

A la recherche du temps perdu

par P. JEAN,
Lycée Thiers, Marseille.

*En hommage à Maître Jean LANGLAIS, titulaire
de l'orgue de Sainte-Clotilde - Paris.*

Le Monde qui nous entoure est-il immuable ou changeant ? A voir les enfants naître, les roses éclore et les vieillards mourir, on pourrait penser à un perpétuel changement. A voir les constellations toujours briller dans le ciel, on pourrait penser à une profonde pérennité. Qu'avons-nous à faire là-dedans, nous, physiciens ? Eh bien, c'est extrêmement simple. Nous avons à rechercher ce qui, sous des apparences changeantes, est immuable dans notre Monde : il s'agit donc d'analyser des lois de conservation ; il s'agit ensuite d'appréhender ce qui change et d'analyser des lois d'évolution.

Les lois de conservation seront celles de certaines grandeurs physiques telles que : la distance entre deux points d'un solide, la charge électrique, le nombre de particules, l'énergie. La nécessité d'introduire ces grandeurs s'est imposée au cours de l'Histoire à EUCLIDE, à COULOMB, à LAVOISIER, à JOULE et chaque nouveau chapitre de la physique correspond à l'introduction d'une nouvelle grandeur dont l'existence était rendue nécessaire pour expliquer de nouveaux phénomènes observés. Ces grandeurs seront appelées d'une façon générale « grandeurs extensives » ou « paramètres d'échange » et elles obéissent à la loi suivante : lorsque, dans l'Univers, un système S_1 gagne une quantité dX_1 d'une grandeur extensive donnée X , alors un autre système S_2 (ou plusieurs autres systèmes S_i) gagne une quantité dX_2 de cette même grandeur, de telle sorte que :

$$dX_1 + dX_2 = 0 \quad (\text{plus précisément} \quad \sum_i dX_i = 0).$$

Toutes ces lois de conservation et, en particulier, celle de l'énergie (« il y a quelque chose qui demeure constant », écrivait POINCARÉ dans « la Science et l'Hypothèse », p. 158) forment un des principes fondamentaux de la Physique qu'on désigne parfois sous le nom de Premier Principe (de la Thermodynamique en ce qui concerne l'énergie).

Mais quand on dit « demeure constant », cela signifie implicitement qu'on se réfère à une variable en fonction de laquelle ces grandeurs pourraient varier. Apparaît ainsi le rôle de la variable « temps ». Il faudrait préciser en effet « si durant un intervalle « de temps (une durée), dt le système S_1 gagne la quantité dX_1 « de la grandeur X , alors durant ce même intervalle de temps, « le système S_2 gagne la quantité dX_2 de cette même grandeur, « de telle sorte que $dX_1 + dX_2 = 0$ ». Et, comme la notion de simultanéité est éminemment suspecte dans le cadre de la relativité d'EINSTEIN, tout le discours qui va suivre se situera dans celui de la relativité de NEWTON. (Et pourtant, une quantité non négligeable de grandeurs obéissent aussi à des lois de conservation en relativité d'EINSTEIN : la charge, les composantes du quadri-vecteur Impulsion - Energie...).

Quant à la loi d'évolution, elle se traduit bien entendu par ce qu'on désigne habituellement sous le vocable de « second principe de la thermodynamique ». C'est dans l'exposé de ce second principe qu'intervient la notion d'Entropie, grandeur qui n'est pas plus mystérieuse que les autres mais qu'il faut faire intervenir pour expliquer les phénomènes physiques observables. Mais ici, contrairement à ce qui se passe pour le premier principe, on doit postuler que l'Entropie n'est pas, en général, une grandeur qui se conserve et plus précisément le second principe postule qu'il existe en toute région de l'espace une « source d'Entropie » qui se manifeste lorsque l'évolution du système se fait d'une façon irréversible, c'est-à-dire d'une façon telle que pour ces transformations, le temps apparaisse comme une variable anisotrope. Bien entendu, ici aussi, le temps n'apparaît pas, le plus souvent, implicitement et la plupart des traités de Thermodynamique ont été écrits sans que le paramètre « t » n'y figure. Est-ce l'une des raisons pour lesquelles la thermodynamique passe, aux yeux des étudiants, pour être une science difficile ?

Je ne prétends pas, dans les quelques lignes qui suivent, résoudre LE problème mais seulement exposer quelques réflexions, faire quelques calculs où le temps intervenant explicitement aidera, un instant peut-être, le lecteur à mieux comprendre pour mieux expliquer ensuite. Je ne serai ni complet, ni rigoureux, je sème quelques idées que d'autres cultiveront.

Première partie : RECHERCHE DES CONDITIONS D'EQUILIBRE DE QUELQUES SYSTEMES.

Nous allons, sur quelques exemples, montrer comment, à partir des deux principes fondamentaux exposés précédemment, on peut prévoir les états d'équilibre pour des systèmes physiques composés de deux sous-systèmes, pouvant échanger entre eux une variable X . Nous verrons que pour ce faire, nous serons amenés

à introduire de nouvelles grandeurs que nous désignerons par le terme général de « variable intensive entropique ». Les conditions d'équilibre auxquelles nous aboutirons porteront alors sur ces « variables intensives entropiques » et il sera nécessaire, pour connaître les valeurs des grandeurs extensives (paramètres d'échange) à l'équilibre, de se donner de plus une « équation d'état » reliant ces grandeurs les unes aux autres.

1.1. Echange d'énergie entre deux sous-systèmes.

On considère deux récipients de volumes invariables contenant chacun d'eux un fluide dont les énergies sont respectivement U_1 et U_2 . L'ensemble étant énergétiquement isolé de l'extérieur. Les deux récipients peuvent échanger entre eux de l'énergie qui sera donc, ici, le « paramètre d'échange » du système et on aura :

$$dU_1 + dU_2 = 0.$$

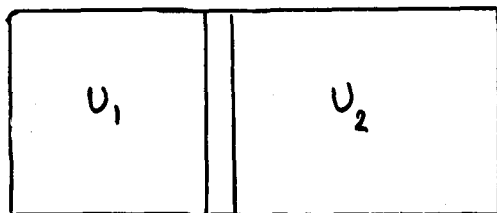


Fig. 1

L'entropie S du système est la somme des entropies S_1 et S_2 des sous-systèmes : lorsque l'équilibre est réalisé, cette entropie est maximale pour toute variation dU_1 et dU_2 compatible avec la relation d'échange posée précédemment. Soit :

$$dS = \left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{v_1} dU_1 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{v_2} dU_2 = dS_1 + dS_2 = 0.$$

Compte tenu de la relation d'échange, ceci donne :

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{v_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{v_2}$$

On pose alors, par définition de la température, pour un système quelconque :

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_v$$

L'équilibre est réalisé pour :

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}.$$

Si le système est hors d'équilibre, il évoluera vers l'état d'équilibre par échange d'énergie entre les deux sous-systèmes. Cet échange se fera de telle sorte que l'entropie du système croisse. Il sera donc tel que : $dS > 0$.

