Mesure de puissances avec un voltmètre

Les voltmètres électroniques à affichage numérique sont actuellement des appareils très répandus, beaucoup plus que le wattmètre ; ce dernier appareil présente, d'autre part, des défauts : impédance interne faible, incertitude élevée aux faibles $\cos \varphi$. En attendant que les wattmètres électroniques deviennent d'un prix raisonnable, il m'a semblé intéressant de proposer des nouvelles méthodes de mesure utilisant un voltmètre et des composants passifs.

LA METHODE DES TROIS VOLTMETRES.

J'ai été surpris de constater que l'on enseigne parfois cette méthode sans une critique suffisante. Elle constitue le point de départ de notre étude, je rappelle que l'on place une résistance R en série avec la charge Z dont on veut mesurer la puissance.

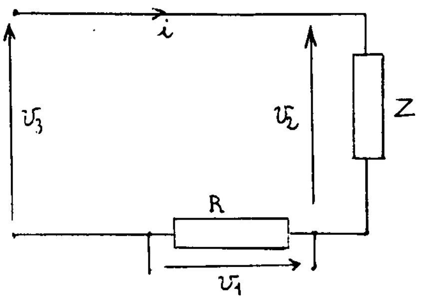


Fig. 1

En valeurs instantanées, on peut écrire :

$$v_3 = v_1 + v_2$$

d'où :

$$v_3^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\,v_1\,v_2.$$

La puissance instantanée dans la charge vaut :

$$p = v_2\,i = \frac{v_3^2 - v_1^2 - v_2^2}{2\,R}.$$

La puissance moyenne est :

$$P = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2\,R}.$$

où V_1, V_2, V_3 sont les valeurs efficaces des trois tensions.

CRITIQUE DE CETTE METHODE.

1) Il faut disposer en série avec la charge une résistance ayant une valeur du même ordre de grandeur que l'impédance de la charge (mesures impossibles pour les fortes puissances). L'incertitude sur la puissance a pour expression :

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{(V_1 + V_2 + V_3)\,\Delta V}{V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha}$$

où α est le facteur de puissance de la charge.

Les incertitudes de mesure sur V_1, V_2, V_3, sont supposées indépendantes, ΔV est l'incertitude absolue sur une mesure au voltmètre.

A puissance constante, $V_1 \cdot V_2 \cdot \alpha$ est constant, l'incertitude est minimale pour $V_1 = V_2$, donc pour $|Z| = R$.

2) Du fait de la résistance R, il ne sera pas possible de faire des mesures en alimentant le montage par la tension nominale de la charge.

3) Le voltmètre utilisé doit indiquer la valeur efficace, quelle que soit la forme du signal.

4) L'incertitude $\frac{\Delta P}{P}$ est d'autant plus grande que le facteur de puissance est faible.

5) Même avec un bon appareil, l'incertitude ΔV sur une mesure est importante car il faut tenir compte des fluctuations du réseau entre les mesures de V_1, V_2 et V_3.

Je me suis attaché à réduire les cinq inconvénients mis en évidence précédemment.

SUPPRESSIONS DES INCONVENIENTS 1 ET 2.

Dans le montage (fig. 2), *r* est un shunt choisi pour permettre une mesure suffisamment précise du courant avec la charge et le voltmètre utilisé, R_1 est une résistance fixe (1 MΩ par exemple), R_2 est une résistance variable que l'on ajuste pour que $V_2 = V_1$ (en valeurs efficaces). On est alors dans les meilleures conditions de mesure.

