3 D, on fera tourner cette parabole autour de l'axe du concentrateur (et non autour de l'axe de la parabole). Si l'on veut un concentrateur cylindrique ou 2 D, il suffit de compléter la figure par symétrie autour de l'axe XX'.

La longueur du concentrateur est fixée par la position des rayons marginaux AA' et BB' qui passent directement à travers l'ouverture de sortie. Ces considérations déterminent entièrement la forme de la parabole. Si l'on rapporte une parabole à deux axes rectangulaires Oz et Oy dont l'origine est le foyer, on sait que son équation en coordonnées polaires est :

$$r = \frac{2f}{1 - \cos\varphi} = \frac{f}{\sin^2 \varphi/2}.$$

Traçons les ouvertures d'entrée et de sortie PP' et QQ' de rapport $\dfrac{a}{a'}$ donné et choisissons la distance L entre elles de façon que le rayon extrême PQ' ou P'Q fasse avec l'axe du concentrateur l'angle d'ouverture maximal ϑ_i. Le profil du concentrateur entre P' et Q' est une parabole d'axe parallèle à PQ' et l'on peut écrire l'équation de cette parabole en coordonnées polaires ; pour l'ouverture de sortie, on a : $QQ' = \dfrac{2f}{1 - \cos(\pi/2 + \vartheta_i)}$. Si $QQ' = 2a'$, $f = a'(1 + \sin\vartheta_i)$ (fig. 8). Ensuite, on trouve :

$$QP' = \frac{2f}{1 - \cos 2\vartheta_i}; \quad \text{or,} \quad QP' = \frac{a'(1 + \sin\vartheta_i)}{\sin^2\vartheta_i},$$

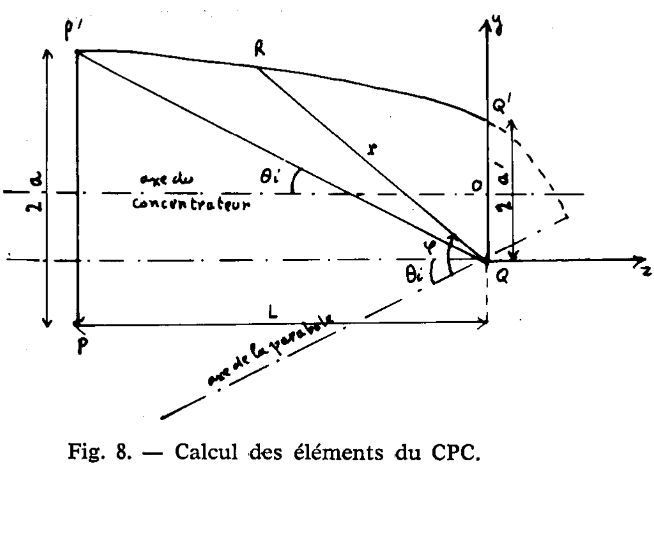

Fig. 8. — Calcul des éléments du CPC.

d'où :

$$a + a' = \mathrm{QP'} \sin \vartheta_i = \frac{a'(1 + \sin \vartheta_i)}{\sin \vartheta_i} \quad \text{et} \quad \frac{a}{a'} = \frac{1}{\sin \vartheta_i} \text{ comme}$$

requis.

Finalement, on obtient pour la longueur du concentrateur :

$$\mathrm{L} = \mathrm{QP'} \cos \vartheta_i = \frac{a'(1 + \sin \vartheta_i)}{\sin \vartheta_i} \cdot \operatorname{cotg} \vartheta_i = (a + a') \operatorname{cotg} \vartheta_i.$$

Il en résulte la relation $\dfrac{\mathrm{L}}{a'} = \dfrac{\mathcal{C} + 1}{2} \sqrt{\mathcal{C}^2 - 1}.$

De plus, en P et P', les tangentes sont parallèles à l'axe du concentrateur car si l'on appelle V l'angle de la tangente et du rayon vecteur, $\operatorname{tg} \mathrm{V} = \dfrac{r}{r'} = \dfrac{r\, d\varphi}{dr} = \dfrac{2f}{r \sin \varphi}$; si $\varphi = 2\vartheta_i$ et

$$r = \frac{2f}{1 - \cos 2\vartheta_i}, \quad \operatorname{tg} \mathrm{V} = \frac{2f(1 - \cos 2\vartheta_i)}{2f \sin 2\vartheta_i} = \operatorname{tg} \vartheta_i, \text{ d'où } \mathrm{V} = \vartheta_i$$

(à π près).

En coordonnées cartésiennes de centre O, milieu de l'ouverture de sortie, les équations du concentrateur parabolique composé sont :

$$y = \frac{2f \sin(\varphi - \vartheta_i)}{1 - \cos \varphi} - a' = \frac{2a'(1 + \sin \vartheta_i) \sin(\varphi - \vartheta_i)}{1 - \cos \varphi} - a'$$

$$z = r \cos(\varphi - \vartheta_i) = \frac{2a'(1 + \sin \vartheta_i) \cos(\varphi - \vartheta_i)}{1 - \cos \varphi}.$$

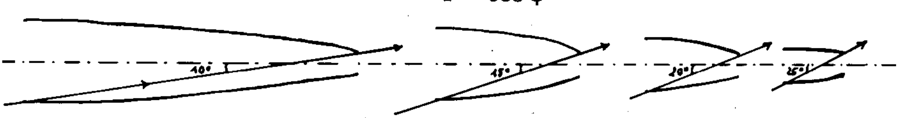

Fig. 9. — Quelques CPC avec différents angles d'acceptance. Dessin à l'échelle avec des ouvertures de sortie toutes de même diamètre.

La fig. 9 représente quelques formes de CPC avec différents angles d'acceptance.

Le CPC a la concentration maximale théorique à condition que tous les rayons compris dans l'angle d'acceptance ϑ_i émergent par l'ouverture de sortie. Dans le CPC existent de multiples réflexions et certains rayons peuvent revenir vers l'entrée. Le calcul a montré que les courbes de transmission angulaire du CPC sont très proches de la forme idéale rectangulaire (fig. 10). Le CPC à trois dimensions ou amphore solaire est donc presque un concentrateur idéal.

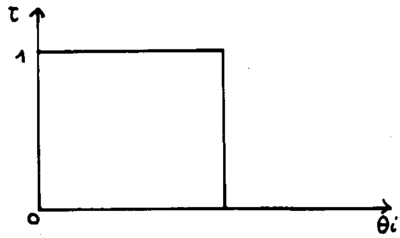

Fig. 10. — Courbe de transmission angulaire de la huche solaire.

Par contre, le CPC à deux dimensions ou huche solaire est un concentrateur idéal à concentration théorique maximale, ce qui signifie qu'aucun rayon intérieur à l'angle d'acceptance n'est renvoyé vers l'ouverture d'entrée (3). Pourquoi cette différence entre les deux systèmes ?

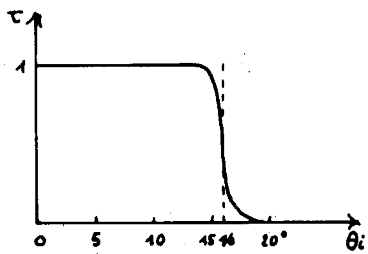

Fig. 11. — Courbe de transmission angulaire d'une amphore solaire.

L'une des raisons est, qu'en déterminant le profil du concentrateur pour des rayons situés dans un plan méridien, on a utilisé tous les degrés de liberté dont on pouvait disposer (longueurs et angles). Le concentrateur 3 D est un système de révolution si bien qu'on ne peut plus disposer d'aucun degré de liberté pour s'assurer que des rayons non situés dans des plans méridiens soient correctement traités. Ce sont précisément ces rayons-là, ainsi que nous le verrons par la suite, qui sont renvoyés en arrière après de multiples réflexions.

(3) En toute rigueur, il faudrait que la longueur du concentrateur soit infinie. On obtient pratiquement cet effet et on évite une perte de rayons en fermant les extrémités avec des miroirs plans perpendiculaires aux génératrices du cylindre.

Pour montrer que le concentrateur cylindrique est un concentrateur idéal, il faut trouver un moyen pour identifier les rayons qui sont renvoyés vers l'entrée après un certain nombre de réflexions. La procédure suivante s'applique, non seulement aux CPC, mais à tous les concentrateurs ayant une forme voisine, comme les cônes. C'est un moyen qui consiste à trouver des rayons à la frontière entre les ensembles de rayons qui sont transmis et ceux qui sont renvoyés en arrière. Ces rayons extrêmes doivent seulement toucher le bord de l'ouverture de sortie en un point A, ainsi que l'indique la fig. 12, si bien que si l'on trace les rayons

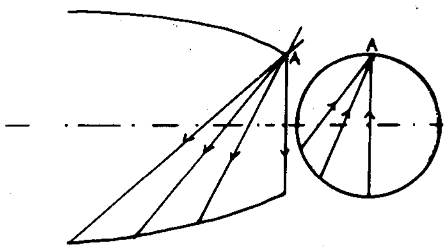

Fig. 12. — Identification des rayons marginaux renvoyés par le concentrateur. Les rayons représentés doivent être considérés comme des projections de rayons non méridiens, puisque les rayons méridiens passant par le bord de l'ouverture de sortie correspondent exactement à l'angle ϑ_i par construction du CPC.