Comme :

$$dS = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{1}{T_2} dU_2 = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) dU_1$$

si $T_1 < T_2$, $\frac{1}{T_1} > \frac{1}{T_2}$ et pour que dS soit positif, il faut que $dU_1 > 0$.

Le sous-système dont la température initiale est la plus basse reçoit de l'énergie lors de la réalisation de l'équilibre.

Si nous voulons maintenant connaître les énergies U_{1f} et U_{2f} lorsque l'équilibre est réalisé, il faut se donner une « équation d'état » reliant énergie et température. En prenant l'équation d'état très simple :

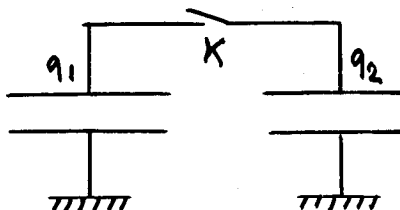
$$U = mcT,$$

nous aurons, U_o désignant l'énergie totale du système,

$$U_{1f} = \frac{m_1 c_1}{m_1 c_1 + m_2 c_2} U_o \quad U_{2f} = \frac{m_2 c_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} U_o.$$

1.2. Echange de charges entre deux condensateurs.

Réalisons le montage ci-après où les deux condensateurs portent respectivement sur leurs armatures supérieures les charges q_1 et q_2 . Ces deux armatures sont ensuite reliées l'une



à l'autre de telle sorte que l'ensemble étant électriquement isolé, la charge totale se conserve. La charge est donc un paramètre d'échange entre les deux sous-systèmes et on écrira :

$$dq_1 + dq_2 = 0$$

ou encore :

$$q_1 + q_2 = q_0.$$

On admettra aussi que l'ensemble est énergétiquement isolé, de telle sorte que :

$$dU_1 + dU_2 = 0 \quad \text{ou encore} \quad U_1 + U_2 = U_0.$$

L'entropie du système, somme des entropies des deux sous-systèmes, sera ici fonction des énergies et des charges. Lors de l'évolution du système, on écrira :

$$dS = \left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{q_1} dU_1 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{q_2} dU_2 + \left(\frac{\partial S_1}{\partial q_1} \right)_{U_1} dq_1 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial q_2} \right)_{U_2} dq_2.$$

Compte tenu des équations d'échange, on écrit :

$$dS = \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{q_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{q_2} \right] dU_1 + \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial q_1} \right)_{U_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial q_2} \right)_{U_2} \right] dq_1.$$

Posons encore :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_q = \frac{1}{T}$$

et de plus :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)_U = -\frac{e}{T}.$$

Le paramètre « e » est appelé le potentiel de l'armature supérieure du condensateur.

Les conditions d'équilibre du système s'écrivent ($dS = 0$) :

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \quad \frac{e_1}{T_1} = \frac{e_2}{T_2}.$$

Lorsque le système n'est pas dans son état d'équilibre, il évoluera de telle sorte que l'entropie croisse. Ecrivons alors :

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) dU_1 - \left(\frac{e_1}{T_1} - \frac{e_2}{T_2} \right) dq_1.$$

Pour simplifier le problème, nous allons supposer que la transformation se fait de telle sorte qu'à chaque instant, et en particulier à l'instant initial, les deux températures T_1 et T_2 soient les mêmes (ce qui ne veut pas dire qu'elles soient constantes).

L'évolution se faisant de telle sorte que $dS > 0$, on aura :

Si $e_1 < e_2$ $dq_1 > 0$: l'armature dont le potentiel initial est le plus faible recevra de la charge électrique lors de la réalisation de l'équilibre.

Si nous voulons maintenant connaître les charges q_{1f} et q_{2f} lorsque l'équilibre est réalisé, il faut se donner une « équation d'état » reliant charge et potentiel. En prenant l'équation d'état très simple :

$$q = C e \quad C : \text{capacité du condensateur,}$$

nous aurons :

$$q_{1f} + q_{2f} = q_0 \quad \text{et} \quad \frac{q_{1f}}{C_1} = \frac{q_{2f}}{C_2}$$

d'où :

$$q_{1f} = q_0 \frac{C_1}{C_1 + C_2} \quad q_{2f} = q_0 \frac{C_2}{C_1 + C_2}.$$

Nous n'avons rien dit au sujet de la variation possible des capacités avec la température. Si C_1 et C_2 varient avec T , les valeurs à faire intervenir dans le calcul de q_{1f} et q_{2f} sont, bien entendu, les valeurs pour la température finale T_f du système.

Nous dirons alors qu'il y a *couplage* entre les phénomènes électriques et énergétiques.

Mais, même en l'absence de ce couplage, nous allons montrer que le processus envisagé s'accompagne d'un transfert d'énergie du sous-système (1) vers le sous-système (2). Pour cela, il nous suffit de montrer que l'énergie U varie avec la charge q . Nous avons en effet pour l'un ou l'autre des sous-systèmes :

$$dS = \frac{1}{T} dU - \frac{e}{T} dq.$$

Introduisons la fonction :

$$\Phi = S - \frac{U}{T},$$

nous avons :

$$d\Phi = \frac{1}{T} dU - \frac{e}{T} dq - \frac{1}{T} dU + \frac{U}{T^2} dT = \frac{U}{T^2} dT - \frac{e}{T} dq,$$

d'où :

$$\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial q} \right)_T = - \frac{1}{T} \left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_q + \frac{e}{T^2}$$

et si $\left(\frac{\partial e}{\partial T} \right)_q = 0$ (absence de couplage), il vient $\left(\frac{\partial U}{\partial q} \right)_T = e$.

Alors, dans la mesure où l'équation d'état est valable $e = \frac{q}{C}$ et on obtient :

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + U(T).$$

Prenons alors pour $U(T)$ une expression simple du genre $U = m c T$ (cf. 1.1.) et cherchons la variation de température consécutive au processus envisagé. Nous aurons :

$$\begin{aligned} U_0 &= (m_1 c_1 + m_2 c_2) T_0 + \frac{1}{2} \frac{q_{1i}^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_{2i}^2}{C_2} \\ &= (m_1 c_1 + m_2 c_2) T_f + \frac{1}{2} q_0^2 \frac{C_1}{(C_1 + C_2)^2} + \frac{1}{2} q_0^2 \frac{C_2}{(C_1 + C_2)^2} \end{aligned}$$

et, en remplaçant q_0 par $q_{1i} + q_{2i}$, on obtient :

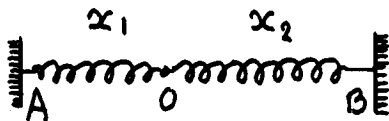
(avec : $\mu = m_1 c_1 + m_2 c_2$) :

$$\mu T_f = \mu T_0 + \frac{1}{2} \frac{(C_2 q_{1i} - C_1 q_{2i})^2}{C_1 C_2 (C_1 + C_2)}.$$

La température du système a augmenté. On exprime parfois ce phénomène en disant que « l'énergie électrique s'est transformée en chaleur ».

