

Autosynchronisation d'une machine synchrone

INTRODUCTION.

Dans les cours d'Electronique, les phénomènes liés à l'auto-synchronisation (accrochage) d'une machine synchrone démarrée en asynchrone sont cités rapidement et laissent souvent une impression vague à l'élève électrotechnicien ou à l'étudiant. Aussi, à partir des connaissances de *base* sur les machines synchrones et asynchrones, nous avons rappelé l'équation fondamentale du mouvement du rotor dans l'espace tournant.

Nous avons volontairement omis des termes correctifs transitoires sans dénaturer le problème afin de garder à cette équation sa forme non linéaire pendulaire que l'on rencontre à propos d'autres phénomènes physiques et ainsi élargir l'intérêt de cet exposé.

Après une approche qualitative du problème que l'on ferait sans moyens puissants de calcul, nous proposons un organigramme de traitement de l'équation et le tracé des résultats dans le plan de phase.

Un calculateur analogique nous aurait simplifié fortement le travail, mais comme il fait défaut à notre équipement, c'est l'ordinateur que nous avons utilisé.

Première partie

ETUDE QUALITATIVE DE LA SYNCHRONISATION D'UN MOTEUR SYNCHRONE

I. LE COUPLE ELECTROMAGNETIQUE DES MACHINES SYNCHRONES ET ASYNCHRONES.

I.1. Moteur synchrone triphasé.

Il comporte :

- un stator portant trois enroulements « triphasés d'espace » dont les axes sont distants entre eux de l'angle électrique $2\pi/3$,
- un rotor sur lequel sont fixés les pôles inducteurs alimentés en courant continu : c'est la roue polaire.

Le stator est alimenté par trois courants « triphasés de temps », équilibrés. D'après le théorème de FERRARIS, ils créent une force magnétomotrice d'entrefer tournante à la vitesse angulaire $\Omega_s = w_s/p$ (w_s : pulsation des courants statoriques, p : nombre de paires de pôles des enroulements triphasés et de la roue polaire); elle est équivalente à celle que fournirait une roue polaire fictive de p paires de pôles, alimentée en courant continu et tournant à la vitesse Ω_s .

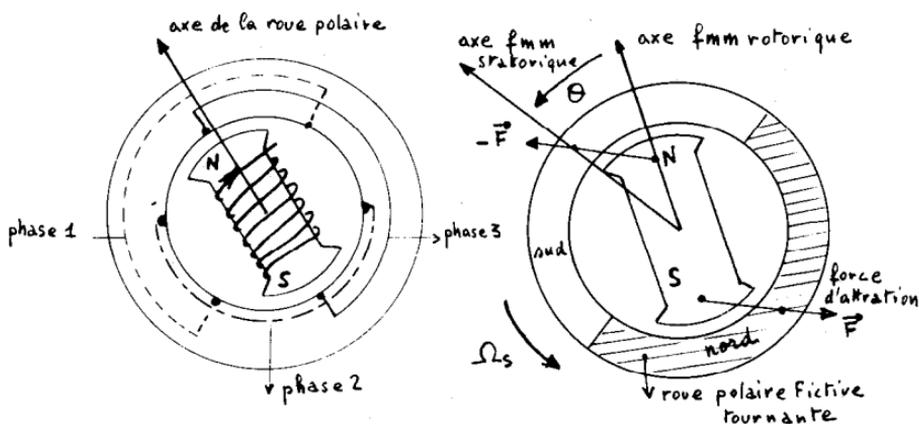


Fig. 1. — Représentation bipolaire.

Les pôles de la roue polaire fictive défilent devant ceux de la roue polaire à l'arrêt et le couple s'exerçant sur celle-ci est en moyenne nul : le moteur synchrone ne peut démarrer sans artifices.

Pour qu'un couple indépendant du temps agisse sur la roue polaire, l'angle θ entre les axes des deux forces magnétomotrices statorique et rotorique doit être constant ; donc, la roue polaire ne peut, en régime permanent, tourner qu'à la vitesse de synchronisme Ω_s .

En utilisant les résultats connus pour l'action d'une induction sur un aimant, le couple électromagnétique synchrone est proportionnel à $\sin \theta$.

Dans les hypothèses du diagramme synchrone :

machine à pôles lisses, non saturée,

résistance par phase négligeable par rapport à la réactance synchrone.

Le schéma équivalent par phase est :

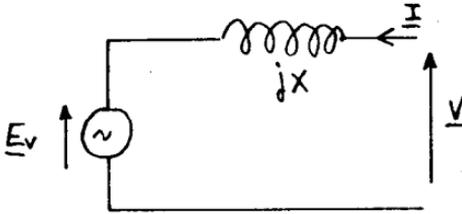


Fig. 2

E_v est la force électromotrice induite par phase statorique, X est la réactance synchrone, manifestation de la réaction magnétique d'induit.

On en déduit le diagramme synchrone :

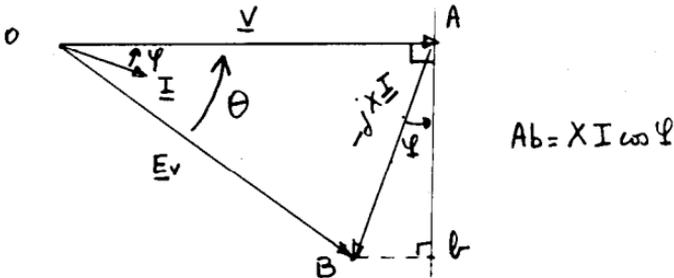


Fig. 3

On montre que l'angle θ est aussi l'angle entre V et E_v .

Calculons le couple électromagnétique :
soit P la puissance absorbée :

$$P = 3 V I \cos \varphi = 3 V (Ab)/X$$

Ab est aussi $E_v \sin(\theta)$

$$\text{d'où : } P = 3 \frac{V E_v}{X} \sin(\theta)$$

P est convertie par la machine en puissance mécanique $C_{es} \Omega_s$, où C_{es} est le couple électromagnétique synchrone ; soit donc :

$$C_{es} = 3 \frac{V E_v \sin(\theta)}{X \Omega_s} = C_M \sin(\theta)$$

C_M est constant en régime établi, à tension d'alimentation, à courant inducteur et à pulsation constants.