à partir de ce point A dans toutes les directions en utilisant le principe du retour inverse de la lumière, ces rayons ressortent par l'ouverture d'entrée à la frontière de la région cherchée. Ainsi, on choisit une certaine direction d'incidence, on cherche les rayons inversés sortant avec cette direction et on marque leurs points d'intersection avec le plan de l'ouverture d'entrée. Ces points peuvent être classés selon le nombre de réflexions subies et on peut délimiter les frontières. Cette procédure nécessite des calculs très lourds qui ne peuvent être faits que par ordinateur. Le tracé des rayons dans un concentrateur 2 D est plus simple même pour des rayons qui ne sont pas dans le plan de figure

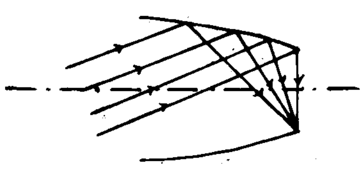

Fig. 13. — Concentrateur CPC 2 D ou huche solaire. Les segments dessinés représentent les projections des rayons situés en dehors du plan de la figure.

perpendiculaire aux génératrices du cylindre, parce que la normale à la surface n'a pas de composante parallèle à la longueur de la huche et donc que le cosinus directeur est constant selon la 3e dimension. On peut ainsi tracer tous les rayons en n'utilisant que leurs projections sur le plan de la figure et l'on peut vérifier qu'il n'y a pas de rayons qui reviennent en arrière à l'intérieur de l'angle d'acceptance (fig. 13).

5.2. **Propriétés des CPC.**

Pour étudier les propriétés de transmission des CPC, on procède de la manière suivante : on divise la surface de l'ouverture d'entrée en une grille dont le pas est égal au 1/100e du diamètre et on trace des rayons en chaque point de la grille faisant l'angle ϑ avec l'axe du collecteur. La fraction de rayons transmise par le CPC d'angle d'acceptance ϑ_{max} fournit la fonction de transmission $T(\vartheta, \vartheta_{max})$ (fig. 14). Les courbes obtenues sont très voisines des courbes rectangulaires d'un concentrateur idéal. La transmission entre $T = 0{,}9$ et $T = 0{,}1$ s'effectue sur un écart angulaire de moins de 3°.

$\Delta\vartheta$	0,4°	1,5°	2°	2,5°	2,7°	2,0°.
ϑ_{max}	2°	10°	16°	20°	40°	60°,

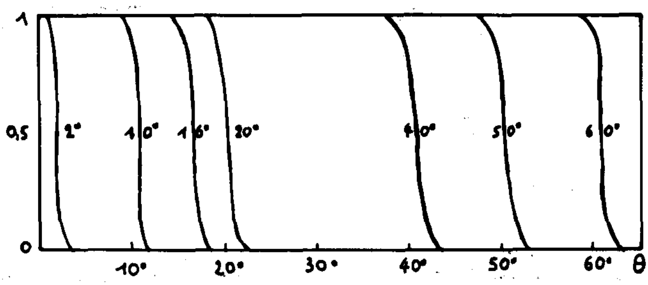

Fig. 14. — Courbes de transmission angulaire pour des CPC 3 D avec ϑ_{max} variant de 2 à 60°.

On peut aussi s'intéresser au flux total transmis à l'intérieur de l'angle d'acceptance ϑ_{max}. Il est proportionnel à :

$$\int_0^{\vartheta_{max}} T(\vartheta, \vartheta_{max})\, dU = \int_0^{\vartheta_{max}} T(\vartheta, \vartheta_{max}) \sin 2\vartheta\, d\vartheta \qquad (3)$$

et si l'on divise par $\int_0^{\vartheta_{max}} \sin 2\vartheta\, d\vartheta$, on obtient la fraction de flux incident transmise dans un cône de demi-angle ϑ_{max}. Le résultat est fourni par la fig. 15 qui indique dans quelle proportion le

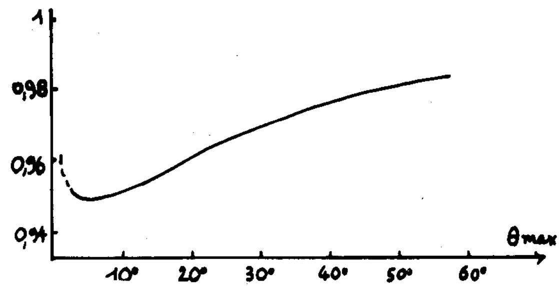

Fig. 15. — Transmission totale dans l'angle ϑ_{max} pour un CPC 3 D.

CPC 3 D s'écarte du concentrateur idéal. Ainsi, si $\vartheta_{max} = 10°$. le CPC a un facteur de concentration théorique $1/\sin^2\vartheta = 33{,}2$. En réalité, il vaut 32,1. La perte provient de ce qu'un certain nombre de rayons qui ne se trouvent pas dans un plan méridien sont renvoyés en arrière après de multiples réflexions à l'intérieur du CPC. En traçant des rayons d'angle d'incidence fixe, on peut mettre en évidence des régions numérotées 0, 1, 2... où les rayons sont transmis après 0, 1, 2... réflexions (fig. 16, 17, 18).

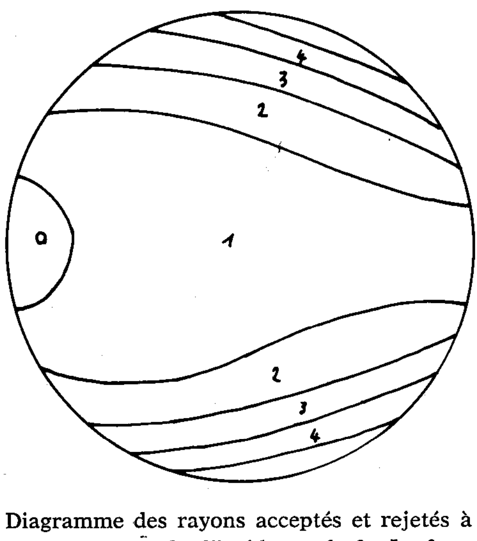

Fig. 16. — Diagramme des rayons acceptés et rejetés à la face d'entrée d'un CPC 10° pour un angle d'incidence de 8°. La face d'entrée est vue par dessus, les rayons incidents y pénètrent à droite de la normale droite. Les rayons qui entrent dans les zones marquées n sont transmis après n réflexions.

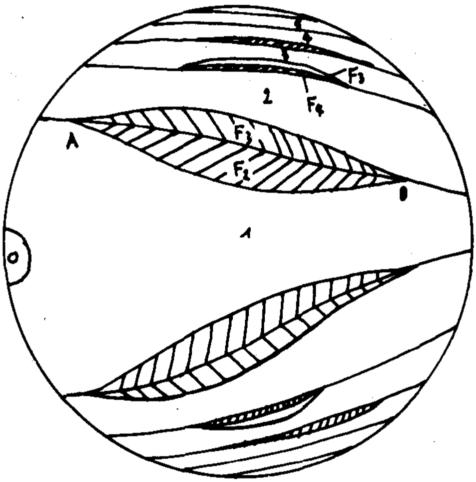

Fig. 17. — Même figure que 16, mais avec un angle d'incidence de 9,5°, ϑ_{max} = 10°. Les rayons pénétrant dans les zones hachurées marquées F_m sont renvoyés vers l'extérieur après m réflexions. Les zones non étiquetées n'ont pas été explorées.

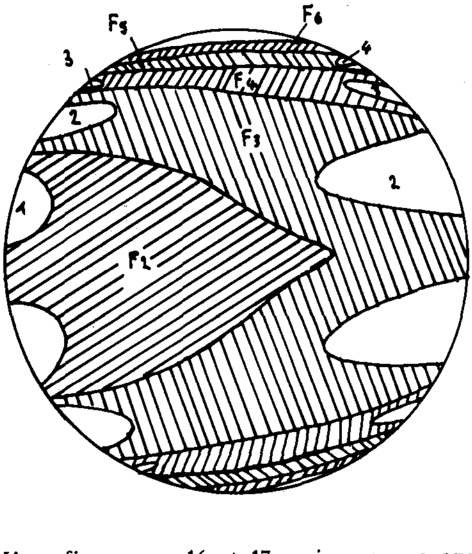

Fig. 18. — Même figure que 16 et 17 mais avec un angle d'incidence de 10,5° ; ϑ_{max} = 10°.

Les régions en blanc correspondent à plus de cinq réflexions. Les frontières entre les régions hachurées des diagrammes ne sont autres que les images distordues de la pupille de sortie vue après un certain nombre de réflexions. On peut trouver les zones de discontinuité en traçant des rayons dans le plan de l'ouverture de sortie à partir d'un point P (fig. 19) faisant l'angle $\vartheta(\gamma)$ avec l'axe de symétrie et après n réflexions.

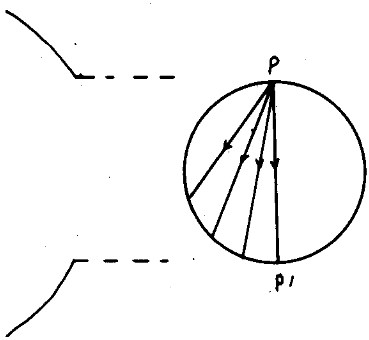

Fig. 19. — Rayons au voisinage de l'ouverture de sortie utilisés pour déterminer les zones de transition.