1.3. Echange de longueur entre deux ressorts.

Envisageons maintenant le dispositif ci-après avec deux res-



sorts de longueur x_{1i} et x_{2i} . Les points A et B appartiennent au même solide, leur distance est constante : la variable d'échange dans ce dispositif est x et on écrira :

$$x_1 + x_2 = X_0$$

ou encore :

$$dx_1 + dx_2 = 0.$$

L'énergie est encore une variable d'échange : $dU_1 + dU_2 = 0$.

On écrira, comme dans le cas précédent :

$$dS = \left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{x_1} dU_1 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{x_2} dU_2 + \left(\frac{\partial S_1}{\partial x_1} \right)_{U_1} dx_1 + \left(\frac{\partial S_2}{\partial x_2} \right)_{U_2} dx_2$$

puis :

$$dS = \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{x_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{x_2} \right] dU_1 + \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial x_1} \right)_{U_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial x_2} \right)_{U_2} \right] dx_1.$$

On pose de nouveau :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_x = \frac{1}{T}$$

et de plus :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_U = - \frac{F}{T}.$$

Le paramètre F est appelé « tension » du ressort.

Les conditions d'équilibre du système s'écrivent ($dS = 0$) :

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \quad \text{et} \quad \frac{F_1}{T_1} = \frac{F_2}{T_2}.$$

Lorsque le système n'est pas en son état d'équilibre, il évoluera de telle sorte que l'entropie croisse. Ecrivons alors :

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) dU_1 - \left(\frac{F_1}{T_1} - \frac{F_2}{T_2} \right) dx_1.$$

Pour simplifier, nous allons supposer que la transformation se fait de telle sorte qu'à chaque instant, et en particulier à l'instant initial, les deux températures T_1 et T_2 soient les mêmes (mais ne resteront pas nécessairement constantes).

L'évolution se faisant de telle sorte que $dS > 0$, on aura :

Si $F_1 < F_2$, alors $dx_1 > 0$: le ressort dont la « tension » initiale est la plus faible est celui qui va s'allonger lors de la réalisation de l'équilibre. On notera que cette tension peut être positive ou négative ; positive si le ressort est étiré, négative s'il est comprimé.

Si nous voulons maintenant connaître les longueurs x_{1f} et x_{2f} lorsque l'équilibre est réalisé, il faut se donner une « équation d'état » reliant tension et longueur.

En prenant comme équation d'état :

$F = K(x - l)$; K raideur du ressort, l longueur naturelle et, en posant pour plus de commodité $\xi = x - l$ (allongement du ressort), on obtient :

$$\xi_{1f} + \xi_{2f} = \xi_0 \quad \text{et} \quad K_1 \xi_{1f} = K_2 \xi_{2f}$$

d'où :

$$\xi_{1f} = \xi_0 \frac{K_2}{K_1 + K_2} \quad \xi_{2f} = \xi_0 \frac{K_1}{K_1 + K_2}.$$

Ici encore, nous n'avons rien dit au sujet de la variation possible des raideurs avec la température. Il y aura encore « couplage » entre les phénomènes mécaniques et énergétiques si K_1 et K_2 varient avec T .

Mais on montrerait, comme dans le cas précédent, que même en l'absence de ce couplage, le processus envisagé s'accompagne d'un transfert d'énergie d'un sous-système à l'autre. Il suffira de montrer comment l'énergie U varie avec l'allongement ξ . Pour cela, on écrira :

$$dS = \frac{1}{T} dU - \frac{F}{T} d\xi \quad (d\xi = dx).$$

On construit la fonction :

$$\Phi = S - \frac{U}{T}$$

dont la différentielle est :

$$d\Phi = \frac{U}{T^2} dT - \frac{F}{T} d\xi$$

d'où :

$$\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_T = - \frac{1}{T} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_\xi + \frac{F}{T^2}$$

et en l'absence de couplage $\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_\xi = 0$ il vient $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi} \right)_T = F$.

Alors dans la mesure où l'équation d'état est valable, $F = K\xi$, et on obtient :

$$U = \frac{1}{2} K\xi^2 + U(T).$$

L'hypothèse selon laquelle l'énergie totale est constante, permet alors de déterminer la variation de température du système. On suppose toujours que :

$$U(T) = \mu T$$

et on aboutit à :

$$\mu T_f = \mu T_0 + \frac{1}{2} \frac{(K_1 \xi_{1i} - K_2 \xi_{2i})^2}{K_1 + K_2}.$$

La température du système a augmenté. On exprime encore parfois ce résultat en disant que « l'énergie mécanique s'est transformée en chaleur ».

1.4. Conclusion.

Dans les trois exemples (très simples) que nous avons donnés précédemment, nous avons montré que l'équilibre des systèmes étudiés est réalisé lorsque, dans les deux sous-systèmes envisagés, les « paramètres intensifs entropiques » $\frac{1}{T}$, $-\frac{e}{T}$

ou $-\frac{F}{T}$ étaient égaux. Nous noterons (cf. Appendice I), que dans

certains cas, la définition de la variable d'échange entre les deux sous-systèmes est moins directe que dans les cas envisagés précédemment. De toute façon, rien n'a encore été dit sur la façon dont on atteint cet état d'équilibre à partir d'un état donné. Il y a, certes, un état initial et un état final et les instants t_i et t_f où ils sont définis sont tels que $t_f > t_i$ mais la variable t n'intervient pas explicitement dans les calculs parce qu'on ne s'intéresse pas aux états intermédiaires, parce que peu nous importe que la transformation se fasse rapidement ou lentement : le temps ne fait rien à l'affaire.

Deuxième partie : L'EVOLUTION EN FONCTION DU TEMPS DE SYSTEMES PHYSIQUES.

Il nous faut maintenant répondre à la question suivante : un système physique donné (l'un des trois systèmes que nous avons étudiés précédemment, par exemple) se trouve à un instant qu'on prendra comme origine ($t = 0$) dans un état qui n'est pas un état d'équilibre. Il va évoluer pour y parvenir. Peut-on prévoir la loi permettant de déterminer à chaque instant la valeur d'un des paramètres Y qui le caractérise. Rien de ce qui a été dit jusqu'ici ne permet de répondre à la question ; il faut donc faire des hypothèses supplémentaires qui ne sont pas du ressort des deux principes exposés jusqu'ici.

