Détermination de la distance focale d'un système centré épais convergent à l'aide de la méthode de Bessel. Comparaison avec la méthode de Cornu

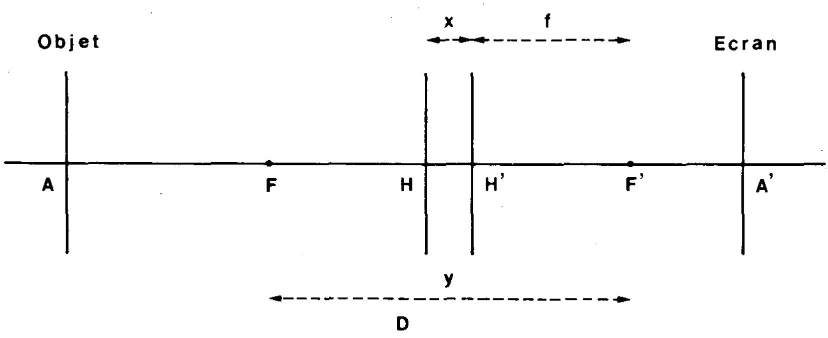
par G. GAGNAIRE,
Université de Saint-Etienne, U.E.R. de Sciences
23, rue du Docteur Paul-Michelon,
42023 Saint-Etienne Cedex.

La méthode de BESSEL (a) est utilisée pour déterminer la distance focale d'une lentille mince convergente. Dans ce cas, la distance entre les plans principaux (H) et (H') ou interstice est peu différent du tiers de l'épaisseur de la lentille lorsque l'indice de celle-ci est voisin de 1,5. Nous pouvons le négliger car il est faible devant les incertitudes de mesures. Dans le cas d'un système centré épais, il est impossible de faire une telle approximation. Nous devons donc déterminer deux inconnues : l'interstice et la distance focale du système centré.

FORMULATION DU PROBLEME.

Dans ce qui suit, A désigne l'objet, A' l'image de cet objet dans le système centré, f la distance focale image, x l'interstice, y la distance FF' et D la distance AA'.

Nous avons (cf. figure) :



$$\overline{AF} + y + \overline{F'A'} = D$$

avec $\overline{AF} \cdot \overline{F'A'} = f^2$ (formule de NEWTON).

Ces deux expressions peuvent se réécrire sous la forme :

$$\overline{AF}^2 - (f - y)\,\overline{AF} + F^2 = 0.$$

Cette équation possède deux solutions si $D > y + 2f$ soit $D > 4f + x$. Autrement dit, si cette condition est réalisée, il existe deux positions 1 et 2 du système centré qui donnent de l'objet une image nette sur l'écran.

Nous avons :

$$\overline{AF_1} = \frac{D - y - \sqrt{(D-y)^2 - 4f^2}}{2} \ldots$$

$$\ldots \text{et} \quad \overline{AF_2} = \frac{D - y + \sqrt{(D-y)^2 - 4f^2}}{2}.$$

La distance $d = \overline{F_1F_2}$ entre les deux positions du système vérifie la relation :

$$d^2 = (D - y)^2 - 4f^2. \qquad \text{(A)}$$

Pour déterminer y, il est nécessaire de connaître plusieurs couples de valeurs (D, d). A l'aide de la méthode des moindres carrés, on détermine en fonction de y et compte tenu des incertitudes de mesures, les coefficients $a(y)$, $b(y)$ et leurs incertitudes $\Delta a(y)$ et $\Delta b(y)$ tels que :

$$d^2 = a(y)(D - y)^2 + b(y).$$

Les valeurs de y qui doivent être retenues sont telles que l'intervalle $[a(y) - \Delta a(y),\ a(y) + \Delta a(y)]$ contienne la valeur 1 (relation A). Le coefficient $b(y)$ permet de déduire la distance focale puis l'interstice du système centré.

REALISATION EXPERIMENTALE.

Le dispositif expérimental comprend :

— un banc optique gradué en mm, 3 cavaliers et 2 tiges support,

— une lampe à vapeur de sodium,

— un viseur (corps de microscope équipé d'un oculaire $\times$ 10 et d'un objectif $\times$ 2,5 analogue à celui utilisé pour la méthode de CORNU). Un réglage fin permet d'effectuer et d'apprécier de très faibles déplacements de ce viseur,

— un micromètre objectif (2 mm divisés en 200 parties) qui sert d'objet.

L'utilisation d'un viseur permet d'augmenter la précision sur chaque valeur de D et *d*.

On vise tout d'abord directement le micromètre objectif (incertitude sur la visée égale à 0,1 mm) et on déplace ensuite le viseur sur le banc. La distance D représente le déplacement de celui-ci. Le réglage fin nous permet, dans les deux positions du viseur, de faire correspondre l'index de son cavalier support avec une division du banc (l'incertitude sur le repérage est égale à 0,1 mm). L'incertitude sur D est alors égale à 0,3 mm. Le système centré est ensuite placé sur le banc. Chacune de ses positions qui donne de l'objet une image nette dans le viseur est repérée avec une incertitude de 0,25 à 0,5 mm. L'incertitude sur *d* est alors de 0,5 à 1 mm.

Remarque.