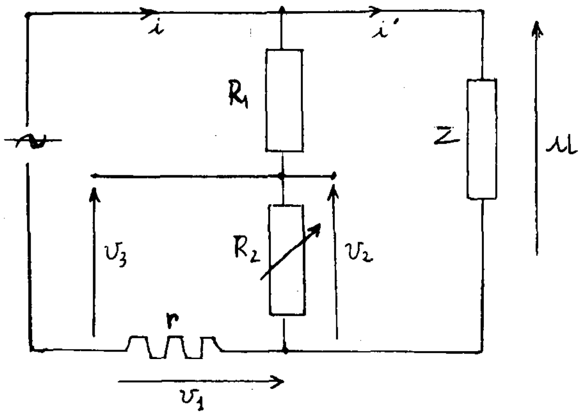


Fig. 2

v_2 est une image réduite de la tension u aux bornes de la charge. On néglige le courant dérivé dans R_1 et R_2 et la chute de tension dans r.

$$i' = i$$

$$v_3^2 = (v_1 + v_2)^2$$

$$v_3^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\, v_1\, v_2$$

$$p = ui = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) v_2\, i$$

$$p = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{v_1 \cdot v_2}{2}$$

$$p = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{v_3^2 - v_1^2 - v_2^2}{2\, r}.$$

D'où, en passant aux valeurs moyennes :

$$P = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{V_3^2 - V_2^2 - V_1^2}{2\, r}.$$

Etant donné que les valeurs efficaces V_1 et V_2 sont égales :

$$P = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{V_3^2 - 2\, V_1^2}{2\, r}.$$

Si U est mesurée, il n'est pas nécessaire de connaître R_1 et R_2 car :

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) V_1 = U$$

donc :

$$\boxed{P = \frac{U}{V_1} \cdot \frac{V_3^2 - 2\,V_1^2}{2\,r}}$$

On dispose donc d'un montage très simple (un potentiomètre et une résistance). Les seuls éléments de précision sont le shunt et le voltmètre. Celui-ci doit mesurer les valeurs efficaces, et avoir une grande impédance interne.

SI LA TENSION D'ALIMENTATION EST SINUSOIDALE.

On va alors pouvoir faire des mesures avec un appareil ordinaire, donnant la valeur efficace en régime alternatif sinusoïdal. Pour cela, on utilise le fait que la puissance dissipée dans une charge non linéaire a pour expression :

$$P = U\,I_1 \cos \varphi_1$$

où U est la valeur efficace de la tension, I_1 et φ_1 sont respectivement la valeur efficace et le déphasage du terme fondamental de la décomposition en série de Fourier du courant.

Le montage utilise un filtre R, L, C de bon coefficient de qualité, accordé sur la fréquence du réseau.

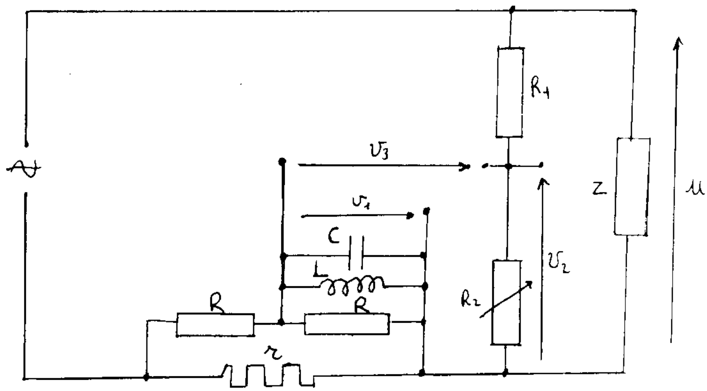


Fig. 3

On place en série avec le circuit oscillant parallèle une résistance égale à la résistance équivalente parallèle du circuit oscillant. On obtient ainsi un filtre sélectif ayant un gain 0,5 à la fréquence du réseau.

v_1, v_2, et v_3 sont sinusoïadux. On règle R_2 pour que $V_1 = V_2$.

Le fondamental de v_1 a une valeur deux fois plus faible avec le filtre. Par rapport au montage de la figure 2, la résistance r apparaît divisée par deux :

donc :

$$\boxed{P = \frac{U}{V_1} \cdot \frac{V_3^2 - 2\,V_1^2}{r}.}$$

PROCEDE DE MESURE POUR LES FAIBLES VALEURS DE COS φ.

La tension d'alimentation est supposée sinusoïdale.