2.1. Loi de Fourier ; transmission de l'énergie.

Il nous faut écrire une équation dans laquelle le temps intervienne explicitement. Nous supposons que les deux récipients qui échangent entre eux de l'énergie sont séparés l'un de l'autre par une paroi diatherme (ou mieux diaénergétique) et nous admettons la loi de FOURIER :

$$dU_1 = -K(T_1 - T_2) dt.$$

L'énergie reçue par le sous-système (1) pendant la durée dt est proportionnelle à la différence des températures des deux sous-systèmes. Et si on veut que le transfert d'énergie se fasse, pour $T_1 < T_2$, de telle sorte que U_1 croisse, il est nécessaire que :

$$K > 0.$$

Alors, compte tenu des équations d'état :

$$U_1 = m_1 c_1 T_1 \quad \text{et} \quad U_2 = m_2 c_2 T_2,$$

il vient :

$$dU_1 = -K \left(\frac{U_1}{m_1 c_1} - \frac{U_2}{m_2 c_2} \right) dt.$$

On élimine U_2 par la relation d'échange $U_1 + U_2 = U_0$; il reste une équation qui ne contient plus que U_1 et qu'il suffit d'intégrer. Il vient alors :

$$U_1(t) = U_1(f) + [U_1(i) - U_1(f)] e^{-\lambda t}$$

avec $\lambda = K \left(\frac{1}{m_1 c_1} + \frac{1}{m_2 c_2} \right)$ et où $U_1(i)$ et $U_1(f)$ désignent respectivement les valeurs de l'énergie U_1 à l'instant initial et à l'instant final (cette dernière valeur a été calculée en 1.1.).

La loi de variation de U_1 est donc une loi exponentielle et l'équilibre sera atteint plus ou moins rapidement selon la valeur de la constante de temps du système (inverse de λ).

2.2. Loi d'Ohm ; transmission des charges.

Le raisonnement est strictement le même que dans le cas précédent : on devra ici tenir compte de la « résistance électrique » de la connexion reliant les deux armatures qui échangent les charges et nous admettrons la loi d'OHM :

$$dq_1 = -\frac{1}{R} (e_1 - e_2) dt.$$

La charge reçue par le conducteur (1) pendant la durée dt est proportionnelle à la différence des potentiels des deux conducteurs. Et si on veut que le transfert de charge se fasse, pour $e_1 < e_2$, de telle sorte que q_1 croisse, il est nécessaire que :

$$R > 0.$$

Alors, compte tenu des équations d'état, :

$$q_1 = C_1 e_1 \quad \text{et} \quad q_2 = C_2 e_2,$$

il vient :

$$dq_1 = -\frac{1}{R} \left(\frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \right) dt.$$

On élimine q_2 par la relation d'échange $q_1 + q_2 = q_0$; il reste une équation qui ne contient plus que q_1 et qu'il est facile d'intégrer.

On trouve :

$$q_1(t) = q_1(f) + [q_1(i) - q_1(f)] e^{-\lambda t}$$

avec $\lambda = \frac{1}{R C_1} + \frac{1}{R C_2}$ où $q_1(i)$ et $q_1(f)$ sont les charges initiales et finales du conducteur (1); $q_1(f)$ a été calculé précédemment (1.2.).

La loi de variation de q_1 est encore une loi exponentielle. Il y a analogie parfaite entre les deux phénomènes.

2.3. Principe fondamental de la dynamique.

Dans le cas des deux ressorts, nous écrirons l'équation d'évolution du système en appliquant le principe fondamental de la dynamique : pour cela, nous supposons qu'au point d'attache des deux ressorts est placée une masse M . Alors :

$$M \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -F_1 + F_2.$$

(Il y a des conventions de signes à respecter que nous n'explicitons pas ici.)

Les équations d'état s'écrivent :

$$F_1 = K_1(x_1 - l_1) \quad \text{et} \quad F_2 = K_2(x_2 - l_2)$$

et l'équation différentielle devient :

$$M \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -K_1(x_1 - l_1) + K_2(x_2 - l_2)$$

soit, compte tenu de la relation d'échange $x_1 + x_2 = x_0$:

$$M \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (K_1 + K_2) x_1 = K_1 l_1 - K_2 l_2 + K_2 x_0.$$

La solution de cette équation donne :

$$x_1 = A \cos(\omega t + \varphi) + B$$

où $\omega^2 = \frac{K_1 + K_2}{M}$, B est la solution particulière de l'équation

avec second membre A et φ dépendent des conditions initiales.

L'important est de remarquer que cette solution est radicalement différente des solutions trouvées pour les deux problèmes précédents. Ceci à vrai dire n'est pas étonnant puisque la loi du mouvement qui est ici une équation différentielle du second ordre

où le temps apparaît d'une façon isotrope (le changement de t en $-t$ ne change rien à l'équation) est absolument différente des lois proposées antérieurement, loi de FOURIER et loi d'OHM.

Nous remarquerons d'ailleurs que les lois de FOURIER et d'OHM sont des lois phénoménologiques qui n'ont aucun antécédent, si ce n'est une loi locale dont elles sont la manifestation intégrale (cf. 33) tandis que le principe fondamental de la dynamique utilisé ici peut, dans une certaine mesure, être lui aussi déduit des deux principes (voir Appendice II).

Il est manifeste en effet que la solution ne permet pas de trouver que lorsque le temps s'écoule, le système tend vers sa position d'équilibre : le mouvement est permanent, le système « oscille » mais n' « évolue » pas : le second principe a ici été appliqué en supposant que l'entropie restait constante.

2.4. Analogies profondes entre les dispositifs étudiés.

En fait, les divergences qui apparaissent dans les calculs précédents proviennent d'une analyse insuffisante des phénomènes : tout le monde sait que le système des deux ressorts va bien finir, un jour ou l'autre, par atteindre sa position d'équilibre.

Reprenons le montage électrique étudié et introduisons entre les deux condensateurs une inductance L (il y a toujours une inductance non nulle dans tout circuit). La loi d'OHM s'écrit alors :

$$e_1 - e_2 = R i_{12} - e_{12} \quad \text{avec} \quad e_{12} = -L \frac{di_{12}}{dt}$$

avec $i_{12} = -\frac{dq_1}{dt}$ et toujours les équations d'état :

$$q_1 = C_1 e_1 \quad q_2 = C_2 e_2$$

d'où :

$$\frac{q_1}{C_1} - \frac{q_2}{C_2} = -R \frac{dq_1}{dt} - L \frac{d^2q_1}{dt^2}.$$

Si on néglige l'inductance L , on retrouve bien l'équation du (2.2.). Mais si on néglige la résistance R , on retrouve une équation qui a la même structure que celle qui a été écrite en (2.3.).

Nous avons affaire ici à une équation différentielle du second ordre mais qui contient un terme du premier ordre, la solution de l'équation sans second membre est, selon la valeur de R , une sinusoïde amortie ou une somme d'exponentielles décroissantes, si bien qu'au bout d'un temps suffisamment long, il ne restera que la solution particulière de l'équation avec second membre qui correspond précisément à l'état d'équilibre prévu en (1.2.).

De même, l'étude du mouvement de la masse accrochée aux deux ressorts doit être complétée en introduisant en plus des « forces de rappel » dues aux ressorts une force d'amortissement (due en général à des phénomènes de viscosité externe ou interne) et l'équation du mouvement de cette masse s'écrira alors :

$$M \frac{d^2 x_1}{dt^2} + (K_1 - K_1) x_1 + f \frac{dx_1}{dt} = K_1 l_1 - K_2 l_2 + K_2 x_0.$$

Cette équation a la même structure que l'équation précédente et, après un temps plus ou moins long durant lequel le système « oscille », il finira par atteindre la position d'équilibre qui lui était assignée (1.3.).

