

Deux approches de la notion de masse

La spécification des besoins est une phase essentielle dans le développement d'un logiciel, c'est aussi la première. Il appartient aux professeurs d'y participer. Ce travail achevé, de nombreuses étapes restent à franchir, exécution des premières versions, validation, amélioration, mise au point d'une documentation. Ce travail ne peut être que celui d'une équipe.

Les professeurs et les élèves qui fréquentent actuellement la salle d'informatique fabriquent à leur manière, quelquefois maladroitement faute de formation, leurs outils de travail.

Leurs activités sont variées :

- Ils réalisent et mettent en œuvre des modules de traitement dont la conception demande un approfondissement des connaissances, beaucoup de logique et d'imagination. L'utilisation de ces modules présente un intérêt pédagogique car il faut savoir sélectionner ceux qui permettent de résoudre les problèmes posés.
- Parallèlement, ils peuvent mettre en place des modèles, les valider et les exploiter.

Toutes ces activités ne sont-elles pas formatrices ? Elles naissent de l'expérience et se développent avec elle ; c'est là une démarche qui devrait intéresser le physicien.

A titre d'exemples, nous présentons quelques programmes qui ont été utilisés dans nos classes. Nous sommes conscients que ceux-ci devront être améliorés voire complètement refondus. Nous cherchons simplement à montrer les services que l'informatique peut rendre aux professeurs et aux élèves. Dans le premier exemple, nous développons intégralement l'exploitation du programme, dans le suivant nous nous contentons, pour éviter des développements excessifs, de fournir quelques possibilités d'utilisation.

Lors de la mise en œuvre d'un programme, des informations sont fournies par l'élève à l'ordinateur (entrée). De même, des informations sont fournies par l'ordinateur à l'élève (sortie). Le choix des données à fournir en entrée et l'interprétation des résultats en sortie restent à la charge des élèves. Au niveau pédagogique, c'est un point essentiel.

Afin de décrire au mieux les conditions dans lesquelles nous utilisons ces programmes, nous indiquons chaque fois :

- 1) les informatins données en entrée,

- 2) les informations obtenues en sortie,
- 3) quelques exemples d'utilisation.

I. NOTION DE MASSE INTRODUITE A PARTIR DE L'ETUDE DES CHOCS ENTRE MOBILES (programme CHOC, I.N.R.P. S.P. 79).

A) Présentation.

Le programme s'adresse à des élèves de la classe de seconde qui ont déjà manipulé la table à coussin d'air. Ils peuvent alors poursuivre leur étude en simulation, ce qui présente certains avantages : l'ordinateur fournit directement les vitesses, ce qui dispense l'élève de manipulations qui deviennent fastidieuses à force d'être répétitives. Cela permet de faire un grand nombre d'essais et de placer l'élève dans une situation de recherche.

Les élèves travaillent par groupes de 2. A certaines étapes, le professeur propose une mise en commun des résultats. La discussion permet alors de dégager les conclusions et de corriger d'éventuelles erreurs.

Insistons sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un logiciel d'enseignement tutoriel avec analyse des réponses de l'élève par programme, mais d'une séance de T.P. simulée sur ordinateur, l'ordinateur étant un outil de calcul.

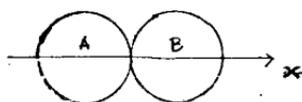
Les élèves utilisent :

- une fiche de travail destinée à guider leur progression,
- un programme (CHOC, SP 79) qu'ils interrogent à volonté : par l'intermédiaire de ce programme, l'élève dispose de 30 mobiles (numérotés) qu'il doit répartir en classes d'équivalences. Pour cela, il réalisera des chocs simulés entre les mobiles en choisissant lui-même les conditions des expériences qu'il croit bon de réaliser pour répondre aux questions qui guident sa recherche.

L'entrée des données (vitesse avant le choc) et la sortie des résultats (vitesse après le choc) étant rapides, un nombre important d'essais peut être effectué en peu de temps.

L'option choisie est un CHOC FRONTAL PARFAITEMENT ELASTIQUE.

La notation utilisée est la suivante :



$\sqrt{A1X}$;

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 V A \uparrow X

Vit... algébrique du mobile A avant le choc sur l'axe O X.

B) Exemple d'exécution du programme.

Les nombres soulignés sont les valeurs des données communiquées par l'élève à l'ordinateur par l'intermédiaire du clavier.