Le point où émerge le rayon est un point du diagramme tel que le point A de la fig. 17 où débute la frontière entre les rayons transmis après $n-1$ et n réflexions. Par exemple, pour trouver les points A et B du diagramme $\vartheta = 9{,}5°$, on cherche l'angle γ qui fournit $\vartheta = 9{,}5°$ et l'on trouve les coordonnées du rayon émergent à la face d'entrée après deux réflexions. Il y a évidemment deux telles valeurs de γ correspondant aux points A et B. Si l'on reprend le diagramme de la fig. 16, les rayons qui entrent dans les régions non étiquetées sont presque tangents à la surface du concentrateur et, par conséquent, suivent une spirale le long du réflecteur après un grand nombre de réflexions. On peut vérifier que ces rayons sont transmis si l'angle d'incidence est inférieur à ϑ_{max}. Si l'on utilise le rayon récurrent provenant de $\gamma = \dfrac{\pi}{2}$, il ressort tangent à la surface du collecteur avec l'angle d'incidence maximum (fig. 20).

5.3. Cônes et paraboloïdes concentrateurs.

Les cônes sont plus faciles à fabriquer que les amphores solaires. Les paraboloïdes de révolution (qui ne sont pas des amphores) paraissent plus familiers aux opticiens traditionnels. Pour comparer au CPC un cône ou un paraboloïde de révolution,

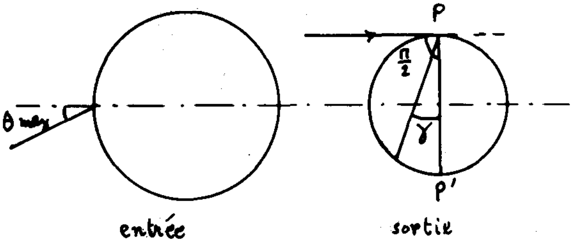

Fig. 20. — Un rayon faisant avec l'axe de symétrie l'angle ϑ_{max} ressort tangent à la face de sortie du concentrateur.

il faut choisir le même facteur de concentration, donc les mêmes diamètres d'entrée et de sortie $2\,a$ et $2\,a'$. Si $\vartheta_{max} = 10°$, $\mathcal{C} = 5{,}76$. La longueur du cône est choisie de façon que le rayon incliné sur l'axe de ϑ_{max} soit juste arrêté par l'ouverture de sortie. Pour le paraboloïde, le diamètre de l'ouverture de sortie et le facteur de concentration déterminent entièrement le profil (fig. 21 et 22).

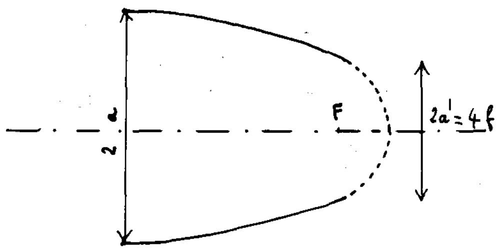

Fig. 21. — Paraboloïde de révolution.

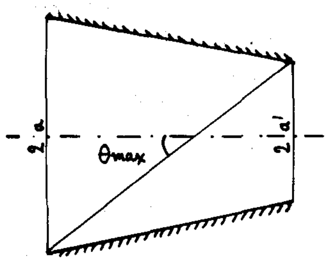

Fig. 22. — Cône de révolution.

Les fig. 23 et 24 montrent les courbes de transmission angulaire pour le paraboloïde et le cône. Les caractéristiques de ces concentrateurs sont inférieures à celles du concentrateur idéal. La transmission angulaire totale à l'intérieur de ϑ_{max}, selon l'équation (3) est d'environ 0,60. La transmission du cône est meilleure, de l'ordre de 80 %. Ceci constitue en quelque sorte une vérification du postulat voulant que les concentrateurs anicônes soient meilleurs que les concentrateurs à image.

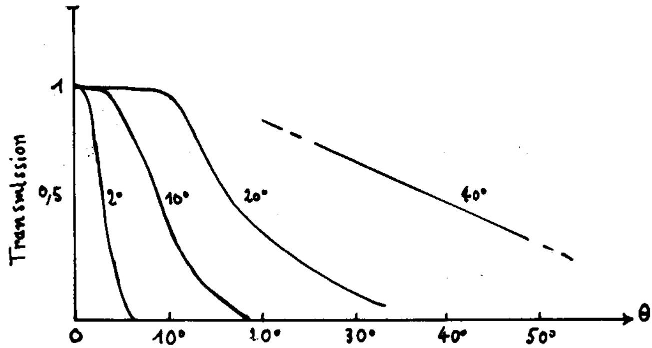

Fig. 23. — Courbes de transmission angulaire pour des paraboloïdes. Les nombres indiquent les angles ϑ_{max} tels que $\sin \vartheta_{max} = \frac{a'}{a}$.

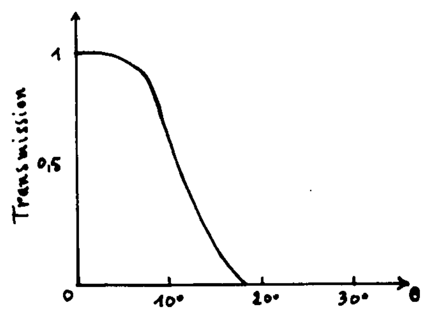

Fig. 24. — Courbe de transmission augulaire pour un cône ; $\vartheta_{max} = 10°$.

6. DEVELOPPEMENTS ET MODIFICATIONS DU CONCENTRATEUR PARABOLIQUE COMPOSE.

6.1. CPC rempli de diélectrique.

Pour qu'il y ait réflexion totale en chaque point de la paroi, il suffit que $\sin \vartheta' \leqslant 1 - \frac{2}{n^2}$ ou $\sin \vartheta \leqslant n - \frac{2}{n}$. En effet, le rayon B'B est réfléchi suivant BF au point B (fig. 25), donc $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\vartheta'}{2}\right) \geqslant \frac{1}{n}$, d'où la relation précédente.

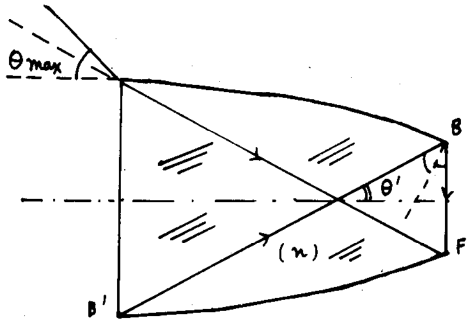

Fig. 25. — CPC rempli de diélectrique. La figure est dessinée pour un angle d'acceptance de 18° et un indice de réfraction de 1,5. Le facteur de concentration vaut alors 10,2 pour un CPC 3 D.

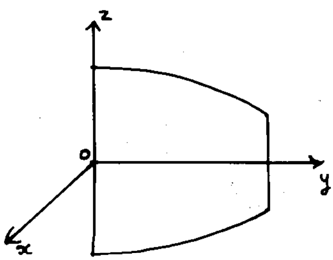

Fig. 26

Puisque $0 \leqslant \sin\vartheta \leqslant 1$, on déduit $n > \sqrt{2}$, ce qui est le cas de la plupart des milieux transparents solides. Démontrons alors que l'acceptance angulaire du concentrateur 2 D, pour des rayons non méridiens est supérieure à celle du concentrateur non rempli de diélectrique. Pour cela, nous représenterons l'acceptance angulaire par les variables cosinus directeurs introduites précédemment. Si Ox est perpendiculaire à la section du CPC et Oy parallèle à l'axe du concentrateur, les cosinus directeurs sont L et M (fig. 26).

Rappelons que le CPC ordinaire accepte tous les rayons dont les angles projetés sur le plan yOz sont inférieurs ou égaux à un certain angle de coupure ϑ_i. Cette condition est représentée par une ellipse dans le plan L, M dont les demi-axes sont respectivement $\sin\vartheta_i$ et 1 (fig. 27).

Démontrons qu'en termes de cosinus directeurs, la loi de DESCARTES est L = nL' et M = nM'. Pour cela, écrivons la loi de la réfraction sous forme vectorielle :

$$(\vec{r} \wedge \vec{v}) = n(\vec{r}\,' \wedge \vec{v}) \qquad \text{(réf. 16)}$$

où n est l'indice de réfraction du diélectrique, $\vec{v}$ le vecteur unité de la normale, $\vec{r}$ et $\vec{r}\,'$ respectivement les vecteurs unités des rayons incident et réfracté.