1.2. Moteur asynchrone triphasé.

Le stator, alimenté en triphasé, crée une *f.m.m.* tournante.

Les enroulements statoriques et rotoriques sont triphasés « d'espace » et ont le même nombre de paires de pôles. Les enroulements rotoriques étant en court-circuit, ils doivent être parcourus par des courants induits pour qu'il y ait un couple sur le rotor ; donc celui-ci ne peut tourner qu'à une vitesse différente (Ω) de la vitesse de synchronisme de la force magnéto-motrice statorique.

Les deux *f.m.m.* statorique et rotorique tournent à la même vitesse Ω_s par rapport au stator et font entre elles, en régime permanent, un angle constant comme dans le cas du moteur synchrone.

On montre que pour Ω proche de Ω_s , le couple électromagnétique asynchrone a pour expression :

$$C_{ea} = K(\Omega_s - \Omega)$$

II. ACCROCHAGE D'UN MOTEUR SYNCHRONE DEMARRE EN ASYNCHRONE.

Le rotor bobiné du moteur synchrone, en court-circuit, possède les propriétés de celui du moteur asynchrone, et ainsi il peut démarrer en asynchrone. Afin d'éviter un appel de courant trop fort, la tension d'alimentation est réduite par un procédé classique (inductances, autotransformateur) ; pour augmenter le couple au démarrage, on insère en série avec l'inducteur une résistance qui sera réduite progressivement au cours du démarrage ; au voisinage du régime permanent, on réglera la tension à sa valeur nominale.

Ce type de démarrage ne met en jeu qu'un couple moteur peu élevé, aussi il convient pour un démarrage à vide ou avec un couple résistant $-C_r$, assez faible.

Pour un moteur à pôles saillants muni d'amortisseurs, ceux-ci interviennent en grande partie dans la valeur du couple électromagnétique.

A la fin du démarrage, la vitesse angulaire se stabilise à une vitesse Ω légèrement inférieure à Ω_s .

Le phénomène que nous voulons étudier est celui de l'auto-synchronisation du moteur à partir du régime asynchrone permanent lorsqu'on alimente l'inducteur en courant continu.

II.1. Mise en équation de l'autosynchronisation.

HYPOTHÈSES : dans la phase « d'accrochage » du moteur sur la vitesse de synchronisme,

a) les transitoires électriques sont plus rapides que les transitoires mécaniques, on admet donc que les équations des couples : $C_{ea} = K(\Omega_s - \Omega)$ et $C_{es} = C_M \sin(\theta)$ sont valables à chaque instant.

Il est possible de compliquer ces relations en tenant compte des réactances transitoires, elles modifient sensiblement les caractéristiques mais elles n'influencent pas sur la méthode d'étude,

b) le couple résistant $-C_r$ est constant,

c) le moment d'inertie de la partie tournante est J par rapport à l'axe du rotor. La machine est bipolaire : $p = 1$.

NOTATION :

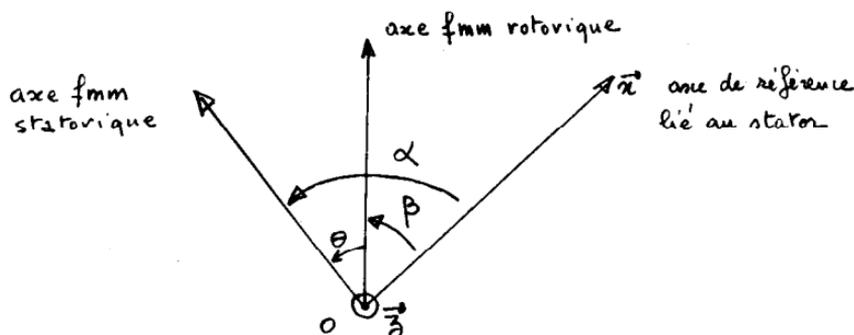


Fig. 4. — Machine bipolaire, espace électrique.

$$\alpha = \Omega_s t, \quad \frac{d\alpha}{dt} = \Omega_s = \text{cste}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \Omega(t)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \Omega_s - \Omega(t).$$

RELATION FONDAMENTALE :

Somme des couples sur le rotor par rapport à l'axe $Oz = 0$:

$$-J \frac{d\Omega}{dt} + C_{ea} + C_{es} - C_r = 0 \quad (1)$$

EN RÉGIME ASYNCHROME PERMANENT : $\Omega = \text{cste}$:

$$C_{es} = 0, \quad \frac{d\Omega}{dt} = 0, \quad C_{ea} = K \frac{d\theta}{dt} = C_r.$$

PHASE D'ACCROCHAGE :

soit $t = 0$, l'instant où on alimente en continu l'inducteur ; on admet que le courant s'établit très rapidement ; pour $t \geq 0$ l'évolution de θ est solution de l'équation (1) dans l'espace tournant :

$$\boxed{J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + K \frac{d\theta}{dt} + C_M \sin(\theta) = C_r} \quad (1)$$

CONDITIONS INITIALES :

$$\frac{d\theta}{dt} (0+) = C_r/K$$

$$\theta(0+) = \theta_0 \text{ quelconque entre } -\pi \text{ et } +\pi.$$

Remarque sur l'équation pendulaire.

Si on se place dans l'hypothèse suivante :

$$\theta \text{ proche de } 0, \text{ ainsi que } \theta_0 = \text{Arc sin}(C_r/C_M)$$

et faible vitesse initiale.

(1) devient :

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + K \frac{d\theta}{dt} + C_M \theta = C_r$$

dont le discriminant est négatif :

$$K^2 - 4JC_M = -w^2$$

alors :

$$\theta = \theta_e + A e^{-Kt/2J} \cos(\omega t + \varphi).$$

A et φ sont les constantes d'intégration dépendant des conditions initiales.