APELER CHOC1 CHOC1 est le nom du programme qui
simule le banc à coussin d'air.

EXECUTER A PARTIR DE 1

NUMERO DU MOBILE A ? 1

NUMERO DU MOBILE B ? 2

VA1X = 5 VB1X = 6

VA2X = 1.4 VB2X = 4.4 Unités S.I.

C'est cette séquence qui sera utilisée par l'élève chaque fois qu'il voudra étudier d'autres valeurs de paramètres.

C) Déroulement d'une séance.

On trouvera ci-après un exemple du document utilisé par l'élève. Ses réponses ont été soulignées.

Première étape :

RECHERCHE DE LA CONDITION A LAQUELLE DOIVENT SATISFAIRE LES VITESSES DE A ET DE B POUR QU'IL Y AIT CHOC.

Question n° 1 :

Parmi les quatre conditions ci-après, quelle est celle qui correspond à une situation réelle du choc ?

VA1X < VB1X		<u>IMPOSSIBLE</u>
VA1X > VB1X		<u>POSSIBLE</u>
VA1X ≥ VB1X	<i>Réponse</i>	<u>IMPOSSIBLE</u>
VA1X ≤ VB1X		<u>IMPOSSIBLE</u>

Deuxième étape :

RÉALISER UN CHOC ENTRE DEUX MOBILES.

Consigner les résultats dans le tableau ci-après :

Numéro du mobile A = <u>1</u>
Numéro du mobile B = <u>2</u>
VA1X = <u>5</u>
VA2X = <u>1.4</u>
VB1X = <u>2</u>
VB2X = <u>4.4</u>

Question n° 2 : Est-ce que tout choc se traduit par une variation de vitesse ? OUI NON

Question n° 3 : Quelle est la variation de vitesse du mobile A ?
 $VA2X - VA1X = \underline{-3.6}$.

Question n° 4 : Quelle est la variation de vitesse du mobile B ?
 $VB2X - VB1X = \underline{2.4}$.

Question n° 5 : Les variations de vitesse de A et de B sont-elles toujours de signe contraire ? OUI NON

Question n° 6 : Calculer le rapport :

$$k = \frac{VA2X - VA1X}{VB1X - VB2X} = \frac{-3,6}{-2,4} = 1.5.$$

Ce rapport est-il toujours positif ? OUI NON

Troisième étape :

CHOISIR UN COUPLE (A, B) DE MOBILES ET RÉALISER AVEC LUI CINQ EXPÉRIENCES DE CHOC, EN FAISANT VARIER LES VITESSES. COMPLÉTER LE TABLEAU.

$$A = \underline{1}$$

$$B = \underline{2}$$

N Expér.	VA1X	VA2X	VB1X	VB2X	VA2X - VA1X	VB1X - VB2X	K
1	5	1.4	2	4.4	-3.6	-2.4	1.5
2	8	3.2	4	7.20	-4.8	-3.2	1.5
3	-2	-3.2	-3	-2.2	-1.2	-0.8	1.5
4	2	-0.4	0	1.6	-2.4	-1.6	1.5
5	0	-4.8	-4	-0.8	-4.8	-3.2	1.5

Question n° 7 : Le rapport K est-il indépendant des vitesses choisies ? OUI NON

Quatrième étape :

CHOISIR MAINTENANT CINQ COUPLES DIFFÉRENTS ET COMPLÉTER LE TABLEAU.

Couple	VA1X	VA2X	VB1X	VB2X	VA2X - VA1X	VB1X - VB2X	K
(1, 2)	5	1.4	2	4.4	-3.6	-2.4	1.5
(1, 3)	5	1.4	1.4	5	-3.6	-3.6	1
(2, 4)	4	1.6	2	3.6	-2.4	-1.6	1.5
(7, 8)	2	1.2	1	2.2	-0.8	-1.2	0.67
(13, 15)	0	-1.33	-2	0.67	-1.33	-2.66	1.5

Question n° 8 : Le rapport K dépend-il du couple de mobiles choisis ?

OUI NON

Résumer ici les propriétés déjà mises en évidence.

Choisissez maintenant un mobile A que vous appellerez mobile étalon.

Notez son numéro : $N_A = \underline{1}$.

Choisissez ensuite cinq mobiles B différents : par exemple, les numéros 2, 4, 10, 25, 27.