$\vec{r}(u, v, w)$; $\vec{r}\,'(u', v', w')$; $\vec{v}(a, b, c)$. En développant les produits vectoriels, on obtient :

$$vc - wb = n(v'c - w'b)$$

$$wa - uc = n(w'a - u'c)$$

$$ub - va = n(u'b - v'a)$$

dont la solution est :

$$nu' = u$$

$$nv' = v. \text{ Si } u = \mathrm{L},\ v = \mathrm{M},\ u' = \mathrm{L}' = \frac{\mathrm{L}}{n}$$

$$nw' = w \qquad v' = \mathrm{M}' = \frac{\mathrm{M}}{n}.$$

Dans le plan L, M l'ellipse d'acceptance a ses dimensions multipliées par n. Puisque $\mathrm{L}^2 + \mathrm{M}^2 \leqslant 1$, les rayons acceptés sont à l'intersection du cercle $\mathrm{L}^2 + \mathrm{M}^2 = 1$ et de l'ellipse $\dfrac{\mathrm{L}^2}{\sin^2 \vartheta_i} + \mathrm{M}^2 = 1$ (fig. 27). L'aire de la figure d'acceptance pour

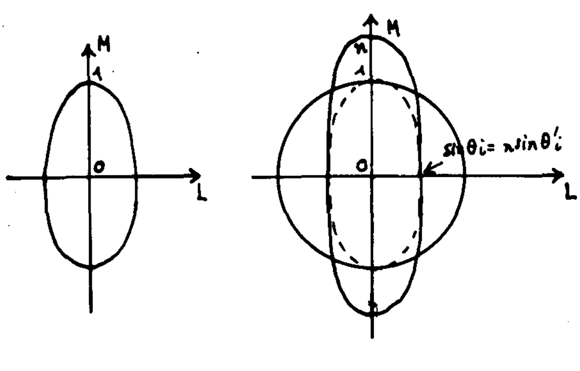

Fig. 27. — Acceptance angulaire dans l'espace des cosinus directeurs.

le CPC ordinaire est $\pi \sin \vartheta_i$. La fraction de radiation diffuse acceptée est $\sin \vartheta'_i$. L'aire trouvée pour le CPC avec diélectrique est :

$$2\,[n \sin \vartheta_i \,\mathrm{Arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\vartheta_c \cdot \cos \vartheta_i) + \mathrm{Arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\vartheta_i \cdot \cos \vartheta_c)]$$

où ϑ_c est l'angle critique, $\vartheta_c = \mathrm{Arc\,sin}\,(1/n)$. Cette aire excède $\pi \cdot \sin \vartheta_i$ du facteur :

$$\frac{2}{\pi}\left[\, n \,\mathrm{Arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\vartheta_c \cdot \cos \vartheta_i) + \frac{\mathrm{Arc\,tg}\,(\mathrm{tg}\,\vartheta_i \cos \vartheta_c)}{\sin \vartheta_i}\right].$$

Pour les petits angles, le facteur de multiplication est $\dfrac{2}{\pi}\,(n\vartheta_c + \cos \vartheta_c)$ qui décroît lentement vers 1 quand $\vartheta_i \nearrow \dfrac{\pi}{2}$. Par exemple, si $n = 1{,}5$, valeur typique pour les matières plastiques, le facteur vaut 1,17 si $\vartheta_i < 10°$ et se réduit à 1,13 si $\vartheta_i = 40°$. Cette acceptance extra-angulaire est avantageuse pour la concentration de l'énergie solaire.

Les collecteurs remplis de diélectrique possèdent certains avantages : la réflexion interne est totale donc efficace à 100 % alors que le coefficient de réflexion des surfaces métalliques dépasse rarement 90 %. Pour une même longueur totale, l'angle d'acceptance est supérieur d'un facteur n à celui de l'air.

Les équations $f = a'(1 + \sin \vartheta_i)$, $\mathrm{L} = \dfrac{a'(1 + \sin \vartheta_i)\cos \vartheta_i}{\sin^2 \vartheta_i}$, $\mathrm{L} = (a + a')\,\mathrm{cotg}\,\vartheta_i$ et $a = \dfrac{a'}{\sin \vartheta_i}$ pour le profil du collecteur sont les mêmes avec ϑ'_i au lieu de ϑ_i, si bien que la concentration maximale théorique devient $\dfrac{n^2}{\sin^2 \vartheta_i}$ (et $\dfrac{n}{\sin \vartheta_i}$ pour le CPC 2 D). Cependant, si des rayons doivent émerger de l'ouverture de sortie, beaucoup sont renvoyés en arrière par réflexion totale si bien que la conception du CPC doit être modifiée dans ce cas.

6.2. Le CPC à angle de sortie inférieur à $\pi/2$.

Il n'est pas toujours possible d'avoir un angle de sortie égal à $\pi/2$. On peut modifier le CPC qui sera alors un concentrateur idéal n'ayant pas la concentration maximale. Si ϑ_i est l'angle d'acceptance et ϑ_o l'angle de sortie maximal, le facteur de concentration sera $\mathcal{C}(\vartheta_i, \vartheta_o) = (n_o \sin \vartheta_o)/(n_i \sin \vartheta_i)$ pour un système 2 D ou $\mathcal{C}(\vartheta_i, \vartheta_o) = [(n_o \sin \vartheta_o)/(n_i \sin \vartheta_i)]^2$ pour un système 3 D. Le dispositif ainsi défini a été appelé concentrateur ϑ_i/ϑ_o par Rabl et Winston (1976). [17]. Partons de l'ouverture de sortie et traçons les rayons se propageant vers l'entrée.

Comme pour le CPC de base, on part du cas 2 D ou de rayons méridiens pour le cas 3 D. Si QQ' = 2, a' est la largeur de l'ou-

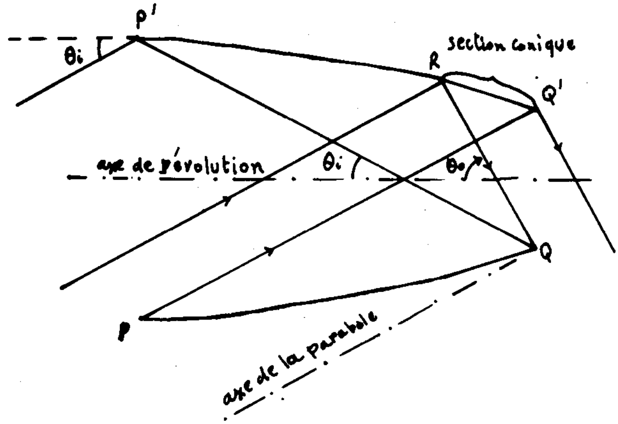

Fig. 28. — Concentrateur ϑ_o/ϑ_i, $\vartheta_i = 18°$, $\vartheta_o = 50°$.

verture de sortie (fig. 28), les rayons partant d'un point de QQ' sous l'angle ϑ_o doivent apparaître à l'entrée faisant l'angle ϑ_i avec l'axe. Ceci peut se réaliser par l'intermédiaire d'une section conique Q'R faisant l'angle $\dfrac{\vartheta_o - \vartheta_i}{2}$ avec l'axe. On voit sur la fig. 29 que $\widehat{Q'R'Q} = \dfrac{\vartheta_i + \vartheta_o}{2} = \widehat{xR'S'}$ car les rayons QR et RT sont symétriques par rapport à R'S :

$$\widehat{R'ST} = \frac{\vartheta_i + \vartheta_o}{2} - \vartheta_i = \frac{\vartheta_o - \vartheta_i}{2}.$$

Ensuite, tous les rayons issus de Q avec un angle inférieur à ϑ_o doivent apparaître à l'ouverture avec l'angle ϑ_i : ceci est réa-

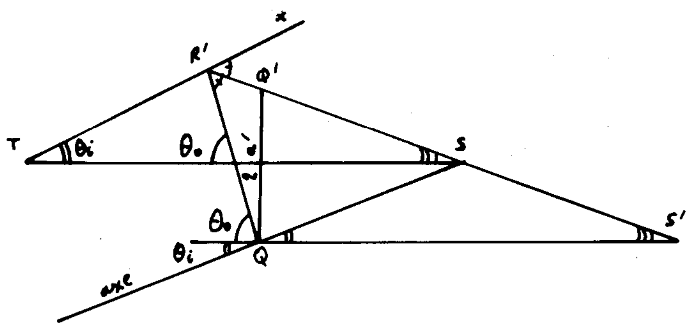

Fig. 29

lisé de la même manière que pour le CPC par une parabole de foyer Q, dont l'axe fait avec l'axe du concentrateur l'angle ϑ_i. La parabole se termine de façon que le rayon extrême venant de Q soit réfléchi sous l'angle ϑ_i, c'est-à-dire que la tangente en P' est horizontale. Calculons les éléments de ce système (fig. 30).