Ce n'est que par simplification abusive que ces deux systèmes qui obéissent aux mêmes lois ont semblé présenter des solutions différentes.

Pour le système dans lequel seule était échangée de l'énergie, il semble qu'on ne connaisse pas d' « inductances thermiques » et, qu'ainsi, l'analogie ne puisse pas complètement se faire. Cela n'a ici aucune espèce d'importance car ce que nous voulions montrer est seulement la façon dont on peut atteindre l'état d'équilibre en faisant intervenir, non seulement les deux principes fondamentaux, mais encore une loi phénoménologique (FOURIER, OHM, viscosité) sans laquelle l'état d'équilibre ne pourrait pas, effectivement, être atteint.

Troisième partie : CALCULS DES VARIATIONS D'ENTROPIE.

Nous allons, ici, calculer la différence d'entropie entre l'état initial et l'état final, puis exprimer ces variations d'entropie en fonction du temps et enfin montrer comment on peut, dans l'espace, localiser les régions où l'entropie est créée.

3.1. Variation totale d'entropie.

Nous reprendrons tour à tour les trois exemples cités ci-après :

a) CAS DE L'ÉCHANGE D'ÉNERGIE THERMIQUE ENTRE LES DEUX RÉSERVOIRS.

Nous avons, dans ce cas (1.1.), exprimé la variation d'entropie par :

$$dS = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{1}{T_2} dU_2$$

et les équations d'état, pour le cas le plus simple, par :

$$U_1 = m_1 c_1 T_1 \quad U_2 = m_2 c_2 T_2.$$

Il s'en suit que :

$$dS = m_1 c_1 \frac{dT_1}{T_1} + m_2 c_2 \frac{dT_2}{T_2}$$

et lors de l'évolution entre l'état initial où les températures étaient T_{10} et T_{20} et l'état final où les deux températures sont égales à :

$$T_f = \frac{m_1 c_1 T_{01} + m_2 c_2 T_{02}}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

l'entropie variera de :

$$S_f - S_i = m_1 c_1 \text{Log} \frac{T_f}{T_{01}} + m_2 c_2 \text{Log} \frac{T_f}{T_{02}}.$$

Les propriétés de concavité de la fonction $x \rightarrow \text{Log } x$ (dérivée seconde négative) permettent de montrer que cette quantité est toujours positive.

b) CAS DE L'ÉCHANGE DE CHARGES ENTRE DEUX CONDENSATEURS.

La variation d'entropie est ici donnée (1.2.) par :

$$dS = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{1}{T_2} dU_2 - \frac{e_1}{T_1} dq_1 - \frac{e_2}{T_2} dq_2$$

nous avons envisagé le cas où $U_1 + U_2 = C^{\text{te}}$ et $T_1 = T_2 = T$, alors nous avons simplement :

$$dS = -\frac{1}{T} (e_1 dq_1 + e_2 dq_2),$$

équation à laquelle on doit associer l'équation d'état :

$$q_1 = C_1 e_1 \quad \text{et} \quad q_2 = C_2 e_2$$

alors :

$$dS = -\frac{1}{T} \left(\frac{q_1 dq_1}{C_1} + \frac{q_2 dq_2}{C_2} \right)$$

Pour intégrer cette expression, il faut se souvenir que, lors de la transformation, la température T , uniforme, ne reste pas constante. Nous avons, dans le cas le plus simple :

$$\mu T + \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{C_2} = \mu T_0 + \frac{1}{2} \frac{q_{01}^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{q_{02}^2}{C_2}.$$

Posons alors :

$$w = \frac{1}{2} \left(\frac{q_1^2}{C_1} + \frac{q_2^2}{C_2} \right) \quad (\text{« énergie électrostatique »),}$$

nous obtenons :

$$dS = \frac{-\mu}{\mu T_0 + w_0 - w} dw.$$

Et la variation totale d'entropie entre les instants initial et final est :

$$S_f - S_i = \mu \operatorname{Log} \frac{\mu T_0 + w_0 - w_f}{\mu T_0} \quad w_i = w_0,$$

soit encore, en remplaçant w_f par sa valeur :

$$S_f - S_i = \mu \operatorname{Log} \left[1 + \frac{1}{2 T_0 \mu} \frac{(C_1 q_{20} - C_2 q_{10})^2}{C_1 C_2 (C_1 + C_2)} \right]$$

qui est une quantité manifestement positive.

c) CAS DU SYSTÈME DE DEUX RESSORTS.

Les calculs se mènent de la même façon :

$$dS = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{1}{T_2} dU_2 - \frac{F_1}{T_1} dx_1 - \frac{F_2}{T_2} dx_2,$$

alors $T_1 = T_2 = T$ variant de telle sorte que (cf. 1.3.) :

$$\mu T + \frac{1}{2} K_1 \xi_1^2 + \frac{1}{2} K_2 \xi_2^2 = \mu T_0 + \frac{1}{2} K_1 \xi_{01}^2 + \frac{1}{2} K_2 \xi_{02}^2$$

les équations d'état $F_1 = K_1 \xi_1$ et $F_2 = K_2 \xi_2$ étant données, on aboutit à :

$$S_f - S_i = \mu \operatorname{Log} \left[1 + \frac{1}{2 T_0 \mu} \frac{(K_1 \xi_{01} - K_2 \xi_{02})^2}{K_1 + K_2} \right]$$

quantité de nouveau positive.

3.2. Débit de création d'entropie.

L'entropie créée lors des transformations envisagées ci-après est créée au fur et à mesure que la transformation se poursuit. Pour savoir avec quelle « rapidité » cette création se produit, il faut connaître la « rapidité » avec laquelle la transformation se déroule, nous devons donc nous adresser aux équations d'évolution analysées précédemment (deuxième partie).

a) CAS DE L'ÉCHANGE D'ÉNERGIE.

On écrira simultanément :

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) dU_1$$

avec : $dU_1 = -K(T_1 - T_2) dt$ loi de FOURIER

d'où :

$$dS = K \frac{(T_1 - T_2)^2}{T_1 T_2} dt.$$

La création d'entropie se fait avec un débit qui est toujours positif.

b) CAS DE L'ÉCHANGE DE CHARGES.

Avec les hypothèses retenues jusqu'ici, on écrira :

$$dS = -\frac{1}{T} (e_1 - e_2) dq_1$$

mais : $dq_1 = -\frac{1}{R} (e_1 - e_2) dt$ loi d'OHM

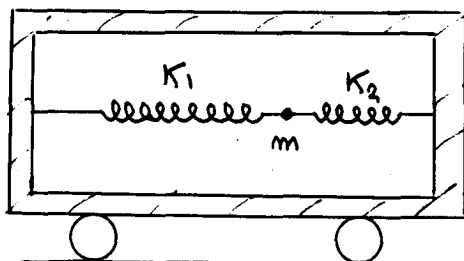
d'où :

$$dS = \frac{1}{RT} (e_1 - e_2)^2 dt.$$

L'effet Joule correspond à une création d'entropie.

c) CAS DU SYSTÈME DE DEUX RESSORTS.