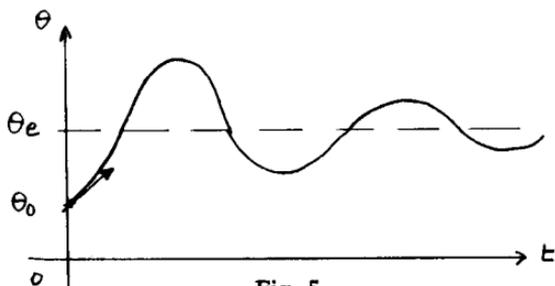


Fig. 5

Conclusion.

Dans les conditions de couple résistant faible (fonctionnement à vide) et de décalage initial ϑ_0 proche du décalage d'équilibre ϑ_e , le moteur se synchronise par un mouvement oscillatoire amorti dans l'espace tournant.

II.2. Discussion de l'autosynchronisation.

On cherche à montrer que, selon la valeur de ϑ_0 , le moteur « accroche » sur le synchronisme, ou bien, ϑ devenant une fonction monotone de t , le couple moyen synchrone s'annule et conduit à la perte du synchronisme.

II.2.1. RÉGIME SYNCHRONE DÉFINITIF.

Si un point de fonctionnement stable est atteint :

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = 0, \quad \frac{d\vartheta}{dt} = 0 \quad \text{et} \quad \sin \vartheta = C_r/C_M.$$

Soient $\vartheta_e = \text{Arc sin}(C_r/C_M)$ et $\pi - \vartheta_e$, les angles de décalage à l'équilibre ; seule la valeur ϑ_e est stable.

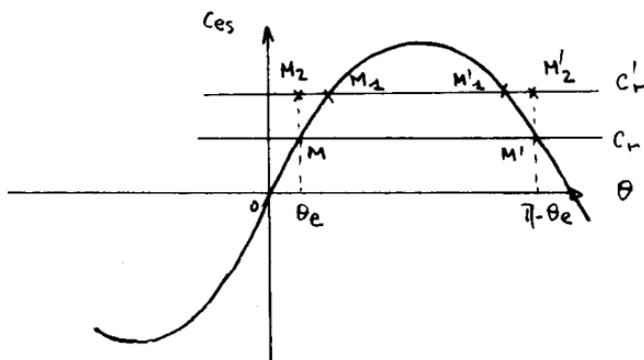


Fig. 6

En effet, supposons à $t = t_0$, une variation instantanée du couple C_r , soit une nouvelle valeur C'_r supérieure à C_r ; la vitesse ne variant pas instantanément, l'équation (1) donne à l'instant t_{0+} :

$$J \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + K \cdot 0 + C_M \sin \vartheta_e = C'_r$$

$$MM_2 = M'M'_2 = J \frac{d^2\vartheta}{dt^2} = C'_r - C_M \sin \vartheta_e > 0$$

donc, $J \frac{d\Omega}{dt}$ est négatif, Ω va décroître et ϑ augmentera.

Par conséquent :

M et M_2 tendent vers M_1 (stabilité),
 M' et M'_2 s'éloignent de M'_1 (instabilité).

II.2.2. MOUVEMENT DU ROTOR DANS L'ESPACE TOURNANT.

On étudie le mouvement du rotor dans le plan (couple, décalage électrique ϑ); en posant $y = C_r - K \frac{d\vartheta}{dt}$, on propose une construction de la courbe $y = y(\vartheta)$.

Soit N le point de coordonnées ϑ, y .

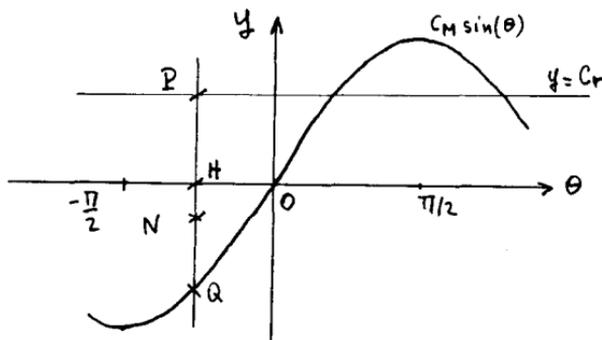


Fig. 7

$$\begin{array}{l}
 a) \quad \left. \begin{array}{l} OH = \vartheta, \quad HN = y = C_r - K \frac{d\vartheta}{dt} \\ HP = C_r \end{array} \right\} \Rightarrow NP = K \frac{d\vartheta}{dt}
 \end{array}$$

le signe de $\frac{d\vartheta}{dt}$ est celui de NP ,

$$b) \quad QN = HN - HQ = C_r - K \frac{d\vartheta}{dt} - C_M \sin \vartheta = J \frac{d^2 \vartheta}{dt^2},$$

le signe de $\frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$ est celui de QN .

Conclusion.

Lorsque $NP = 0$, soit N sur $y = C_r$, $\frac{d\theta}{dt} = 0$, un extrémum de $\theta(t)$ est en N , le graphe $y(\theta)$ a une tangente verticale.

Lorsque $QN = 0$, soit N sur $y = C_M \sin \theta$, $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$, $\frac{d\theta}{dt}$ et y présentent un extrémum en N ; la courbe $y(\theta)$ a une tangente horizontale.

De ces propriétés graphiques, on peut déduire deux cas selon la valeur initiale de θ , et les valeurs de C_r et de J .

A l'instant $t = 0$, N est en $A(\theta = \theta_0, y = 0)$.

Courbe n° 1.

Le graphe $y(\theta)$ s'enroule autour du point M et le mouvement du rotor est oscillatoire amorti.

Courbe n° 2.

Le graphe $y(\theta)$ n'atteint jamais l'axe $y = C_r$:

$$C_r - K \frac{d\theta}{dt} < C_r \quad \text{soit} \quad K \frac{d\theta}{dt} > 0$$

θ croît de façon monotone et le rotor perd le synchronisme.