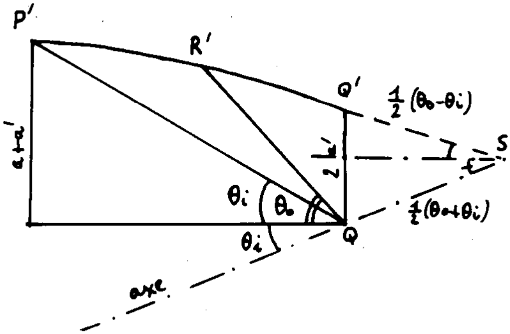

Fig. 30

On a :

$$\widehat{R'Q'S'} = \pi - \vartheta_o, \qquad \widehat{R'QS} = \pi - \vartheta_o - \vartheta_i,$$

$$\widehat{R'SQ} = \pi - (\pi - \vartheta_o - \vartheta_i) - \left(\frac{\vartheta_o + \vartheta_i}{2}\right) = \frac{\vartheta_i + \vartheta_o}{2} = \widehat{Q'R'Q},$$

donc le triangle R'QS est isocèle et QR' = QS. Dans le triangle R'QS, $\widehat{QQ'S} = \pi - \left(\frac{\vartheta_i + \vartheta_o}{2}\right) - (\pi/2 - \vartheta_i) = \pi/2 - \left(\frac{\vartheta_o - \vartheta_i}{2}\right)$

Dans le triangle QQ'S : $\dfrac{QS}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{(\vartheta_o - \vartheta_i)}{2}\right)} = \dfrac{2\,a'}{\sin\dfrac{(\vartheta_o - \vartheta_i)}{2}}$,

d'où :

$$QS = \frac{2\,a' \cos\dfrac{\vartheta_o - \vartheta_i}{2}}{\sin\dfrac{(\vartheta_o + \vartheta_i)}{2}}.$$

De l'équation polaire de la parabole, on tire :

$$QR = \frac{2\,f}{1 - \cos(\vartheta_o + \vartheta_i)}.$$

$$f = 2\,a' \cos \frac{(\vartheta_o - \vartheta_i)}{2} \sin \frac{(\vartheta_o + \vartheta_i)}{2} = a'(\sin \vartheta_i + \sin \vartheta_o),$$

$$QP' = \frac{2f}{1 - \cos 2\,\vartheta_i} = a' \frac{(\sin \vartheta_i + \sin \vartheta_o)}{\sin^2 \vartheta_i},$$

et $a + a' = QP' \sin \vartheta_i = a' \dfrac{(\sin \vartheta_i + \sin \vartheta_o)}{\sin \vartheta_i}$, d'où $\dfrac{a}{a'} = \dfrac{\sin \vartheta_o}{\sin \vartheta_i}$.

Le concentrateur 2 D est donc idéal. Dans le cas du concentrateur 3 D, certains rayons non méridiens intérieurs à l'angle ϑ_i reviennent en arrière. La courbe de transmission angulaire est représentée fig. 31 : elle est aussi raide que celle du CPC normal, mais le diagramme des rayons rejetés est très différent (fig. 32).

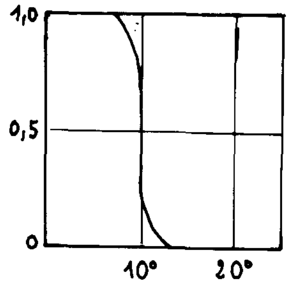

Fig. 31. — Courbe de transmission angulaire du concentrateur 10°/60°.

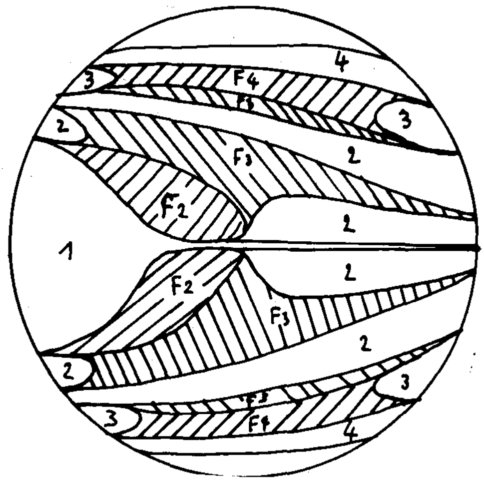

Fig. 32. — Rayons transmis et rejetés dans le concentrateur 10°/60° pour un angle d'incidence de 10°.

6.3. **Le CPC tronqué.**

L'inconvénient du CPC est d'être très long par rapport à son diamètre (ou largeur d'ouverture), ce qui est un handicap pour les usages à grande échelle comme la captation de l'énergie solaire. De l'équation $L = \dfrac{a'(1 + \sin\vartheta_i)\cos\vartheta_i}{\sin^2\vartheta_i}$, on déduit que

$L = \dfrac{a(1 + \sin\vartheta_i)\cos\vartheta_i}{\sin\vartheta_i} \simeq \dfrac{a}{\vartheta_i}$. Si l'on enlève une partie de l'ouverture d'entrée, on peut obtenir une réduction considérable de la longueur sans beaucoup réduire la concentration, ce qui amène une économie importante. Sur la fig. 33, les quantités tronquées sont notées avec l'indice T. On s'intéresse au rapport de la longueur, au diamètre d'ouverture et aussi au rapport de l'aire de la surface réfléchissante (donc à son prix), à celle de l'ouverture. On trouve :

$$a_T = \frac{f\sin(\varphi_T - \vartheta_i)}{\sin^2\varphi_T/2} - a' ; \quad f = a'(1 + \sin\vartheta_i) ; \quad a = \frac{a'}{\sin\vartheta_i} ;$$

$$L_T = \frac{f\cos(\varphi_T - \vartheta_i)}{\sin^2\varphi_T/2} ; \quad L = \frac{f\cos\vartheta_i}{\sin^2\vartheta_i} ;$$

si bien que :

$$\frac{L_T}{a_T} = \frac{(1 + \sin\vartheta_i)\cos(\varphi_T - \vartheta_i)}{\sin(\varphi_T - \vartheta_i)(1 + \sin\vartheta_i) - \sin^2\varphi_T/2}.$$

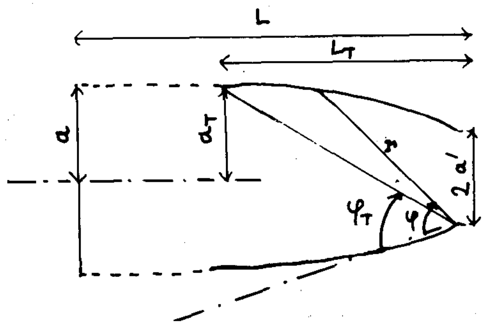

Fig. 33. — Troncature du CPC.

La concentration théorique est $\dfrac{a_T}{a'}$. La fig. 34 représente les

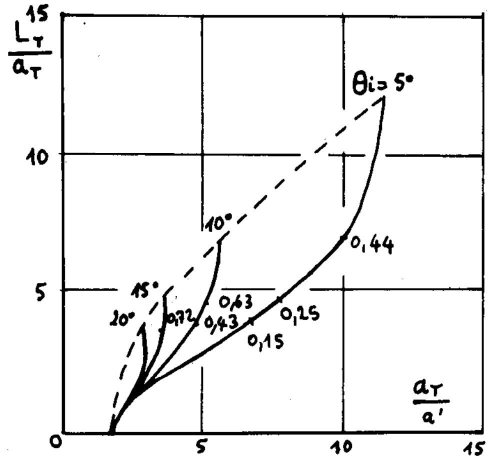

Fig. 34. — Longueur réduite en fonction du facteur de concentration $\mathcal{C} = \dfrac{a_T}{a'}$ pour des huches tronquées. Les nombres indiqués sur les courbes sont les rapports de troncature $\dfrac{L_T}{L}$.

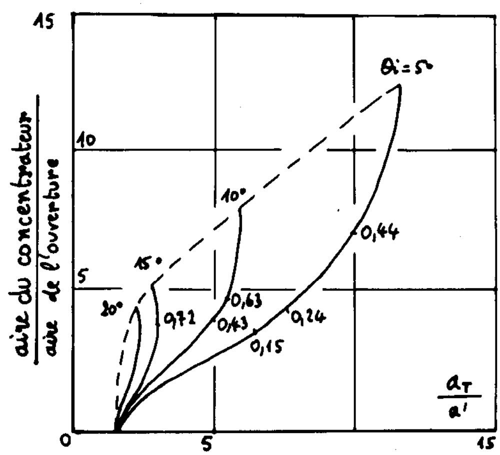

Fig. 35. — Aire de la surface réfléchissante du concentrateur en fonction du facteur de concentration pour des huches tronquées. Les nombres indiqués sur les courbes sont les rapports de troncature $\dfrac{L_T}{L}$.

variations de $\frac{L_T}{a_T}$ et la fig. 35 celle du rapport :

$$\frac{\text{aire intérieure du concentrateur}}{\text{aire de l'ouverture}}$$

en fonction de $\frac{a_T}{a'}$ pour un concentrateur 2 D. Ce rapport vaut :

$$\frac{-f}{a_T}\left|\frac{\cos(\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} + \operatorname{Log}\operatorname{cotg}(\varphi/4)\right|_{\varphi_T}^{\vartheta_i + M/2}$$

et $\frac{2f}{a^2_T}\int_{\varphi_T}^{\vartheta_i + M/2}\left\{\frac{f\sin(\varphi-\vartheta_i)}{\sin^5\varphi/2} - \frac{a'}{\sin^3\varphi/2}\right\}d\varphi$ pour un 3 D.

La démonstration de ces formules est donnée à l'annexe 2.

On peut montrer que la perte en performance est faible si la troncature est modérée.