Il faut alors envisager la variation d'entropie provenant de la variation de la variable d'échange x et de la variation de l'impulsion (cf. Appendice II). Une difficulté apparaît pour savoir entre quels systèmes l'impulsion est échangée. Pour cela, on doit imaginer un dispositif du genre de celui qui est dessiné ci-après



où l'enceinte imperméable à l'énergie et contenant les deux ressorts et la masse m est parfaitement libre mécaniquement, sa masse étant infiniment grande.

On a alors, la température restant uniforme :

$$dS = -\frac{F_1}{T_1} dx_1 - \frac{F_2}{T_2} dx_2 - \frac{v_1}{T_1} dp_1 - \frac{v_2}{T_2} dp_2$$

avec $v_2 = 0$ (vitesse de l'enceinte).

Alors :

$$dS = -\frac{1}{T} [(F_1 - F_2) dx_1 + v_1 dp_1].$$

La loi fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$F_1 - F_2 = -m \ddot{x}_1 - f \dot{x}_1$$

on aura donc :

$$dS = \frac{1}{T} \left[m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right) + f \frac{dx_1}{dt} \right] dx_1 - \frac{1}{T} \frac{dx_1}{dt} dp_1$$

avec :

$$p_1 = m v_1 \quad dp_1 = m \frac{dv_1}{dt} dt = m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right) dt$$

$$\text{et} \quad dx_1 = \frac{dx_1}{dt} dt$$

$$dS = \frac{1}{T} \left\{ m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right) \cdot \frac{dx_1}{dt} dt + f \left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 dt - \frac{dx_1}{dt} \cdot m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right) dt \right\}$$

$$dS = \frac{f}{T} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 dt.$$

Le débit d'entropie est bien positif.

Il aurait fallu faire un calcul analogue dans le cas du circuit électrique si on avait voulu tenir compte de l'inductance du circuit.

3.3. Densité de source d'entropie.

Les relations que nous venons d'écrire montrent à l'évidence le rôle joué par la cloison dia-énergétique, la résistance, la viscosité dans le processus de création de l'entropie. Laissons de côté le troisième cas dont les lois sont moins familières et regardons, de plus près, dans les deux premiers cas où se produit l'entropie.

a) CAS DE LA PAROI « DIA-ÉNERGÉTIQUE ».

La loi $dU_1 = -K(T_1 - T_2) dt$ que nous avons évoquée jusqu'ici n'est, en fait, que la représentation intégrale d'une loi

locale sous-jacente qui permet de relier un vecteur « densité de courant d'énergie » j_U au vecteur $\text{grad } T$. Plus précisément, cette loi s'écrit :

$$j_U = -\lambda \text{ grad } T.$$

C'est la forme locale de la loi de FOURIER. Le flux du vecteur j_U à travers un élément de surface $d\hat{S}$ représentant l'énergie qui traverse cet élément de surface pendant l'unité de temps. Et pour une surface $\hat{S}$ quelconque :

$$\frac{dU}{dt} = \int_{\hat{S}} j_U d\hat{S} = -\lambda \int_{\hat{S}} \text{grad } T \cdot d\hat{S}$$

dans la mesure où λ peut être considéré comme uniforme. Appliquons cette relation au cas de la paroi comprise entre deux plans $x = 0$ et $x = h$; de part et d'autre de la paroi (pour $x < 0$ et pour $x > h$), la température est uniforme. En régime permanent :

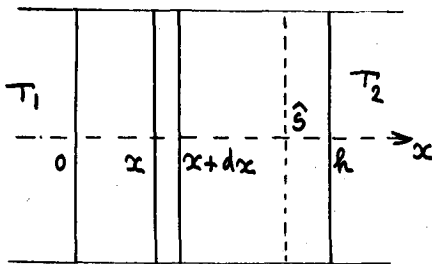
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_2 - T_1}{h} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Alors, l'énergie dU_1 traversant la paroi pendant la durée dt , dans le sens négatif est :

$$dU_1 = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{h} (-\hat{S}) dt$$

$$= -K (T_1 - T_2) dt$$

où $K = \lambda \frac{\hat{S}}{h}.$



Cette même énergie traverse aussi bien la surface $\hat{S}$ à travers le plan $x = 0$ qu'à travers le plan $x = h$. Mais l'entropie :

$$dS_2 = -\frac{dU_2}{T_2} = \frac{K(T_2 - T_1)}{T_2} dt$$

perdue pendant la durée dt par le réservoir numéro (2) ($x > h$) n'est pas égale à l'entropie :

$$dS_1 = \frac{dU_1}{T_1} = \frac{K(T_2 - T_1)}{T_1} \cdot dt$$

gagnée par le réservoir (1) ($x < 0$) pendant la même durée. Et si $T_1 < T_2$, il y a bien de l'entropie créée à l'intérieur de la paroi. Nous allons montrer qu'en chaque point de la paroi, on peut définir une densité de source d'entropie s^* telle que l'entropie créée dans toute la paroi pendant l'unité de temps peut s'écrire :

$$\frac{dS}{dt} = \int_{\tau} s^* d\tau \quad \tau : \text{volume de la paroi.}$$

Il suffit, pour cela, de considérer une fine tranche de cette paroi comprise entre les plans d'abscisse x et $x + dx$. Par le plan d'abscisse $x + dx$, l'entropie :

$$dS(x + dx) = \frac{dU}{T(x + dx)}$$

rentre dans la tranche, alors que par le plan d'abscisse x , l'entropie

$$dS(x) = \frac{dU}{T(x)}$$

en sort.

L'entropie créée dans cette tranche pendant la durée dt est donc :

$$\begin{aligned} dS(x) - dS(x + dx) &= dU \left[\left(\frac{1}{T} \right)_{(x)} - \left(\frac{1}{T} \right)_{(x+dx)} \right] \\ &= -\lambda \hat{S} (\text{grad } T)_x \left[\left(\frac{1}{T} \right)_x - \left(\frac{1}{T} \right)_{x+dx} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{T} \right) dx \right] \\ &= \lambda \hat{S} \frac{(\text{grad } T)^2}{T^2} dx dt. \end{aligned}$$

La densité de source d'entropie est donc :

$$s^* = \lambda \frac{(\text{grad } T)^2}{T^2}.$$

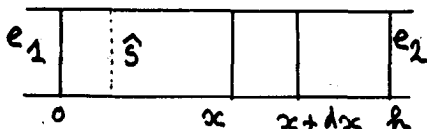
Ainsi peut-on calculer non seulement combien d'entropie est créée mais encore où et quand elle l'est.

b) CAS DE LA RÉSISTANCE.