Réalisez alors des chocs entre les mobiles B et la sphère étalon A. Calculez chaque fois le rapport K et complétez le tableau.

Couple	K
(A,)	

Soit E l'ensemble des mobiles.

Le phénomène de choc nous permet de déterminer une application de E dans R^{+*} noté mA pour rappeler que l'étalon choisi est le mobile A.

$$E \longrightarrow R^{+*}$$

$$X \in E \quad X \xrightarrow{mA} mA(X)$$

Question n° 9 : Les groupes qui n'ont pas le même étalon que vous ont-ils une application égale à la vôtre ?
(même graphe) OUI NON

Question n° 10 : Que pouvez-vous dire de l'ensemble des applications obtenues par les élèves de la classe ?

A ce niveau, les discussions avec l'ensemble de la classe permettent d'obtenir des documents du type de celui qui est présenté ci-après :

Différentes applications

Etalon Mobile	1	2	3	4	5	6	7
1		0.66	1.00	0.44	1.00	0.40	0.67
2	1.50		1.50	0.66	1.50	0.60	1
3	1.00	0.66		0.44	1.00	0.40	0.67
4	2.25	1.49	2.25		2.25	0.90	1.50
5	1.00	0.66	1.00	0.44		0.40	0.67
6	2.50	1.66	2.50	1.11	2.50		1.66
7	1.50	1.00	1.50	0.66	1.50	0.60	
8	1.00	0.66	1.00	0.44	1.00	0.40	0.67
9	2.50	1.66	2.50	1.11	2.50	1	1.66
10	0.25	0.16	0.25	0.11	0.25	0.10	0.17
11	0.5	0.33	0.50	0.22	0.50	0.19	0.33
12	0.5	0.33	0.50	0.22	0.50	0.19	0.33
13	1.00	0.66	1.00	0.44	1.00	0.40	0.67
14	1.50	1.00	1.50	0.66	1.50	0.60	1
15	0.50	0.33	0.50	0.22	0.50	0.19	0.33
16	1.00	0.66	1.00	0.44	1.00	0.40	0.67
17	2.00	1.33	2.00	0.88	2.00	0.79	1.33
18	1.60	1.066	1.60	0.71	1.60	0.64	1.07
19	1.50	1.00	1.50	0.66	1.50	0.60	1
20	1.60	1.066	1.60	0.71	1.60	0.64	1.07
21	1.50	1.00	1.50	0.66	1.50	0.60	1.0
22	2.40	1.59	2.40	1.06	2.40	0.96	1.6
23	0.50	0.33	0.50	0.22	0.50	0.19	0.33
24	0.25	0.166	0.25	0.11	0.25	0.10	0.17
25	0.50	0.33	0.50	0.22	0.50	0.19	0.33
26	2.25	1.49	2.25	1	2.25	0.90	1.5
27	2.50	1.66	2.50	1.11	2.5	1	1.7
28	2.50	1.66	2.50	1.11	2.5	1	1.7
29	1.60	1.066	1.60	0.71	1.6	0.64	1.07
30	1.25	0.833	1.25	0.55	1.25	0.5	0.83

Classes d'équivalence

{ 1, 3, 5, 8, 13, 16 }	{ 11, 12, 15, 23, 25 }
{ 2, 7, 14, 19, 21 }	{ 17 }
{ 4, 26 }	{ 18, 20, 29 }
{ 6, 9, 27, 28 }	{ 22 }
{ 10, 24 }	{ 30 }

Répartition des mobiles en classe d'équivalence

Sur E, ensemble des mobiles, on définit la relation R :
 $x R y$ si $m_A(x) = m_A(y)$.

C'est une relation d'équivalence sur E.

Réalisez la répartition des mobiles dans les différentes classes.

Question n° 11 : Est-ce que cette répartition dépend du choix de l'étalon ? OUI NON

On met dans la même classe les mobiles qui ont même mesure.

Conclusion.

L'application m_A de E dans R^{+*} est appelée application masse. $M_A(x)$ est la mesure de la masse du mobile x avec A comme unité.

En effet, on remarque que $m_A(A) = 1$ par convention.

Dans le système SI, l'étalon de masse est appelé kilogramme (abréviation kg).

$$\begin{array}{ccc} E & \xrightarrow{M \text{ kg}} & R^{+*} \\ x & \longrightarrow & M \text{ kg}(x) \end{array}$$

Exemple : $M \text{ kg}(x) = 20$.