6.4. **Utilisation des CPC pour la concentration de l'énergie solaire.**

6.4.1. Trajectoires solaires.

Bien que le mouvement apparent du Soleil soit familier, la description en est plutôt compliquée. Considérons la trajectoire apparente du Soleil par rapport à la Terre (fig. 36) rapportée à

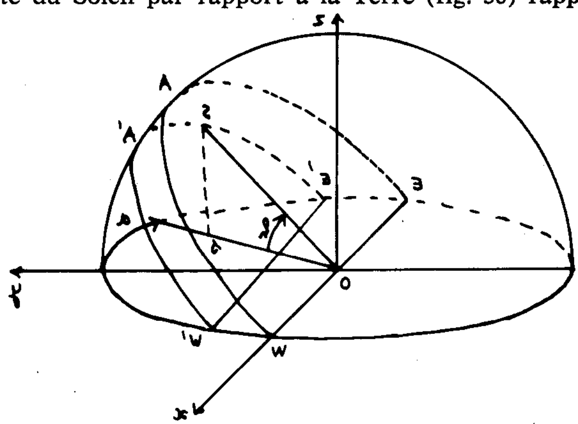

Fig. 36. — Trajectoires apparentes du Soleil pour un observateur placé en O.

un système orthonormé d'axes de coordonnées fixes dont l'origine est au lieu d'observation, dont l'axe Ox est orienté d'est en ouest et l'axe Oz selon la verticale ascendante. A l'équinoxe, le Soleil décrit le grand cercle EAW (ou écliptique), à une autre période, le cercle E'A'W'. Si le Soleil est en S et si s est la projection de S sur le plan xOy, l'angle $\widehat{SOs}$ est la hauteur h de l'astre. On peut projeter l'ensemble de la figure sur le plan yOz. On obtient la fig. 37 où OA, OA' et OA" représentent respectivement les positions des trajectoires aux équinoxes et aux solstices. Sur ce diagramme, les courbes en pointillés indiquent les positions de l'astre à la même heure, chaque jour de l'année.

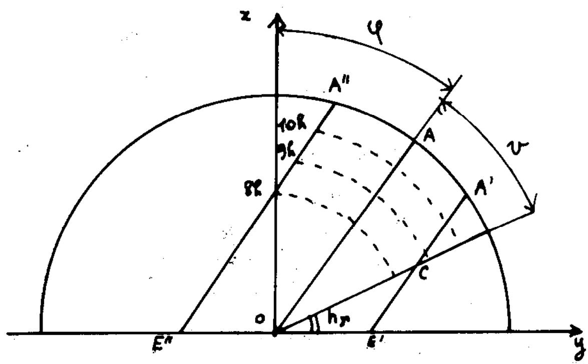

Fig. 37. — Projections des trajectoires sur le plan yOz.

Sur la fig. 36, h désigne la hauteur et a l'azimut du Soleil. Si le Soleil, à un instant donné est en C, l'angle $\widehat{COy}$ qui est la projection de l'angle h sur le plan yOz porte des noms différents selon les auteurs : élévation solaire, altitude solaire ou altitude EWV [Tabor (18)]. Peut-être pourrait-on l'appeler plus correctement hauteur réduite h_r. Calculons cette valeur : les coordonnées de l'astre dans le système $Oxyz$ sont :

$$y = \cos h \cdot \cos a \qquad\qquad \text{donc} \quad \operatorname{tg} h_r = \frac{\operatorname{tg} h}{\cos a}.$$
$$z = \sin h$$

La variation de h_r avec le temps est appelée écart à la hauteur réduite et c'est de cet écart que doit tenir compte tout système de miroir cylindrique orienté dans la direction est-ouest. Appelons v cet écart mesuré à partir de la position du Soleil à l'équinoxe.

$v = (\pi/2 - \varphi - h_r)$ où φ est la latitude,

$$\operatorname{tg} v = -\operatorname{cotg}(\varphi + h_r) = \frac{1 - \operatorname{tg} h_r \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} h_r + \operatorname{tg} \varphi},$$

$$\operatorname{tg} v = \frac{\operatorname{tg} h \cdot \operatorname{tg} \varphi - \cos a}{\operatorname{tg} h + \cos a \cdot \operatorname{tg} \varphi}.$$

Démontrons que $\operatorname{tg} v$ est indépendant de la latitude. Si δ et ω sont respectivement la déclinaison et l'angle horaire du Soleil, on sait que ces grandeurs sont reliées à la hauteur et à l'azimut par les relations classiques (pour la démonstration, consulter la référence [13], page 1076) :

$$\cos a \cdot \cos h = \cos \delta \cdot \cos \omega \cdot \sin \varphi - \sin \delta \cdot \cos \varphi$$

$$\sin h = \cos \delta \cdot \cos \omega \cdot \cos \varphi + \sin \delta \cdot \sin \varphi$$

$$\sin a \cdot \cos h = \cos \delta \cdot \sin \omega$$

dont on tire les valeurs $\operatorname{tg} h$ et $\operatorname{tg} a$ que l'on reporte dans l'expression de $\operatorname{tg} v$. On trouve finalement :

$$\operatorname{tg} v = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\cos \omega} \simeq \frac{\operatorname{tg} [23{,}5 \sin (2 \pi d/365)]}{\cos 15\, t}$$

où d est le numéro du jour à partir de l'équinoxe et t le temps, en heures, à partir de midi, temps solaire vrai. v représente en somme, l'angle du Soleil au-dessus du plan de l'équateur à différents moments de la journée et mesure la variation de hauteur nécessaire pour que le plan de symétrie d'un concentrateur cylindrique (par exemple un CPC 2 D) contienne toujours le Soleil ; c'est aussi la mesure de l'angle d'acceptance d'un CPC fixe tout au long de la journée. La fig. 38 représente le réseau de courbes $v = f(t)$ avec δ comme paramètre : la courbe la plus haute correspond au solstice d'été, la plus basse au solstice d'hiver, l'axe des x à l'équinoxe. La direction du plan méridien d'un concentrateur cylindrique est une droite horizontale de cote appropriée. De même, deux horizontales espacées de l'angle ϑ_i représentent l'acceptance d'une huche solaire d'angle d'entrée ϑ_i. On peut alors se servir du graphe pour trouver le nombre d'heures d'utilisation d'une huche pointée selon un angle déterminé.

Les lignes en pointillés correspondent à $\vartheta_i = 30°$, soit $\mathcal{C} = 2$, le concentrateur étant pointé dans la direction du Soleil à midi, le jour de l'équinoxe. Dans ce cas, la durée d'utilisation, pour un concentrateur fixe est d'environ 6 heures au solstice et de presque 10 heures vers le 20 août. Le nombre d'heures de captation diminue quand la concentration augmente, passant, au solstice de 7 heures pour $\mathcal{C} = 10$, $\vartheta = 6°$ à 4,4 heures pour $\mathcal{C} = 28{,}6$, $\vartheta = 2°$. Le collecteur doit être incliné sur l'horizon d'un angle β. Si la hauteur du Soleil est h, il reçoit le rayonnement direct et diffus tant que l'angle γ représenté sur la fig. 39 est tel que :

$$\gamma = |\pi/2 - \beta - h| \leqslant \vartheta_i.$$

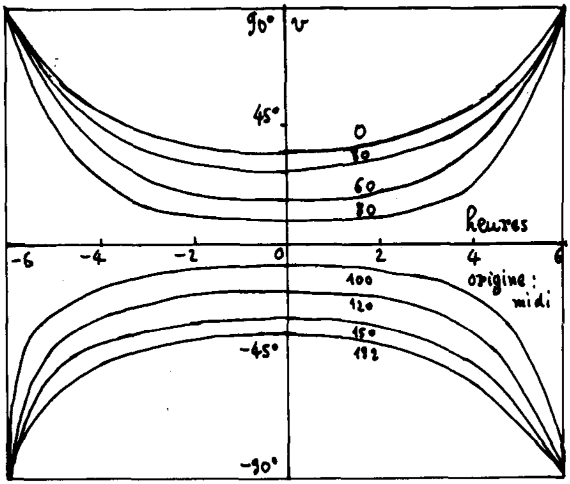

Fig. 38. — Variations de l'angle v à différentes époques de l'année. Les numéros des courbes représentent le temps, en jours, écoulé depuis le solstice d'été.

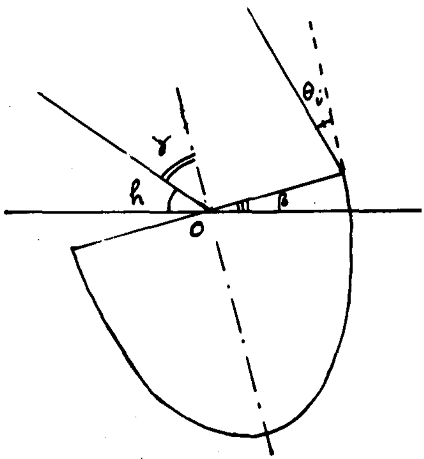

Fig. 39. — Positionnement d'un concentrateur parabolique composé.

Si $\gamma > \theta_i$, il ne reçoit plus que le rayonnement diffus sur une aire égale à celle du récepteur de largeur a'.