La forme locale de la loi d'OHM est $\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E} = -\gamma \text{grad } e$. L'intensité du courant traversant le fil de droite à gauche étant :

$$I = \frac{dq_1}{dt} = \int_{\hat{S}} \mathbf{j} \cdot d\hat{\mathbf{S}} = \gamma \hat{S} \frac{e_2 - e_1}{h}.$$

Le système étant à température uniforme, le transfert d'entropie et, par suite, la création d'entropie, ne provient que du déplacement des charges :



$$\begin{aligned} dS &= \left(\frac{e}{T} \right)_{(x+dx)} dq_1 - \left(\frac{e}{T} \right)_{(x)} dq_1 \\ &= \frac{1}{T} (\text{grad } e)_x dx dq_1 \\ &= \frac{1}{T} (\text{grad } e)_x dx \gamma \hat{S} (\text{grad } e)_x dt = \frac{1}{T} (\text{grad } e)_x^2 \gamma \hat{S} dx dt. \end{aligned}$$

La densité de source d'entropie est alors :

$$s^* = \frac{\gamma}{T} (\text{grad } e)^2.$$

La forme locale de la loi d'OHM (qui permet de savoir comment le système évolue vers l'état d'équilibre) permet, comme précédemment de déterminer où et quand se produit l'entropie.

c) CAS DES ÉVOLUTIONS NON QUASI STATIQUES.

Les exemples que nous venons d'étudier concernent des processus qui sont, certes, irréversibles mais dans lesquels on peut définir à chaque instant par des constantes uniformes les variables intensives ($1/T$; $-e/T$); des sous-systèmes étudiés. Ces transformations sont dites *quasi statiques*. Mais un certain nombre de transformations irréversibles sont plus compliquées (chocs, explosions, ruptures). Il faudra alors considérer que les systèmes qui les subissent sont formés par la juxtaposition d'un très grand nombre de sous-systèmes, que dans ces sous-systèmes

les variables intensives varient continûment et que l'entropie est alors créée en tout point avec une intensité s^* qui s'exprimera de façon analogue à celle que nous avons donnée précédemment.

Quatrième partie : RÔLE DE LA VARIABLE TEMPS DANS LE PREMIER PRINCIPE.

Nous avons souligné, dans les trois parties précédentes, le rôle que joue le temps dans la compréhension du second principe de la thermodynamique. Est-ce à dire que le temps ne joue aucun rôle dans l'étude du premier principe ? Non, car nous devons considérer la forme dualiste sous laquelle s'effectuent les variations d'énergie dans les phénomènes réversibles où le second principe n'intervient pas car, par définition, dans ces transformations, il n'y a pas de production d'entropie, il n'y a pas d'évolution, il n'y a que des « oscillations » (cf. § 2.3.).

L'entropie se conservant joue alors un rôle absolument identique à celui des autres variables extensives. D'autre part, historiquement, le premier principe a été mis en valeur à propos de la conservation de l'énergie, si bien qu'au lieu d'écrire :

$$dS = \frac{1}{T} dU - \frac{e}{T} dq - \frac{F}{T} dx - \frac{v}{T} dp...$$

on écrira ici :

$$dU = T dS + e dq + F dx + v dp...$$

4.1. Variables intensives énergétiques.

Nous avons introduit précédemment les variables intensives entropiques par les relations générales :

$$Y_i = \varepsilon \left(\frac{\partial S}{\partial X_i} \right) X_1 \cdot X_h X_j \cdot X_n$$

où $\varepsilon = \pm 1$ selon les circonstances historiques qui ont donné naissance aux concepts ainsi introduits, l'une des variables (X_1 par exemple) étant l'énergie.

Nous introduisons maintenant les « variables intensives énergétiques » par les relations générales :

$$Z_i = \varepsilon \left(\frac{\partial U}{\partial X_i} \right) S, X_2 \cdot \cdot X_h X_j \cdot \cdot X_n.$$

Bien entendu, grâce aux deux relations écrites précédemment, on aura :

$$Z_i = -T Y_i$$

sauf en ce qui concerne :

$$Y_i = \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right) = \frac{1}{T}; \quad Z_i = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right) = T.$$

Nous remarquerons d'ailleurs que, dans un grand nombre de cas, on mesure plus facilement les variables intensives énergétiques que les variables intensives entropiques et surtout que les variables extensives. Le fait que les variables intensives se mesurent plus facilement que les variables extensives est facile à comprendre : pour mesurer une telle grandeur sur un système Σ_1 , on associe en effet à ce système un autre système Σ_2 dont on connaît l'équation d'état reliant la variable à mesurer à une grandeur facilement observable (déviations d'une aiguille devant un cadran par exemple) puis on réalise l'équilibre entre ces deux systèmes. Alors, lorsque l'équilibre est réalisé, nous avons bien égalité des variables extensives entropiques pour Σ_1 et Σ_2 .

Comme, d'autre part, ces deux systèmes sont, en général, à la même température, l'égalité des variables intensives entropiques entraîne celle des variables intensives énergétiques.

4.2. Couples de variables extensives et intensives énergétiques.

Dans un grand nombre de cas, il est assez facile de discerner parmi les variables qui décrivent un système, quelles sont les variables extensives (paramètres d'échange) et les variations intensives. Ainsi, en est-il pour les couples de variables suivants :

Variables extensives		Variables intensives	
Charge électrique	q	Potentiel	e
Volume d'un fluide	V	Pression	P
Entropie	S	Température	T
Impulsion	p	Vitesse	v
Déplacement	x	Force	F

L'expression de la variation d'énergie sera alors du type :

$$dU = e dq + F dx + T dS + v dp - P dV.$$

Dans d'autres cas, les choses se présentent d'une façon moins évidente. Rappelons le cas analysé dans l'Appendice I où la quantité qui reste constante est une certaine combinaison linéaire de déplacements liés entre eux par le fait qu'il s'agit des déplacements des points d'un même solide. Il s'en suit que l'équilibre n'est pas forcément décrit par l'égalité de variables intensives mais également par des combinaisons linéaires entre les valeurs des variables intensives relatives à chaque sous-système.

Il y a aussi le cas très célèbre des liaisons non holonomes en mécanique dans lesquelles il n'est pas possible de trouver une fonction $F(X_j) = 0$. Il n'empêche que, même dans ce cas où on n'a plus de combinaison linéaire entre les paramètres (combinaison linéaire dont on n'a pas besoin), on peut toujours écrire des relations différentielles du type :

$$dX = \alpha(X_i) dX_1 + \beta(X_i) dX_2 + \dots$$

que, seules, nous avons utilisées pour établir les conditions d'équilibre. Et ces relations différentielles sont tout de même la traduction d'une loi de conservation (ici la distance entre deux points d'un solide).

Un cas aussi intéressant est celui des variables d'origine magnétique. On écrit usuellement, dans la littérature, des expressions telles que :

$$\delta W = I d\Phi \quad \delta W = H dB \quad \delta W = \mu_0 H \cdot dM.$$

Si les relations analogues de l'électrostatique :

$$\delta W = e dq \quad \delta W = E \cdot dD \quad \delta W = E \cdot dP.$$

sont relativement simples à interpréter puisque le vecteur D par sa divergence est directement lié à la densité des charges et que le vecteur P est lié par la définition du moment dipolaire à un déplacement des charges, comment peut-on désigner Φ , B et M comme étant des variables extensives, I et H étant des variables intensives ?