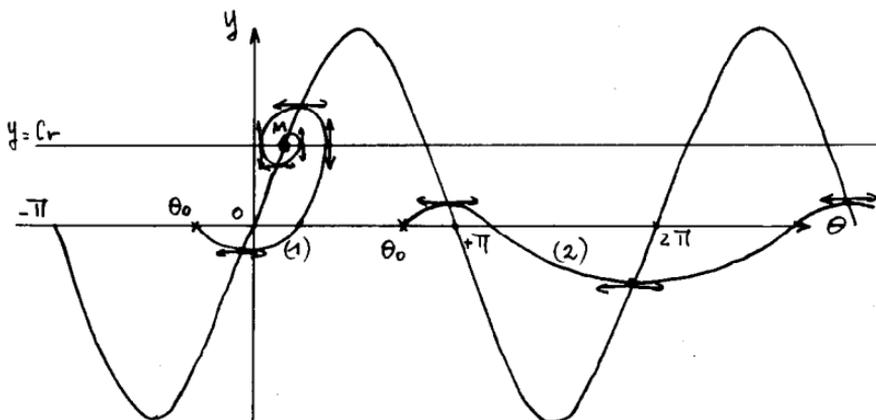


Fig. 8

Analyse de la courbe n° 1

départ en A :

$$QA > 0, \frac{d^2\theta}{dt^2} > 0 \Rightarrow d\theta/dt \nearrow, y \searrow, \Omega \downarrow.$$

$$\frac{d\theta}{dt} > 0 \Rightarrow \theta \nearrow, \text{ la vitesse du rotor diminue, } \theta \text{ croît,}$$

au point B :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0, \text{ extrémum de } y; \frac{d\theta}{dt} \text{ positif} \Rightarrow \theta \nearrow$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} \text{ devient négatif, } \frac{d\theta}{dt} \searrow, y \nearrow; \text{ la vitesse du rotor croît,}$$

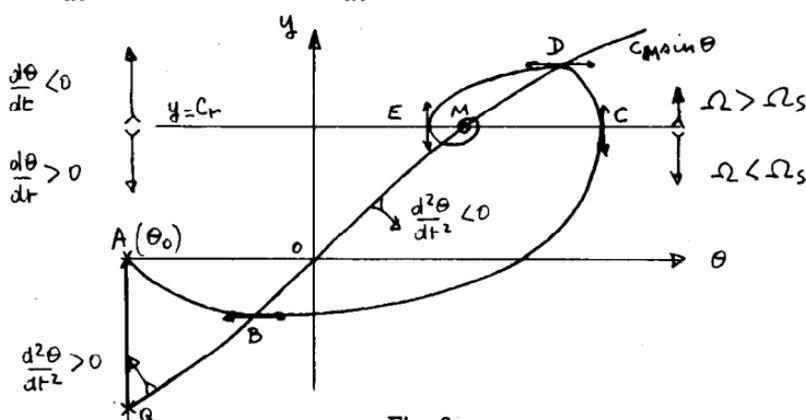


Fig. 9

au point C :

$$\frac{d\theta}{dt} = 0, \text{ extrémum de } \theta, \Omega = \Omega_s;$$

Au-delà, $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ est encore négatif, $\frac{d\theta}{dt}$ continue à décroître en changeant de signe; $y \nearrow, \theta \searrow$, la vitesse du rotor augmente encore,

au point D :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0, \text{ extrémum de } y; \frac{d^2\theta}{dt^2} \text{ va devenir positif}$$

$$\frac{d\theta}{dt} \text{ négatif va croître et } \theta \searrow; \text{ le rotor ralentit,}$$

... et ainsi de suite, on s'aperçoit que la spirale s'enroule autour de M.

Analyse de la courbe n° 2

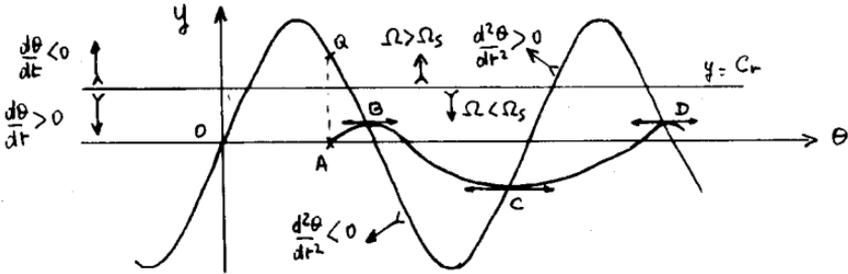


Fig. 10

au point A :

$$QA < 0, \frac{d^2\theta}{dt^2} < 0, \frac{d\theta}{dt} \searrow \Rightarrow y \nearrow; \frac{d\theta}{dt} > 0, \theta \nearrow,$$

au point B :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 : \text{extrémum de } y$$

$$\frac{d\theta}{dt} > 0, \theta \nearrow; \frac{d^2\theta}{dt^2} \text{ devient positif, } \frac{d\theta}{dt} \nearrow \text{ et } y \searrow.$$

Au-delà, $d\theta/dt$ reste positif, θ croît et le synchronisme ne se réalise pas.

II.3. Résultats.

P. BARRET, dans son cours d'Electronique de SUP-ELEC, cite la relation (2) :

$$\frac{C_r}{K} < a \sqrt{\frac{C_M}{J}} \quad (a \approx 1)$$

qui doit être satisfaite pour que θ converge toujours vers une valeur constante.

A l'aide du traitement numérique de l'équation (1), nous avons mis en évidence trois possibilités de réponses conformes à la relation (2).

1. L'autosynchronisation est toujours possible (tracé n° 1).

Selon la valeur de θ_0 , elle s'effectue sur θ_e ou sur $\theta_e + 2\pi$.

Jeu de valeurs numériques.

$J = 1,2 \text{ kgm}^2, C_r = 20 \text{ mN}, C_M = 92 \text{ mN}, K = 3,44 \text{ mNs/rd.}$

L'inégalité (2) est satisfaite, elle correspond à de faibles valeurs de J et de C_r .

L'écart entre le couple de rappel maximal C_M et C_r est suffisamment important pour ramener le rotor vers une position d'équilibre dans l'espace tournant.

2. L'autosynchronisation est incertaine (*tracé n° 2*).

L'accrochage en $\vartheta_e + 2\pi$ ne se produit plus; l'inégalité (2) n'est pas satisfaite.

Jeu de valeurs numériques.