6.4.2. Applications pratiques des CPC.

Nous avons vu qu'un collecteur stationnaire d'angle d'acceptance suffisamment élevé pour être illuminé la plus grande partie de la journée tout au long de l'année avait un facteur de concentration faible, certes, mais suffisant pour certaines applications. De tels concentrateurs présentent de l'intérêt pour toutes les applications où la température ne dépasse pas 200°. Le Laboratoire National d'Argonne (U.S.A.) développe des collecteurs plans comportant une batterie de tubes, contenant le fluide caloporteur, isolés par des tubes de verre, sous vide, au fond d'une structure faite de réflecteurs métallisés, en forme de CPC tronqué (fig. 40). L'ensemble est recouvert par une vitre de protection. La surface extérieure du tube interne est recouverte d'une couche absorbante. De tels collecteurs se sont montrés plus efficaces que les capteurs plans habituels.

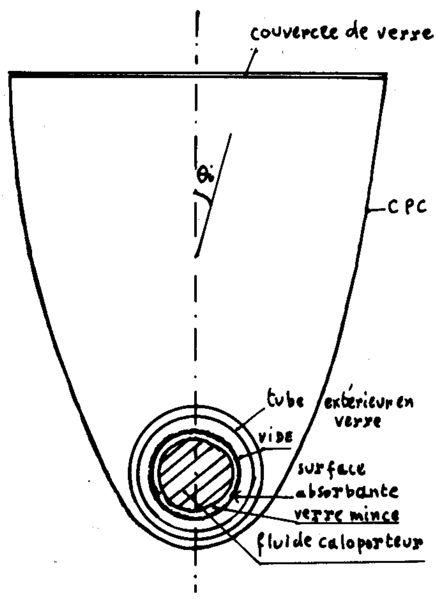

Fig. 40. — Tube caloporteur isolé par le vide au fond d'une huche solaire.

La fig. 41 montre la comparaison des performances de trois collecteurs : elle indique que c'est le concentrateur pour lequel $\mathcal{C} = 5$ qui est le meilleur à des températures supérieures à 200°. On est même arrivé à grouper les éléments de réception et de concentration en une structure unique, entièrement en verre, évitant les pertes par réflexion et absorption dues au double vitrage (fig. 42) ; on en fabrique actuellement des panneaux de 1 m × 1,5 m.

Une autre explication consiste à utiliser le CPC rempli de diélectrique (par exemple du métacrylate), comme concentrateur pour cellules photovoltaïques dont le rendement peut être amélioré par une concentration modérée du rayonnement solaire. L'acceptance angulaire est augmentée par l'existence d'un indice de réfraction supérieur à l'unité ainsi que nous l'avons vu au paragraphe 6.1.

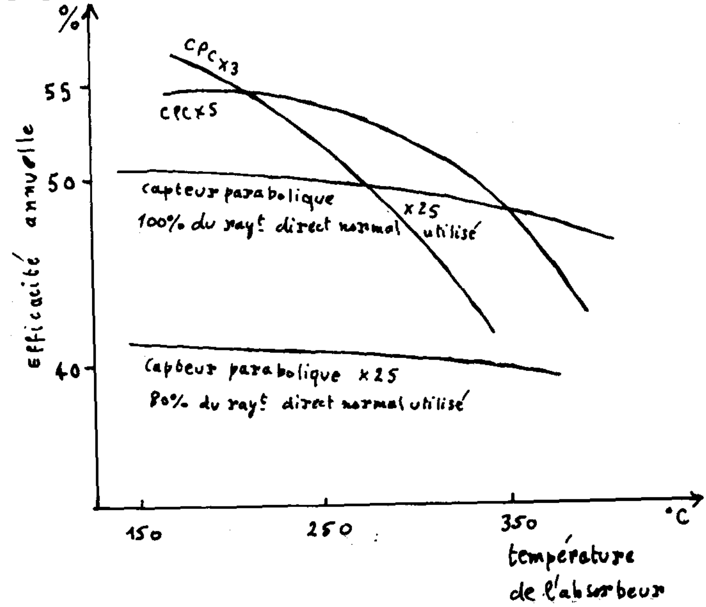

Fig. 41. — Energie annuelle calculée reçue par trois collecteurs en fonction de la température de sortie. Données climatiques d'Albuquerque (New-Mexico). Le concentrateur $\times$ 5 est le meilleur à température élevée.

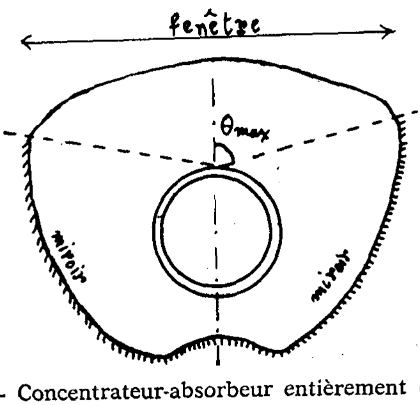

Fig. 42. — Concentrateur-absorbeur entièrement en verre.

Enfin, les CPC peuvent encore servir à concevoir des concentrateurs à facteur de concentration variable au cours de l'année acceptant beaucoup plus de rayonnement l'hiver que l'été. En dehors des applications purement solaires, ils peuvent encore être affectés à la concentration de radiations éparses comme le rayonnement CERENKOV où à la collecte de rayonnements infrarouges dont on sait que les détecteurs sont fortement influencés par le bruit de fond au-delà d'une longueur d'onde de quelques microns. On a intérêt, pour réduire le bruit de fond, à réduire les dimensions du détecteur, d'où la nécessité de concentrer le rayonnement (mesure du spectre de fond du rayonnement cosmique à des longueurs d'onde inférieures au millimètre).

CONCLUSION.

Cette longue étude, qui est loin d'être complète, nous aura permis de nous familiariser avec des montages de conception toute récente permettant une renaissance de l'Optique géométrique que l'on avait souvent tendance à considérer comme une science achevée, sauf découverte inattendue toujours possible, puisque les systèmes optiques usuels, tels que les objectifs de microscopes ou d'appareils photographiques ont atteint un degré de perfection qui ne semble pas susceptible d'être dépassé. Ainsi que cela a été fort souvent le cas, c'est la recherche appliquée la plus terre à terre (concentration de l'énergie) qui a poussé la recherche théorique à engendrer de nouveaux concepts qui, à leur tour, ont permis de construire de nouveaux systèmes dont l'étude complète a nécessité l'affinement de la théorie et ainsi de suite.

Il n'empêche qu'une fois de plus, ce sont les chercheurs américains qui ont innové dans un domaine qui fut longtemps l'apanage presque exclusif des Européens.

ANNEXE 1

DEMONSTRATION DU THEOREME DE LA CONSERVATION DE L'ETENDUE

Pour démontrer ce théorème, il faut introduire le chemin optique $[PP'] = \mathcal{L}(P') - \mathcal{L}(P)$ (fig. 1) le long du rayon réel PQ, QQ', Q'P', en général unique. La fonction :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(x, y, x', y', u, u', v, v', n, n')$$

est appelée *eikonal.* On sait que les surfaces d'onde sont les surfaces $\mathcal{L}$ = constante. Le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}\,\mathcal{L}$, étant perpendiculaire à la surface d'onde, est tangent au rayon lumineux. Sa mesure algébrique suivant le rayon est $\dfrac{d\mathcal{L}}{ds}$, s étant l'abscisse curviligne du point P de l'espace 1. D'après la définition même du chemin optique $\dfrac{d\mathcal{L}}{ds} = n$. En introduisant le vecteur unité $\vec{i} = \dfrac{\overrightarrow{dP}}{ds}$, on trouve la relation :

$$n\vec{i} = n\,\frac{\overrightarrow{dP}}{ds} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,\mathcal{L}.$$

De même, dans l'espace 2, $\vec{i'} = \dfrac{\overrightarrow{dP'}}{ds'}$, $n'\vec{i'} = n'\,\dfrac{\overrightarrow{dP'}}{ds'} = \overrightarrow{\text{grad}}\,\mathcal{L}$,

d'où les relations suivantes :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = -nu \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = -nv$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x'} = n'u' \qquad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y'} = n'v'$$

où u, v, u', v' sont respectivement les cosinus directeurs des rayons lumineux issus de P et P'.