La réponse doit être apportée par la façon dont les grandeurs sont introduites dans les équations fondamentales de la physique à l'aide de leurs dérivées par rapport au temps. Il est clair que des relations comme :

$$\frac{d\Phi}{dt} \text{ (force électromotrice d'induction)} \quad \frac{\partial B}{\partial t} = -\text{rot } E$$

désignent bien Φ , B et $\mu_0 M$ comme étant des variables extensives, I et H étant des variables intensives. On se rappellera d'ailleurs que l'équation $\text{div } B = 0$, absolument analogue à $\text{div } D = q$ montre que B est relié à la densité de « charges magnétiques » qui est nulle, certes, mais par-là même conservative) comme D est relié à q , densité de charges électriques (cf. 1).

On remarquera aussi que les autres variables extensives pour lesquels le caractère de variable d'échange ne pose pas de problème sont aussi telles que le plus souvent, leurs dérivées par rapport au temps dq/dt , dp/dt , dx/dt s'introduisent naturellement dans des équations fondamentales.

CONCLUSION.

Tout cet exposé, très simplifié, n'a pour objet que de préciser comment le temps intervient inéluctablement dans la description des phénomènes thermodynamiques, essentiellement des phénomènes irréversibles, accessoirement des phénomènes réversibles. Il se situe en-deça des découvertes les plus récentes concernant, par exemple, les phénomènes non linéaires qui sont évoqués dans l'admirable ouvrage de PROGOGINE « La nouvelle alliance » que tout physicien se doit de lire et de méditer.

Il faut ensuite laisser la parole aux poètes pour qu'au temps glacé des astronomes, au temps fluant des thermodynamiciens, au temps jaillissant des biologistes, soit associé le temps exubérant et foisonnant qui fait la trame de nos jours.

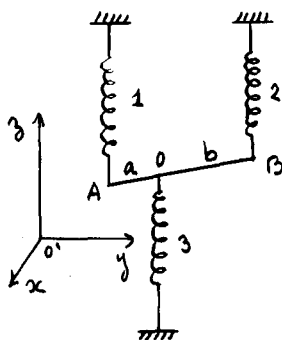
BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. JEAN. — *Les principes de l'électrodynamique classique*. B.U.P. n° 551, p. 426.
 - [2] P. JEAN. — *Présentation « axiomatique » des lois de la mécanique relativiste*, B.U.P. n° 551, p. 419.
 - [3] FALK. — *Theoretische Physik, Band II : Thermodynamik*. Springer-Verlag.
 - [4] CALLEN. — *Thermodynamics*. Wiley and Sons.
 - [5] SERRES. — *Le passage du Nord-Ouest*. Editions de Minuit.
 - [6] PROGOGINE. — *La nouvelle alliance*. Gallimard.
-

Appendice 1

REMARQUE SUR LA DETERMINATION DES VARIABLES D'ECHANGE

Il n'est pas toujours facile de discerner d'emblée la variable d'échange d'un système. Prenons, pour illustrer notre propos, l'exemple du système schématisé ci-après où trois ressorts (1), (2) et (3) sont respectivement attachés à un point fixe et aux points A, O et B d'une tige indéformable.



Lorsque le système évolue, il y a certainement une relation entre les allongements z_1 , z_2 et z_3 de ces ressorts. On trouvera cette relation en écrivant que la tige AB est indéformable. L'existence d'un torseur cinématique pour un solide (lié à l'invariance de la distance entre deux quelconques de ses points) permet en effet d'écrire :

$$\mathbf{V}_A = \mathbf{V}_O + \vec{\omega} \wedge \mathbf{OA}$$

et :

$$\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_O + \vec{\omega} \wedge \mathbf{OB}$$

Si on désigne par p la composante du vecteur $\vec{\omega}$ sur l'axe $O'x$, il vient :

$$\dot{z}_1 = -\dot{z}_3 + p a \quad \dot{z}_2 = -\dot{z}_3 + p b$$

d'où, en éliminant p :

$$\boxed{\frac{\dot{z}_1}{a} + \frac{\dot{z}_2}{b} + \left(-\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \dot{z}_3 = 0}$$

C'est cette relation qui est la relation d'échange entre les variables z_1 , z_2 et z_3 .

Alors, si nous définissons comme précédemment, les « tensions » des ressorts par les relations :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial z_1} \right) = -\frac{F_1}{T} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial z_2} \right) = -\frac{F_2}{T} \dots$$

on aura, pour des transformations où l'énergie n'intervient pas,

$$dS = -\frac{F_1}{T} dz_1 - \frac{F_2}{T} dz_2 - \frac{F_3}{T} dz_3.$$

L'équilibre sera réalisé pour $dS = 0$ soit, compte tenu de la relation d'échange précédente :

$$F_1 dz_1 + F_2 dz_2 - \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^{-1} \left(\frac{dz_1}{a} + \frac{dz_2}{b} \right) = 0.$$

Ceci doit être vrai, quels que soient dz_1 et dz_2 , d'où :

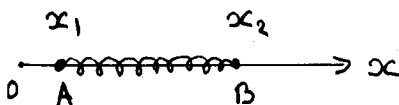
$$F_1 = F_3 \frac{b}{a+b} \quad F_2 = F_3 \frac{a}{a+b}.$$

Ce qui conduit à $F_1 + F_2 = F_3$, théorème de la résultante générale ; $a F_1 = b F_2$, théorème du moment résultant.

Appendice II

AU SUJET DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE

On peut aussi, dans une certaine mesure, déduire le principe fondamental de la dynamique des deux principes selon une voie qui généraliserait le raisonnement ci-après :



Soit un système comprenant deux particules matérielles A et B susceptibles de se déplacer selon un axe Ox et reliées par un ressort. Les variables d'échange du système sont respectivement :

La longueur x du ressort et les positions x_1 et x_2 des particules avec la relation d'échange :

$$x = x_2 - x_1.$$

Les impulsions p_1 et p_2 des deux particules avec comme relation d'échange, le système étant isolé :

$$p_1 + p_2 = \text{constante}$$

ou encore :

$$dp_1 + dp_2 = 0.$$

La variable intensive entropique correspondant à l'impulsion est définie par :

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_U = - \frac{v}{T} \quad v : \text{vitesse de la particule.}$$

[le fait que la vitesse ainsi définie soit la quantité $v = \frac{dx}{dt}$ usuellement donnée est lié à l'invariance de la masse : théorème de l'énergie (cf. 2)].

On écrira alors :

$$dS = \frac{1}{T} dU - \frac{F}{T} dx - \frac{1}{T} (v_1 - v_2) dp_1$$

en supposant, comme précédemment, que la température est uniforme. Alors, pour des transformations réversibles dans lesquelles l'entropie reste constante et si le système est isolé $dU = 0$, il vient :

$$F(dx_2 - dx_1) + (v_1 - v_2) dp_1 = 0$$

ou :

$$F(v_2 - v_1) + (v_1 - v_2) \frac{dp_1}{dt} = 0$$

soit :

$$\frac{dp_1}{dt} = F.$$

Ceci étant plus une suggestion qu'une démonstration.
