

Solutions

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I	C	O	N	D	U	C	T	A	N	C	E
II	A	M	P	E	R	E		M	O	L	
III	L	I		C	E	N	T	I	M	E	S
IV	C	S		H	E	T	R	E			E
V	I	E	N	A			O		S	E	C
VI	U		A	R	G	E	N	T		N	O
VII	M	A	N	G	A	N	E	S	E		N
VIII		N	O	E		D		F	O	N	D

SOLUTION DE L'INTERLUDE N° 1

1) Si le centre de masse G du yo-yo reste sur place, c'est que $T = mg$.

2) L'application du théorème du moment cinétique en G donne alors : $J \ddot{\theta} = mg R$, donc : $\gamma_{fil} = g \cdot \frac{m R^2}{J}$.

On en déduit que :

3) Le mouvement du système est tel que m_3 et m_1 restent sur place.

Le yo-yo tourne avec une accélération angulaire $\frac{g}{R}$, m_2 tombe avec une accélération $\frac{g}{2}$.

En effet, la solution existe et est unique. On nous donne l'indication : m_3 reste sur place, donc avec des notations évidentes :

$$T_3 = T'_3 = T'_1 = T_1 = mg$$

donc le yo-yo reste sur place et tourne avec l'accélération $\ddot{\theta}$:

$$j_1 \ddot{\theta} = T_1 R \Rightarrow \ddot{\theta} = g/R$$

donc le fil se déroule à l'accélération g .

Donc m_2 tombe avec l'accélération $\frac{g}{2}$.

Il suffit de vérifier que $m_2 \frac{g}{2} = m_2 g - 2 mg$, soit :

$$2 mg = 4 mg - 2 mg. \quad \text{C.Q.F.D.}$$

En manière de test, se poser les questions suivantes :

— Peut-on maintenir le yo-yo à une altitude donnée en équilibrant avec une masse m' ? Condition sur j ? m' est-elle supérieure à m ?

$$\text{— Montrer que } m' = m \cdot \frac{1}{1 - \frac{m R^2}{j}}.$$

— Peut-on maintenir m en équilibre ? Alors $m >$ ou $<$ m' ? Que vaut m si $j = m R^2$?

SOLUTION DE L'INTERLUDE N° 2

La solution existe et est unique $\Rightarrow$ c'est $\gamma = 0$ car alors S et P descendent simplement le plan incliné avec une accélération $g \sin \alpha$; et S ne tourne pas, elle n'est soumise de la part de P qu'à une réaction normale.

Néanmoins, il est intéressant de voir que les autres hypothèses de travail conduiraient à des contradictions : supposons $\gamma > 0$: S tourne dans le sens direct grâce à une force de frottement de P sur S, $T < 0$ (faire la figure S.V.P.).

$$\text{Donc : } m \gamma_S = mg \sin \alpha + T \Rightarrow \gamma_S < g \sin \alpha.$$

Au contraire, le plan P est soumis à la force de frottement $-T \Rightarrow$; il descend selon $\gamma_P > g \sin \alpha$. Donc : $\gamma = \gamma_S - \gamma_P < 0$ contradiction.

Faites vous-même le raisonnement avec, comme hypothèse de travail, $\gamma < 0$ et concluez que $\gamma > 0$ donc contradiction.

En définitive, $\gamma = 0$.

Je crois d'ailleurs que, seul, ce raisonnement complet est correct car je ne sais pas démontrer l'existence et l'unicité de la solution dans le cas de cet exercice (je ne cherche pas en toute généralité car j'en connais l'impossibilité : il existe des contre-exemples).

Il est remarquable que le résultat ($\gamma = 0$) ne dépende pas de α c'est-à-dire de la direction de g . C'est-à-dire que le résultat ne change pas si π est posé sur un plan incliné sans frottement, d'angle β .

Pour tester si les élèves ont compris, demandez-leur alors l'accélération de P par rapport à π (avec masse de $\pi \gg m + M$).

Marc SERRERO (Saint-Louis).