Posons $nu = p$, $nv = q$, $n'u' = p'$, $n'v' = q'$, alors :

$$\begin{aligned}
dp &= -\mathcal{L}_{xx}\,dx - \mathcal{L}_{xy}\,dy - \mathcal{L}_{xx'}\,dx' - \mathcal{L}_{xy'}\,dy' \\
dq &= -\mathcal{L}_{yx}\,dx - \mathcal{L}_{yy}\,dy - \mathcal{L}_{yx'}\,dx' - \mathcal{L}_{yy'}\,dy' \\
dp' &= \mathcal{L}_{x'x}\,dx + \mathcal{L}_{x'y}\,dy + \mathcal{L}_{x'x'}\,dx' + \mathcal{L}_{x'y'}\,dy' \\
dq' &= \mathcal{L}_{y'x}\,dx + \mathcal{L}_{y'y}\,dy + \mathcal{L}_{y'x'}\,dx' + \mathcal{L}_{y'y'}\,dy'
\end{aligned} \qquad (1')$$

expressions où les notations indicielles représentent des dérivées partielles du second ordre. Ces équations peuvent se mettre sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_{xx'} & \mathcal{L}_{xy'} & 0 & 0 \\ \mathcal{L}_{yx'} & \mathcal{L}_{yy'} & 0 & 0 \\ \mathcal{L}_{x'x'} & \mathcal{L}_{x'y'} & -1 & 0 \\ \mathcal{L}_{y'x'} & \mathcal{L}_{y'y'} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx' \\ dy' \\ dp' \\ dq' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathcal{L}_{xx} & -\mathcal{L}_{xy} & -1 & 0 \\ -\mathcal{L}_{yx} & -\mathcal{L}_{yy} & 0 & -1 \\ -\mathcal{L}_{x'x} & -\mathcal{L}_{x'y} & 0 & 0 \\ -\mathcal{L}_{y'x} & -\mathcal{L}_{y'y} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dp \\ dq \end{bmatrix} \qquad (2')$$

Si l'on désigne respectivement par A et B les matrices, et les vecteurs colonnes par M et M', on obtient :

$$\mathrm{B\,M'} = \mathrm{A\,M}. \qquad (3')$$

Si l'on suppose la matrice B régulière, on peut multiplier les deux membres de l'équation (3') par B^{-1}, il vient :

$$\mathrm{M'} = \mathrm{B}^{-1}\,\mathrm{A\,M}. \qquad (4')$$

On pourrait développer l'équation matricielle; mais, outre que le calcul est long et pénible, cela n'aurait qu'un intérêt limité. En effet, par définition de la différentielle totale, on a :

$$dx' = \frac{\partial x'}{\partial x}\,dx + \frac{\partial x'}{\partial y}\,dy + \frac{\partial x'}{\partial p}\,dp + \frac{\partial x'}{\partial q}\,dq$$

et trois autres équations analogues pour dy', dp', dq' (18, 19).

La matrice $\mathrm{B}^{-1}\mathrm{A}$ n'est donc autre que :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial p} & \frac{\partial x'}{\partial q} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial p} & \frac{\partial y'}{\partial q} \\ \frac{\partial p'}{\partial x} & \frac{\partial p'}{\partial y} & \frac{\partial p'}{\partial p} & \frac{\partial p'}{\partial q} \\ \frac{\partial q'}{\partial x} & \frac{\partial q'}{\partial y} & \frac{\partial q'}{\partial p} & \frac{\partial q'}{\partial q} \end{bmatrix}$$

dont le déterminant est le jacobien (ou déterminant fonctionnel) du changement de variables transformant dx, dy, du, dv en dx', dy', du', dv'. On a ainsi :

$$dx'\,dy'\,dp'\,dq' = \frac{\partial\,(x', y', p', q')}{\partial\,(x, y, p, q)} \cdot dx\,dy\,dp\,dq.$$

Le déterminant de la matrice B vaut $\mathcal{L}_{xx'} \cdot \mathcal{L}_{yy'} - \mathcal{L}_{xy'} \cdot \mathcal{L}_{xy'}$ et celui de la matrice A : $\mathcal{L}_{x'x} \cdot \mathcal{L}_{y'y} - \mathcal{L}_{x'y} \cdot \mathcal{L}_{y'x}$. Puisque l'on a : $\mathcal{L}_{x'x} = \mathcal{L}_{xx'}$ et d'autres relations analogues, ces deux déterminants sont égaux. Par conséquent, celui de $B^{-1}A$ est égal à l'unité.

Donc : $$dx'\,dy'\,dp'\,dq' = dx\,dy\,dp\,dq,$$
ce qui démontre la conservation de l'étendue généralisée.

Remarque.

Une autre démonstration de la conservation de l'étendue peut être trouvée à partir du théorème de LIOUVILLE de la mécanique statistique (voir réf. [21]). Nous avons préféré donner une démonstration analytique plutôt que d'utiliser un théorème se rapportant à des objets statistiques, comme des bouffées de particules, dont la signification n'est pas toujours très claire.

ANNEXE 2

LE CONCENTRATEUR PARABOLIQUE COMPOSE TRONQUE

Si l'on se reporte à la fig. 33, on a : $r = \dfrac{2f}{1 - \cos\varphi} = \dfrac{f}{\sin^2 \varphi/2}$ avec $f = \dfrac{a'}{1 + \sin\vartheta_i}$. D'autre part, $ds^2 = dr^2 + r^2\, d\varphi^2$, d'où, $\dfrac{ds}{d\varphi} = \dfrac{f}{\sin^3 \varphi/2}$.

On intègre pour trouver l'arc, qui est proportionnel à la surface réflectrice pour le concentrateur 2 D. Il faut évaluer l'intégrale définie :

$$s = f \int \frac{d\varphi}{\sin^3 \varphi/2}.$$

Pour cela, on pose : $\cos u = \dfrac{1}{\sin \varphi/2}$, d'où :

$$s_T = -f \left\{ \frac{\cos \varphi/2}{\sin^2 \varphi/2} + \ln \operatorname{cotg} \varphi/4 \right\}_{\varphi_T}^{\vartheta_i + \pi/2}$$ et le rapport $\dfrac{s_T}{a_T}$.

Le rayon de l'ouverture est :

$$a_T = r \sin(\varphi - \vartheta_i) - a', \qquad L_T = r \cos(\varphi - \vartheta_i),$$

d'où : $\dfrac{L_T}{a_T}$.

Pour un concentrateur 3 D, l'élément d'aire du réflecteur est $dA = 2\pi\varrho\, ds$, où ϱ est le rayon vecteur du CPC au point courant. Comme $\varrho = r \sin(\varphi - \vartheta_i) - a'$, il vient :

$$dA = 2\pi \left\{ \frac{\varrho \sin(\varphi - \vartheta_i)}{\sin^2 \varphi/2} - a' \right\} \frac{f}{\sin^3 \varphi/2}\, d\varphi.$$

On pose encore : $\cos u = \dfrac{1}{\sin \varphi/2}$, d'où le rapport de la surface collectrice à l'aire de la surface d'ouverture :

$$\frac{A}{a^2} = \frac{2f}{a_T{}^2}\left[f \sin\vartheta_i \left\{ 3/4 \ln \operatorname{cotg} \varphi/4 + 1/2 \frac{\cos\varphi/2}{\sin^4\varphi/2} + \frac{3}{4}\,\frac{\cos\varphi/2}{\sin^2\varphi/2} \right\} \right.$$
$$\left. -\,(2f\sin\vartheta_i - a') \left\{ \ln\operatorname{cotg}\varphi/4 + \frac{\cos\varphi/2}{\sin^2\varphi/2} \right\} - \frac{4f\cos\vartheta_i}{3\sin^3\varphi/2} \right]_{\varphi_T}^{\vartheta_i + \pi/2}$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] G. BRUHAT. — *A. Kastler. Optique.* Masson. 1965.

[2] M. BRUHAT. — *Optique.* Masson. 1946.

[3] M. COTTE. — *Physique. Optique.* Editions scientifiques Claude Hernant. MPC.

[4] M. CURIE. — *Physique.* PCB, SPCN. P.U.F. 1962.

[5] J. DUHAMEL. — *Physique II. Optique.* Masson. 1964.

[6] DÉVORÉ et ANNEQUIN. — *Cours de physique. Optique II.* Vuibert. 1964.

[7] P. FLEURY et J.-P. MATHIEU. — *Images optiques.* Eyrolles. 1962.

[8] P. FLEURY et J.-P. MATHIEU. — *Lumière.* Eyrolles, éditeur. Paris. 1961.

[9] A. HADNI. — *Eléments d'optique. Optique géométrique.* Dunod. 1971.

[10] A. MOUSSA et P. PONSONNET. — *Physique 1. Optique.* Desvigne. Lyon.

[11] R. SUARDET. — *Optique.* J.-B. Baillière et fils, éditeurs. 1967.

[12] R. TATON. — *Bases de l'optique et principe des instruments.* Eyrolles. 1971.

[13] R. BERNARD, G. MENGUY, M. SCHWARTZ. — *Le rayonnement solaire, conversion thermique et applications.* Technique et Documentation. 1979.

[14] R. PEYTURAUX. — *L'énergie solaire.* P.U.F.

[15] C. RUHLA. — B.U.P. n° 586, juillet 1976.

[16] J.-P. BORGOGNO et P. ROCHE. — B.U.P. n° 610, janvier 1979.

[17] A. RABL, N.-B. GOODMAN and R. WINSTON. — *Solar Energy.* 1977.

[18] H. TABOR. — *Colloques internationaux du C.N.R.S.* Montlouis. 1958, p. 33. Edition du C.N.R.S.

[19] W.-T. WELFORD. — *Optics.* Oxford University Press. 1976.

[20] BORN et WOLF. — *Principles of Optics.* Second Edition revised. Pergamon Press. 1964.

[21] L. LANDAU et E. LIFCHITZ. — *Mécanique.* Editions de la Paix. Moscou.

[22] H. HINTENBERGER and R. WINSTON. — *Review of Scientific Instruments.* 37, 1094. 1966.

[23] V.-K. BARANOV and G.-K. MELNIKOV. — *Sov. J. Opt. Tech.* 33, 408. 1966.

[24] R. WINSTON. — *Solar concentrators of a novel design. Solar Energy.* 16, 89. 1974.

[25] R. WINSTON. — *Light collection within the framework of geometrical optics.* J.O.S.A. 60, 245. 1970.