On note plutôt $M(x) = 20 \text{ kg}$ faisant suivre la valeur de $M(x)$ du nom de l'unité.

D) Compte rendu d'expérimentation.

Les différents groupes arrivent facilement à effectuer la répartition des mobiles. Ils constatent qu'ils obtiennent le même classement bien que disposant d'applications différentes.

La recherche de la relation :

$$\forall x \quad m_B(x) = \frac{m_A(x)}{m_A(B)}$$

nécessite des échanges intergroupes. Les graphes des différentes applications peuvent être, dans ce but, réunis au tableau.

La relation $m_B(x) = k m_A(x)$ est établie par la mise en évidence du rapport constant ou pour certains groupes à l'aide d'une représentation graphique.

La recherche de la relation $k = \frac{1}{m_A(B)} = m_B(A)$ est plus

laborieuse. On peut en proposer la vérification. C'est l'occasion de parler des changements d'unité. La répartition des mobiles en classes d'équivalence peut se placer avant ou après la recherche de la relation.

Pour mener la recherche à son terme, il faut deux séances de 1 h 30 ; le point sur l'avancement des travaux peut être fait entre les deux séances. Une étude préalable de la notion de masse à l'aide d'une balance (répartition de solides en classes d'équivalence) prépare bien les élèves à l'exploitation de ce programme.

II. MOUVEMENT D'UN SYSTEME DE DEUX CORPS EN INTERACTION GRAVITATIONNELLE.

A) Entrée

- I) *Masse et vitesse initiale* pour chaque corps. L'entrée de ces données nécessite une documentation préalable.
- II) *Choix des options parmi les suivantes :*
 - 0) Période et demi grand axe (mouvement relatif).
 - 1) Coordonnées polaires, date, position tous les 10° (mouvement relatif).
 - 2) Coordonnées cartésiennes du corps 1 (repère galiléen).
 - 3) Coordonnées cartésiennes du corps 2.
 - 4) Module de la vitesse et coordonnées cartésiennes pour corps 1.
 - 5) Module de la vitesse et coordonnées cartésiennes pour corps 2.
 - 6) Coordonnées cartésiennes de l'accélération pour corps 1.
 - 7) Coordonnées cartésiennes de l'accélération pour corps 2.
 - 8) Coordonnées cartésiennes du corps 2 par rapport au corps 1.
 - 9) Coordonnées cartésiennes du corps 1 par rapport au corps 2.
 - 10) Coordonnées cartésiennes du centre de gravité (repère galiléen).

- 11) Coordonnées cartésiennes du corps 1 par rapport au centre de gravité.
- 12) Coordonnées cartésiennes du corps 2 par rapport au centre de gravité.
- 13) Quantité de mouvement du corps 1 (coordonnées cartésiennes et module) (repère galiléen).
- 14) Quantité de mouvement du corps 2 (coordonnées cartésiennes et module).
- 15) Moment cinétique du corps 1 (repère galiléen).
- 16) Moment cinétique du corps 2 (repère galiléen).

Les options sont indiquées par le professeur ou laissées au libre choix des élèves qui se placent alors en situation de recherche.

B) Sortie

Résultats des options choisies.

C) Exemples d'utilisation.

1° OPTIONS DONT DISPOSENT LES ÉLÈVES.

Option 1 :

Construction point par point des trajectoires. Les élèves disposent d'un cercle gradué tous les 10° sur lequel ils reportent la trajectoire. Ils peuvent étudier le comportement des corps sur celle-ci et vérifier la loi des aires en utilisant une balance (documents 1 et 2).

Options 2, 3 :

On étudie le mouvement des corps dans un système d'axes galiléens. On en déduit le mouvement du centre de gravité.

Option 0 :

Etude du mouvement relatif : On recherche la relation liant la période au demi grand axe. C'est un travail de groupe. On décide d'une stratégie, on passe sur machine, on met les résultats en commun et on conclut.

La loi mise en évidence, on vérifie sa validité en se documentant sur le système solaire, les planètes et leurs satellites naturels et artificiels.

Lors d'une séance ultérieure, on peut constater que l'on dispose en entrée des masses M_1 et M_2 de chaque corps. On établira alors facilement la relation :

$$T^2/a^3 = 4\pi^2/K/(M_1 + M_2)$$

d'où la possibilité de mesure de masses (document 3).