$J = 1,2 \text{ kgm}^2$, $C_r = 40 \text{ mN}$, $C_M = 92 \text{ mN}$, $K = 3,44 \text{ mNs/rd}$.

La vitesse initiale est plus élevée (deux fois plus importante); l'écart entre C_M et C_r est diminué. Seules, les valeurs de ϑ_0 au voisinage de ϑ_e conduisent à l'autosynchronisation :

$$\vartheta_{L1} < \vartheta_0 < \vartheta_{L2}.$$

Un programme destiné à calculer ϑ_{L1} et ϑ_{L2} , à 0,017 rd près, donne le résultat suivant :

$$\vartheta_{L1} = -1,623 \text{ rd}; \quad \vartheta_{L2} = 1,274 \text{ rd}.$$

La précision n'est pas calculable, car elle est fortement liée à la propagation des erreurs « machine » difficilement contrôlables. Ainsi, pour la borne supérieure, nous avons trouvé par un essai direct, une convergence pour $\vartheta_0 = 1,305$ et une divergence pour $\vartheta_0 = 1,308$.

3. L'autosynchronisation est impossible (*tracé n° 3*).

On augmente, par rapport au cas précédent, le moment d'inertie de la charge : $J = 2,4 \text{ kgm}^2$.

L'inégalité (2) est de moins en moins satisfaite. L'inertie et la vitesse initiale sont trop fortes pour que le couple de rappel puisse avoir l'effet souhaité.

Deuxième partie

SIMULATION NUMERIQUE DU PROBLEME

I. TRACE DE LA COURBE $y(\vartheta)$.

1.1. Le type de l'équation (1) permet une *résolution sous la forme* :

$$\frac{d\vartheta}{dt} = g(\vartheta).$$

En effet :

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{d}{dt} [g(\vartheta)] = g'(\vartheta) \frac{d\vartheta}{dt} = g'(\vartheta) \cdot g(\vartheta)$$

donc (1) s'écrit :

$$J g'(\vartheta) \cdot g(\vartheta) + K g(\vartheta) + C_M \sin \vartheta = C_r$$

ce qui équivaut à :

$$\frac{dg}{d\vartheta} = \frac{C_r - K g - C_M \sin \vartheta}{J g} = F_1(\vartheta, g); \text{ pour } g \neq 0$$

ou :

$$\frac{d\vartheta}{dg} = F_2(g, \vartheta) \text{ pour } g = 0.$$

1.2. Simulation numérique de la courbe $\frac{d\vartheta}{dt} = g(\vartheta)$.

L'équation est traitée par la MÉTHODE D'EULER [réf. 3], qui fournit une approximation graphique de la solution; l'une des deux expressions suivantes est utilisée :

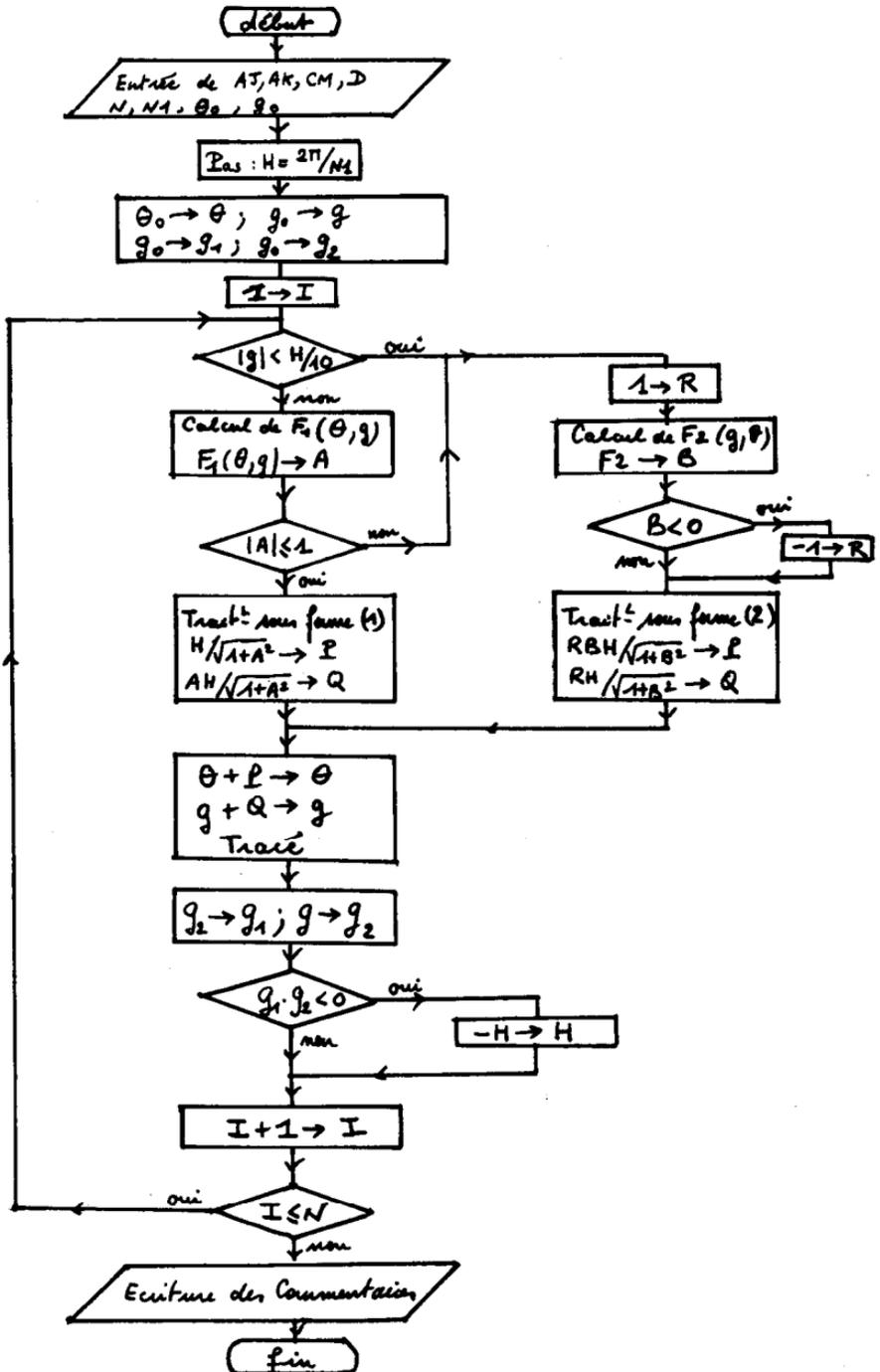
$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \frac{dg}{d\vartheta} = F_1(\vartheta, g) \\ g(\vartheta_0) = g_0 \text{ (connu)} \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vartheta}{dg} = F_2(g, \vartheta) \\ \vartheta(g \text{ initial}) = \vartheta_{init}. \end{array} \right.$$