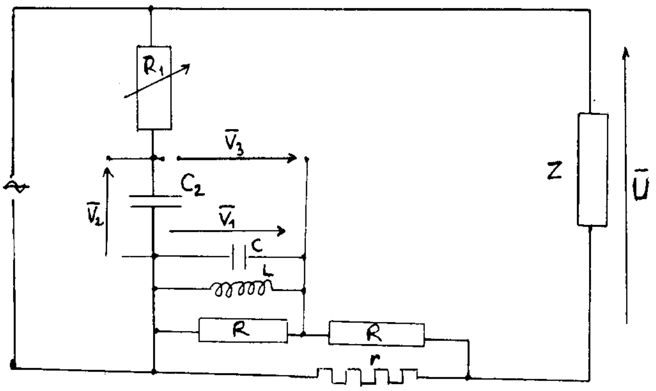


Fig. 4

$\overline{V}_1$ est en phase avec $\overline{I}$ (résonance).

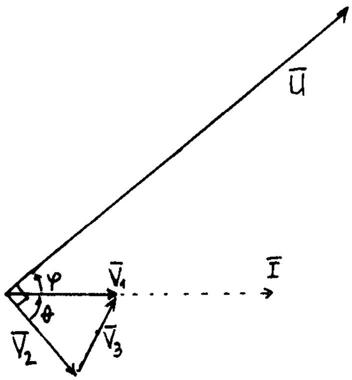
On règle la tension aux bornes de C_2 pour que cette tension V_2 soit en module égale à V_1.

Dans ces conditions : $V_2 \ll U$ et $\overline{V}_2 \perp \overline{U}$.

Le diagramme montre que :

$$V_3 = 2\,V_1 \sin\frac{\vartheta}{2}, \left(\vartheta + \varphi = \frac{\pi}{2}\right)$$

φ est le déphasage de $\overline{U}$ par rapport à $\overline{I}$.



d'où :

$$V_3 = 2\, V_1 \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$= V_1\sqrt{2}\left(\cos\frac{\varphi}{2} - \sin\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{V_3}{V_1} = \sqrt{1 + \cos\varphi} - \sqrt{1 - \cos\varphi}$$

$$\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2 = 2 - 2\sqrt{1 - \cos^2\varphi}$$

$$\cos\varphi = \frac{V_3}{V_1}\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2}$$

$$\boxed{P = 2\, U\, \frac{V_3}{r}\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^2}}$$

Le terme sous le radical est proche de 1 pour les faibles valeurs de $\cos\varphi$. Il vaut 1,005 pour $\cos\varphi = 0{,}2$.

V_3 variant dans le même sens que $I \cos\varphi$, la précision reste bonne même pour les faibles facteurs de puissance.

L'inconvénient n° 5 peut être atténué en réalisant l'égalité de V_1 et V_2 par une méthode de zéro.

Si v_1 et v_2 ont la même forme, on peut comparer leurs valeurs maximales avec le voltmètre.

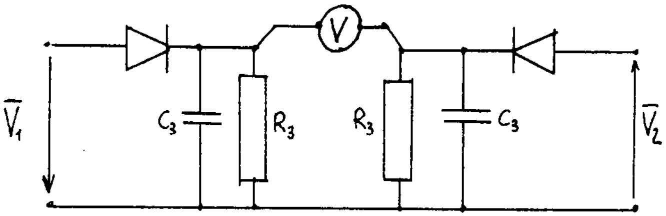


Fig. 5

Le montage ne doit pas perturber les valeurs à comparer.

Nous l'avons essayé avec $C_3 = 0{,}47\ \mu F$; $R_3 = 820\ k\Omega$.

Le voltmètre avait une impédance interne de $10\ M\Omega$.

Quand la charge est non linéaire, ce système ne peut s'appliquer qu'aux montages des figures 3 et 4, avec une tension d'alimentation sinusoïdale.

J.-P. BERNIER,
(L.T.E. J.-Perrin - Marseille).