Ce mode opératoire peut évidemment être adopté lors de l'étude d'une lentille mince. Il est alors nécessaire de tenir compte de l'épaisseur *e* de celle-ci. La distance focale est donné par :

$$f = \frac{D'^2 - d^2}{4\,D'^2} \quad \text{avec} \quad D' \simeq D - \frac{e}{3}.$$

Dans le tableau ci-après sont rassemblés les résultats obtenus pour un système centré constitué de deux lentilles accolées.

Numéro de l'expérience	D(mm)	d(mm)
1	350.0 ± 0.3	212 ± 0.5
2	340.0 ± 0.3	200.7 ± 0.7
3	330.0 ± 0.3	189.0 ± 0.7
4	320.0 ± 0.3	177.5 ± 1
5	310.0 ± 0.3	165.7 ± 0.7
6	300.0 ± 0.3	153.5 ± 0.5
7	290.0 ± 0.3	141.5 ± 0.7
8	280.0 ± 0.3	128.7 ± 0.7
9	270.0 ± 0.3	115.2 ± 0.5
10	260.0 ± 0.3	101.5 ± 1
11	250.0 ± 0.3	86.2 ± 1
12	240.0 ± 0.3	69 ± 1
13	230.0 ± 0.3	49.0 ± 0.7

On peut déterminer l'ordre de grandeur de y en considérant deux expériences i et j. De la relation (A), on déduit :

$$2y \simeq 2y_{ij} = D_i + D_j - \frac{d_i^2 - d_j^2}{D_i - D_j}.$$

Par exemple $y_{16} = 111.2$ mm.

On détermine ensuite les coefficients $a(y)$, $b(y)$, $\Delta a(y)$, $\Delta b(y)$ à l'aide de la méthode des moindres carrés pondérés (b).

Les résultats sont les suivants :

y (mm)	a(y)	Δa(y)	b(y) (mm^2)	Δb(y) (mm^2)
111	0.989	0.006	- 11 654.1	170.7
112	0.994	0.006	- 11 493.1	169.9
114	1.006	0.006	- 11 171.2	168.1
115	1.012	0.006	- 11 010.4	167.2

Le tableau précédent montre que les valeurs de y comprises entre 112 et 114 mm doivent être retenues ; donc :

$$y = 113 \pm 1 \text{ mm.}$$

Remarque.

Nous constatons que l'incertitude sur a ne dépend pas de y. D'autre part, la relation entre $a(y)$ et y est pratiquement linéaire. Ceci permet d'éviter de longs tâtonnements dans la recherche des valeurs correctes de y.

Les valeurs extrêmales de la distance focale sont calculées à partir des coefficients $b(112)$ et $b(114)$. Nous obtenons :

$$f = 53.3 \pm 0.4 \text{ mm.}$$

La valeur de l'interstice se déduit de la relation :

$$x = y - 2f$$

soit : $$x = 6.4 \pm 1.8 \text{ mm.}$$

Avec le même matériel nous obtenons, pour le même système centré, en utilisant la méthode de Cornu (a) :

$$f = 54.0 \pm 1.4 \text{ mm}$$
$$x = 4.5 \pm 5 \text{ mm.}$$

COMPARAISON DE LA METHODE DE BESSEL ET DE LA METHODE DE CORNU.

■ Méthode de CORNU (a).

Il est nécessaire de disposer d'un objet à l'infini. Ceci est réalisé, soit par la méthode d'autocollimation, soit à l'aide d'une lunette réglée sur l'infini. Dans les deux cas, le réglage n'est pas parfait et la distance focale obtenue est entachée d'une certaine erreur systématique.

Le positionnement de plans principaux par rapport au système centré et la détermination de l'interstice nécessitent la détermination de l'épaisseur de celui-ci. Cette mesure précise à l'aide d'un palmer ou d'un pied à coulisse est parfois impossible à cause de la monture mécanique du système ou déconseillée dans le cas où les lentilles ont reçu un traitement antireflet.

■ Méthode de BESSEL.

Les mesures et les calculs sont longs. Les résultats sont cependant plus précis et exempts d'erreur systématique. En contrepartie, elle ne permet pas de positionner directement les faces du système par rapport à ses éléments cardinaux. On peut néanmoins l'utiliser quelle que soit la monture mécanique du système centré étudié.

REFERENCES

(*a*) BERTY, ESCAUT, MARCHAND, MARTIN, OUSTRY. — *Physique pratique* - Tome 3 - Optique - Vuibert, 1974.

(*b*) On minimise par rapport à a et b ($y = ax + b$) la somme : $\sum_i \omega_i (y_i - ax_i - b)^2$ où les ω_i sont les poids statistiques des points expérimentaux.

Lorsque seules les valeurs de y_i sont entachées d'incertitude, Δa et Δb sont données par :

$$\Delta a = \left[\sum_i \omega_i \Big/ \left(\sum_i \omega_i \sum_i \omega_i x_i^2 - (\sum_i \omega_i x_i)^2 \right) \right]^{1/2}$$

$$\Delta b = \left[\sum_i \omega_i x_i^2 \Big/ \left(\sum_i \omega_i \cdot \sum_i \omega_i x_i^2 - (\sum_i \omega_i x_i)^2 \right) \right]^{1/2}$$

avec $\omega_i = \dfrac{1}{(\Delta y_i)^2}$.

Lorsqu'il existe une incertitude sur les valeurs de y_i et x_i, on peut généraliser les formules précédentes en prenant :

$\omega_i = \dfrac{1}{(\Delta y_i + \tilde{a}\,\Delta x_i)^2}$ où $\tilde{a}$ est une estimation du coefficient a.