Comme l'organigramme le montre, les deux formes précédentes ont été nécessaires car l'utilisation de la seule forme (1) conduit à des ennuis au voisinage des points pour lesquels $g = 0$ (dénominateur nul).

A partir de l'organigramme de traitement, un programme de tracé a été écrit en FORTRAN IV; son exploitation au laboratoire de calcul de l'ENSAM de Lille, équipé d'un ordinateur Philips P880 et d'un traceur Benson 1222, a permis l'obtention des tracés 1, 2, 3.

Une exploitation sur des matériels plus simples est possible; des essais préalables ont été entrepris sur un HP 9825A associé au traceur HP 7225A.

I.3. Organigramme de traitement.

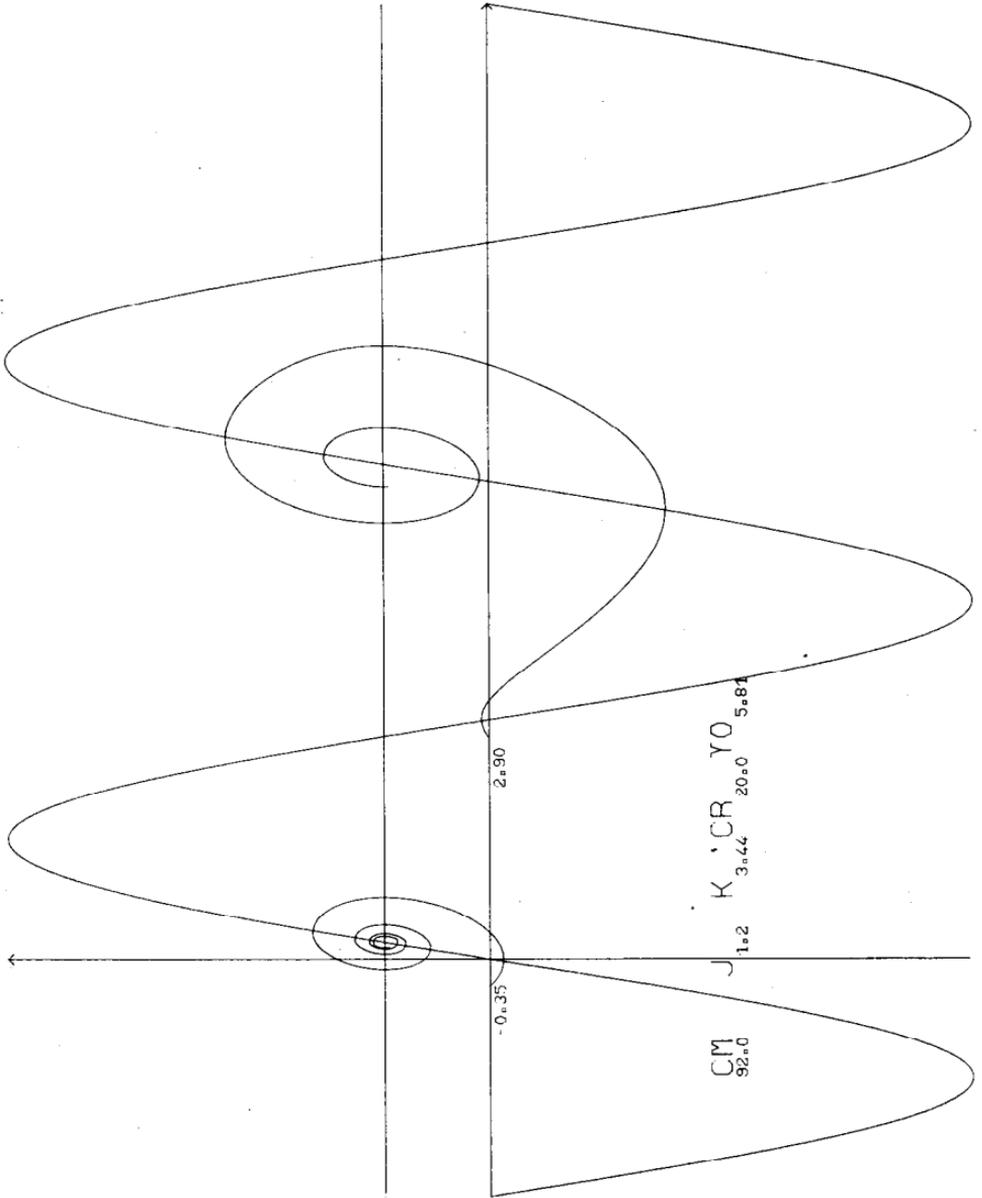


1.4. Correspondance entre les notations de l'organigramme et celles du problème.

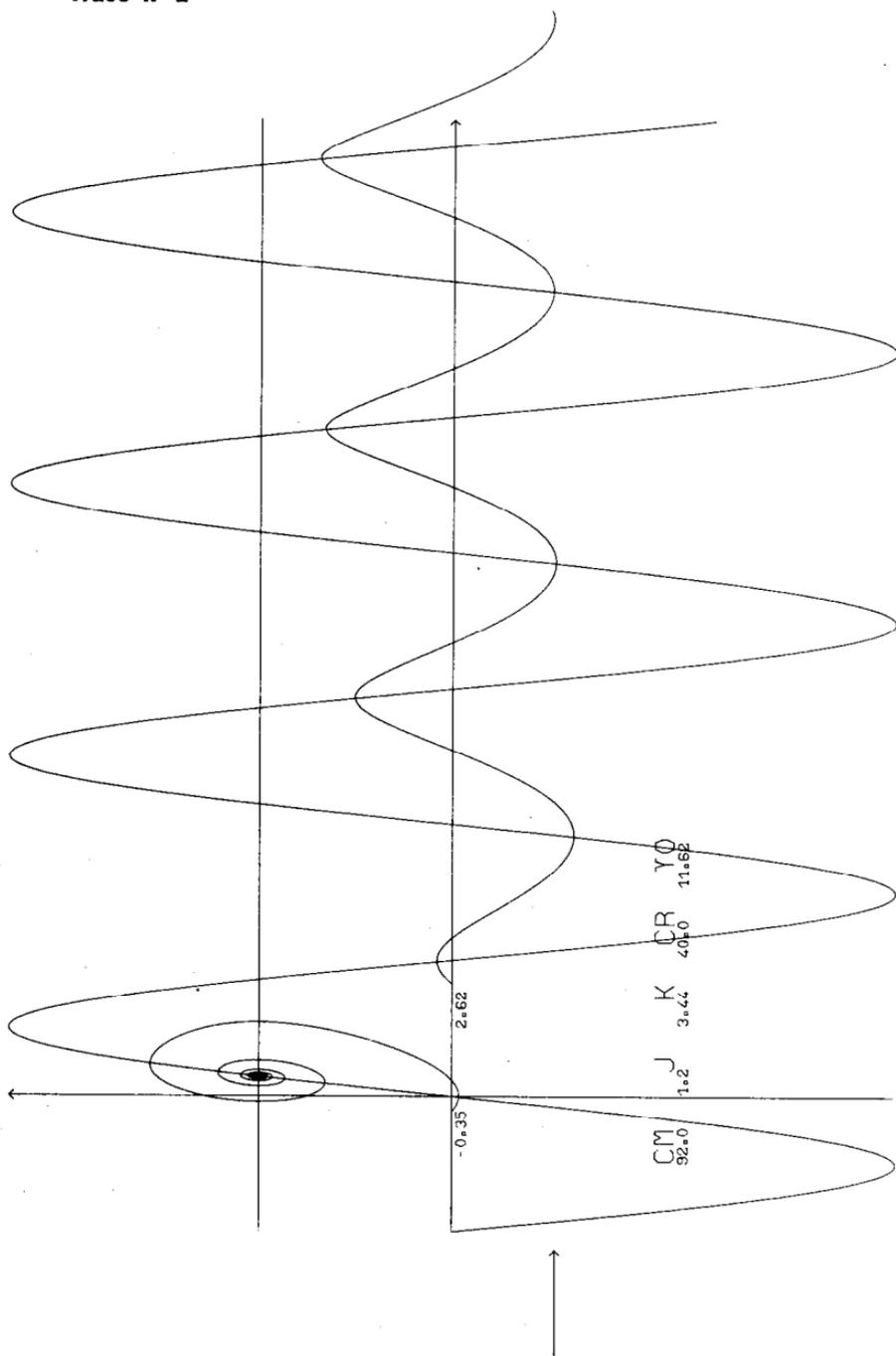
Problème	Organigramme	
J	AJ	
K	AK	
C _M	CM	couple maximal
C _N	D	couple résistant
	N	Nb de points calculés
	N ₁	sert à définir le pas
	H	pas : $H = 2\pi/N_1$
ϑ_0	ϑ_0	abscisse initiale XO
g_0	g_0	$\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_0$ • ordonnée initiale YO
ϑ	ϑ	abscisse
g	g	ordonnée
	P	variation abscisse
	Q	variation ordonnée
	g_1	} sauvegarde des deux } ordonnées précédentes
	g_2	
	I	numéro du point calculé
	R	registre auxiliaire (indispensable pour tracer les « spirales »)