Option 13 :

Conservation de la quantité de mouvement dans un système isolé.

Option 15 :

Conservation du moment cinétique.

2° EXEMPLES DE THÈMES DE RECHERCHE PROPOSÉS AUX ÉLÈVES.

- Déterminer la loi de force qui a été donnée à l'ordinateur.
- Vérifier le principe d'action et de réaction.

On laisse les élèves choisir les options qui leur permettront de résoudre le problème posé.

Remarque.

Il est évident que, dès que cela est possible, il faut indiquer aux élèves la méthode utilisée par l'ordinateur pour calculer les trajectoires. On peut leur proposer de rajouter des options sur demande ; exemple : option énergie cinétique.

L'idéal est de mettre en place le modèle avec les élèves (club).

3° EXEMPLE D'EXÉCUTION.

AP NEW12

EX 1

RAPPEL DES OPTIONS (OUI/NON) ? NON

NOMBRE D'OPTIONS = 1

NUMERO DES OPTIONS = 1

CONDITIONS INITIALES

CORPS NUMERO 1

MASSE = 6E24 X1 = 0 Y1 = 0 Z1 = 0

V1X = 0 V1Y = 0 V1Z = 0

CORPS NUMERO 2

MASSE = 12E24 X2 = 100000000 Y2 = 0 Z2 = 0

V2X = 0 V2Y = 2400 V2Z = 0

FREQUENCE DES AFFICHAGES EN DEGRES = 20.

Distance	Angle	Date
1.00E+08	0.0	0.00E+00
9.38E+07	20.1	1.40E+04
7.97E+07	40.1	2.51E+04
6.48E+07	60.1	3.26E+04
5.27E+07	80.0	3.76E+04
4.40E+07	100.0	4.10E+04
3.81E+07	120.0	4.34E+04
3.43E+07	140.1	4.53E+04
3.22E+07	160.0	4.69E+04
3.16E+07	180.0	4.84E+04
3.23E+07	200.0	4.98E+04
3.43E+07	220.1	5.14E+04
3.81E+07	240.1	5.33E+04
4.40E+07	260.0	5.58E+04
5.28E+07	280.0	5.91E+04
6.48E+07	300.0	6.41E+04
7.97E+07	320.1	7.17E+04
9.35E+07	340.0	8.27E+04
9.96E+07	360.0	9.66E+04