II. RESULTATS GRAPHIQUES (tracés 1, 2, 3).

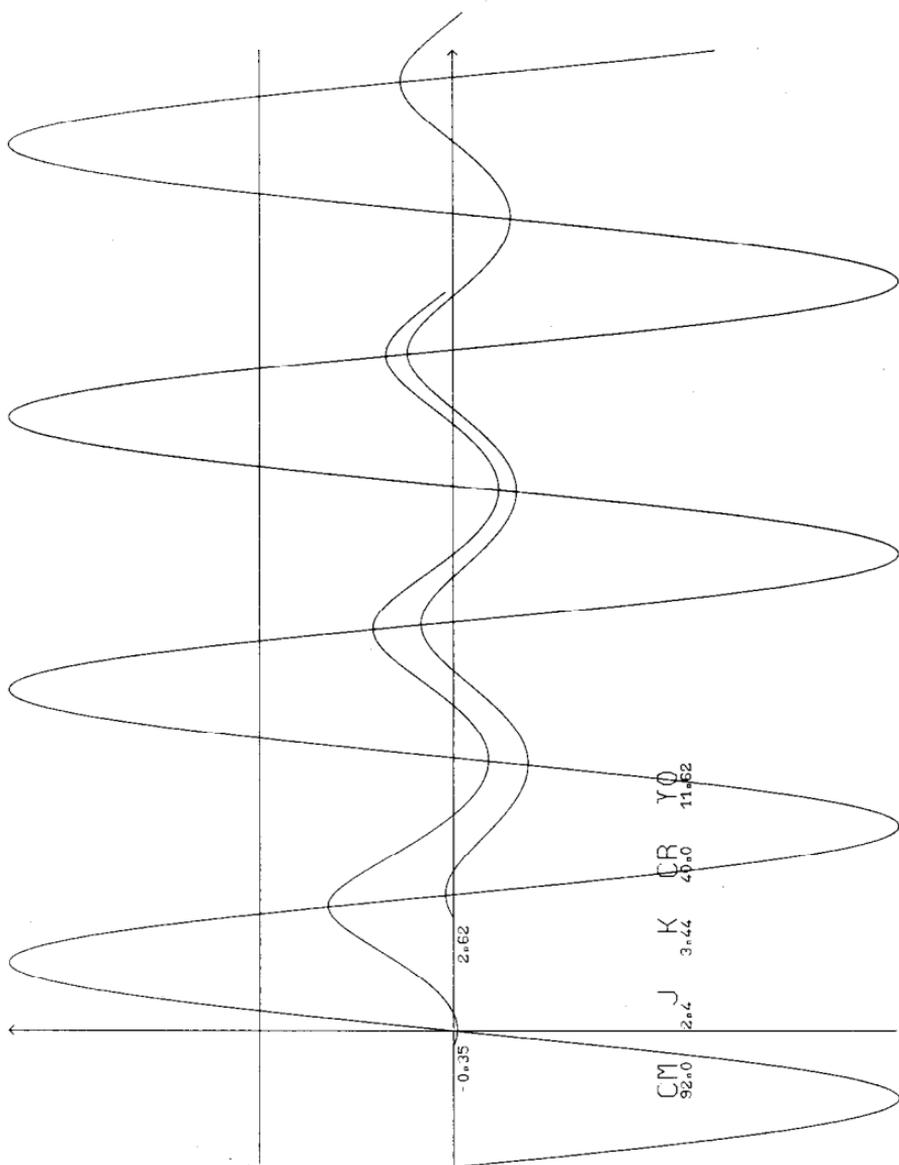
Tracé n° 1



Tracé n° 2



Tracé n° 3



Une adaptation rapide de la méthode graphique a permis le tracé dans un même repère des quatre courbes :

$$y = C_M \sin \vartheta, \quad y = C_r, \quad y = C_r - K \frac{d\vartheta}{dt}$$

pour deux valeurs initiales ϑ_0 différentes.

Dans tous les cas, on a pris : $\left(\frac{d\vartheta}{dt} \right)_0 = C_r/K.$

III. DETERMINATION DE LA PLAGE $[\vartheta_{L1}, \vartheta_{L2}] \subset [-\pi, \pi]$ DES VALEURS ϑ_0 POUR LESQUELLES L'ACCROCHAGE A LIEU.

III.1. Dès que $d\vartheta/dt = 0$, l'accrochage est certain. Aussi une méthode — peu élégante et liée au nombre de points calculés — de recherche de la plage $\vartheta_{L1}, \vartheta_{L2}$ consiste à traiter un grand nombre de fois l'organigramme I.3. par un balayage sur ϑ_0 , $(d\vartheta/dt)_0 = C_r/K$ étant fixé.

ϑ_{L1} est le premier ϑ_0 rencontré pour lequel $d\vartheta/dt$ s'annule.

ϑ_{L2} est le dernier ϑ_0 rencontré pour lequel $d\vartheta/dt$ s'annule.

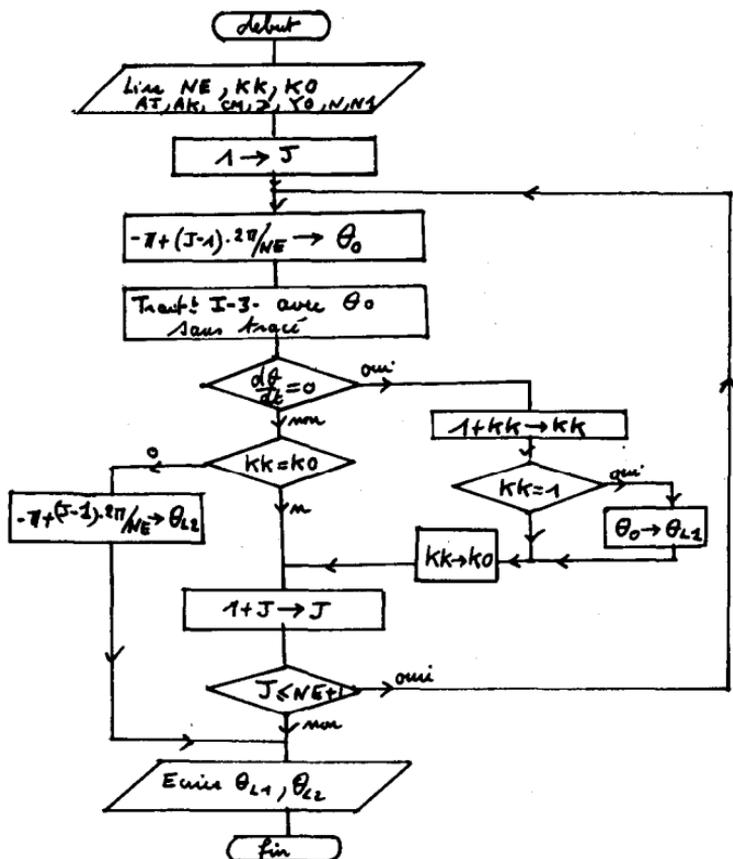
La longueur du programme dépend du nombre de points N et du pas H ; pour des raisons pratiques : $N = 1000$, $H = 2\pi/100$.

III.2. Adaptation de l'organigramme I.3. (voir page 24).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] *Régimes transitoires des machines tournantes*, par P. BARRET. Ecole Supérieure d'Electricité.
- [2] *Les réseaux d'énergie électrique* (tome 2), par R. PÉLISSIER. Dunod technique.
- [3] *Calcul différentiel et intégral* (tome 2 ; page 142), par PISKOUNOV. Ed. Mir.
- [4] *Cours d'analyse numérique* (chapitre 9, pages 131 et suivantes), par G. CHARET. S.E.D.E.S. Informatique.

BAUCHAT et CARON,
(E.N.S.A.M. - centre de Lille).

nouvelles notations

NE	Nb Essais sur θ_0 (NE=180)
J	Numéro de l'essai
KO	initiale à NE compteur
KK	initiale à 0 compteur

résultats

CM	J	k	G	Y ₀	
92	1,2	3/4	20	G/k	synchronisation toujours possible
92	2,4	3/4	40	G/k	synchronisation impossible
92	1,2	3/4	40	G/k	plage de synchronisation $[\theta_{L1}, \theta_{L2}]$