$$\text{PERIODE} = 9.66971\text{E}+04$$

$$\text{APOGEE} = 1.00000\text{E}+08$$

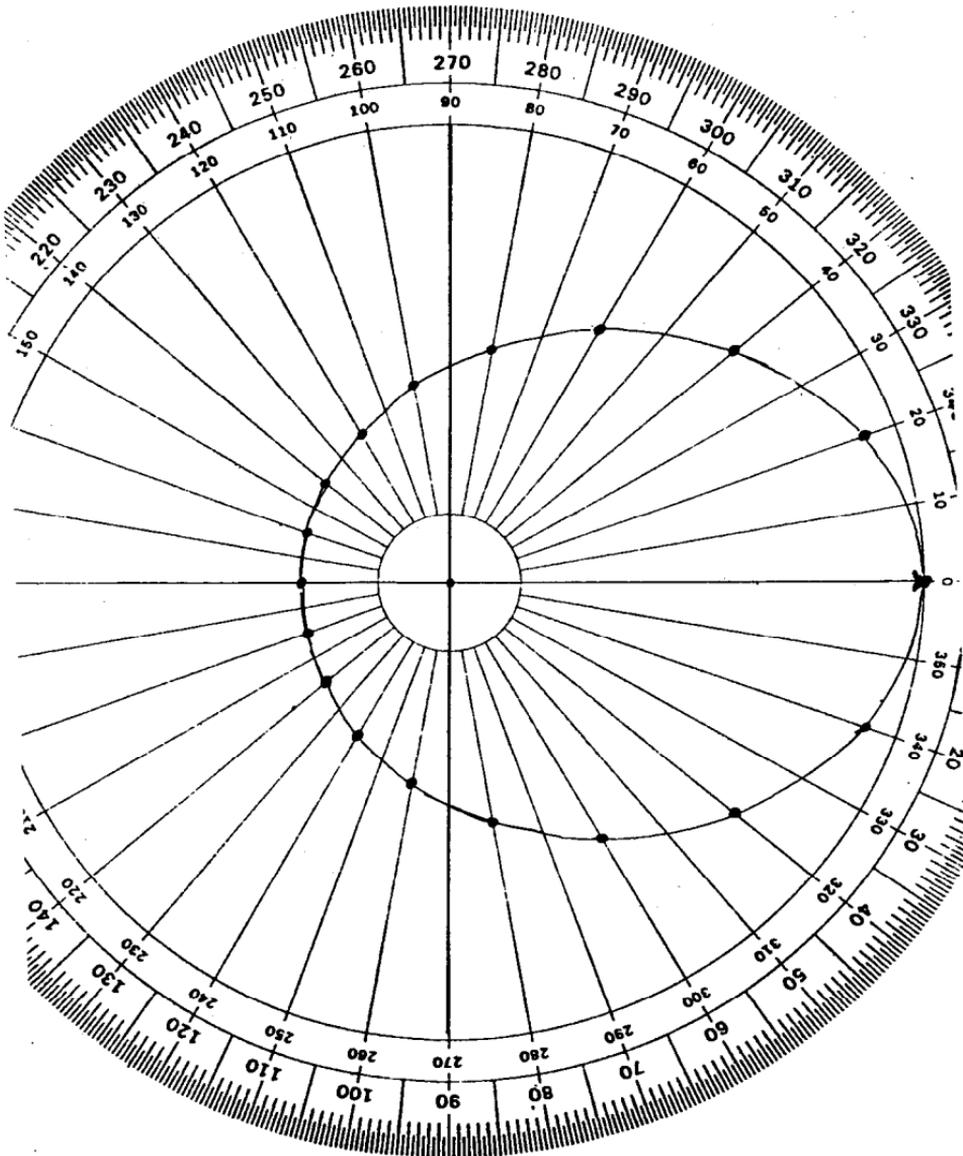
$$?A^3/\tau^2 = 3.045697\text{E}13 \quad (\text{calcul en mode calculatrice}).$$

$$\text{DEMI GRAND AXE} = 6.57917\text{E}+07$$

$$\text{PERIGEE} = 3.15834\text{E}+07$$

Nota : Sur cet exemple, on a choisi l'affichage pour des valeurs régulières des angles afin de faciliter la construction de la trajectoire. Pour l'étude de la loi des aires ou l'étude de la vitesse du corps sur sa trajectoire, on choisira l'affichage pour des valeurs régulières du temps.

4° CONSTRUCTION DE LA TRAJECTOIRE POINT PAR POINT.



5° RÉSULTATS OBTENUS PAR LA CLASSE.

$M_1 = 6E24 \text{ kg}$					
M_2	Apogée	Périgée	Période T	1/2 g ^d axe A	A^3/T^2
6E24	1E8	5.623E07	1.531E05	7.811E07	2.033E13
12E24	1E8	3.158E07	9.6697E04	6.579E07	3.0454E13
18E24	1E8	2.196E07	7.4727E04	6.098E07	4.0607E13
24E24	1E8	1.683E07	6.2663E07	5.841E07	5.0750E13
32E24	1E8	1.283E07	5.2841E04	5.642E07	6.4322E13
Loi : $M_2 = 5.91 \cdot 10^{11} \frac{A^3}{T^2} - 6 \cdot 10^{24}$					

$M_1 = 12E24 \text{ kg}$					
M_2	Apogée	Périgée	Période T	1/2 g ^d axe A	A^3/T^2
6E24	1E8	9.158E07	9.6697E94	6.579E07	3.0454E13
12E24	1E8	2.196E07	7.472E04	6.098E07	4.06152E13
18E24	1E8	1.683E07	6.266E04	5.842E07	5.07813E13
24E24	1E8	1.364E07	5.4875E04	5.682E07	6,0919E13
32E24	1E8	1.0895E07	4.784E04	5.545E07	7.4494E13
Loi : $M_2 = 5.905 \cdot 10^{11} \frac{A^3}{T^3} - 11.98 \cdot 10^{24}$					

$$M_2 = 5.91 \cdot 10^{11} \frac{A^3}{T^3} - M_1 = \frac{4 \pi^2}{K} \frac{A^3}{T^2} - M_1.$$

M^{me} JOANY, M. RICARD,
(Lycée de Muret).