

## **Détermination expérimentale de la matrice de transfert d'un système optique centré en D.E.U.G.S. A II 1<sup>ère</sup> année**

---

Nous proposons aux étudiants, dans le cadre des Travaux Pratiques d'Optique, une manipulation destinée à déterminer expérimentalement la matrice de transfert d'un système optique centré inconnu. Ce travail, en relation étroite avec le cours et les travaux dirigés (cf. article de J.-Ph. PÉREZ), permet d'éviter l'impression d'abstraction que risque de donner un cours d'optique matricielle.

Nous donnons d'abord le texte de la manipulation tel que le recevront les étudiants. Dans ce texte, on leur demande principalement de réaliser un certain nombre d'expériences à partir desquelles ils doivent déterminer la matrice de transfert et les éléments cardinaux du système optique. Ils vérifieront alors les formules de conjugaison.

Nous présentons ensuite l'ensemble des résultats obtenus et l'exploitation de toutes les données expérimentales.

### **A. TEXTE DE LA MANIPULATION**

#### **I. But de la manipulation.**

— Détermination graphique des éléments de la matrice de transfert d'un système optique centré.

— Détermination des éléments cardinaux de ce système centré.

— Vérification expérimentale des relations de conjugaison.

#### **II. Matériel utilisé.**

— Un banc d'optique à section triangulaire de 2,50 m de longueur.

— Des supports de lentille à embase triangulaire pouvant glisser avec frottement doux sur le banc.

— Un écran en verre dépoli monté sur un support identique aux précédents.

— Un ensemble d'un support de lentille et d'un écran en verre dépoli pouvant constituer un viseur.

— Un objet lumineux éclairé par une lampe de microscopie BBT munie d'un verre dépoli. L'objet, placé par construction à l'abscisse  $x_o = 0$  sur le banc, est :

- soit une lettre F découpée dans une tôle de 1 mm d'épaisseur pour réaliser les mises au point ;
- soit une mire quadrillée au pas de 5 mm qui permet la mesure des grossissements.

— Un système centré prisonnier d'un cylindre métallique sur lequel sont fixés deux repères matérialisant la face d'entrée et la face de sortie.

**III. Bibliographie.**

Compte tenu des définitions et des notations choisies, il est conseillé de s'en tenir au texte de l'annexe (cf. article de J.-Ph. PÉREZ) qu'il convient d'avoir travaillé avec soin.

**IV. Expériences à réaliser.**

1) DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS  $T_{ij}$  DE LA MATRICE DE TRANSFERT.

a) En utilisant la lettre F, rechercher, pour différentes positions de l'objet (caractérisées par les valeurs  $\overline{A_o E}$ ), les positions correspondantes de l'image (caractérisées par les valeurs  $\overline{SA_i}$ ). Pour chaque couple de points conjugués ( $A_o, A_i$ ), déterminer, en utilisant la mire quadrillée, la valeur du grossissement transversal  $G_t$  ainsi que son signe.

Dresser le tableau suivant :

$\overline{A_o E}$	$\overline{SA_i}$	$G_t$	$G_t^{-1}$	$-\overline{SA_i} \cdot G_t^{-1}$

b) Tracer les graphes :

$$G_t^{-1}(\overline{A_o E}) ; \quad -G_t^{-1} \cdot \overline{SA_i}(\overline{A_o E}).$$

En déduire les éléments  $T_{ij}$  de la matrice de transfert. On utilisera les relations suivantes (cf. annexe), dans lesquelles  $n_o = n_i$  (milieux extrêmes identiques),

$$G_t^{-1} = T_{22} - V \frac{\overline{A_o E}}{n_o}$$

$$0 = T_{12} + T_{11} \frac{\overline{A_o E}}{n_o} + G_t^{-1} \frac{\overline{SA_i}}{n_i}.$$

## 2) DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS CARDINAUX DU SYSTÈME CENTRÉ.

On se limitera volontairement à positionner, par rapport aux faces d'entrée et de sortie du système, les foyers objet et image,  $F_o$  et  $F_i$ , ainsi que les points principaux  $H_o$  et  $H_i$ .

a) Sachant que  $T_{21} = -V = -1/f_i$ , déterminer les valeurs  $f_i$  et  $f_o$  des distances focales objet et image du système centré.

b) Les plans principaux étant définis comme des plans conjugués de grandissement  $G_t = +1$ , déduire des graphes les valeurs  $\overline{EH}_o$  et  $\overline{SH}_i$ .

c) A partir des deux déterminations précédentes, trouver les valeurs  $\overline{EF}_o$  et  $\overline{SF}_i$ .

d) Tracer sur papier millimétré, à l'échelle 1/4, un diagramme du système centré en faisant figurer les foyers, les points principaux, les faces d'entrée et de sortie.

## 3) RELATIONS DE CONJUGAISONS.

## a) Rappels.

Par définition :

$$\overline{H_o F_o} = f_o; \quad \overline{H_i F_i} = f_i; \quad \overline{H_o A_o} = p_o; \quad \overline{H_i A_i} = p_i$$

$$\overline{F_o A_o} = d_o \quad \text{et} \quad \overline{F_i A_i} = d_i.$$

Pour un couple de points conjugués  $(\overline{A_o A_i})$ , il existe deux relations de conjugaison en fonction du choix des origines. Lorsque les deux milieux extrêmes sont identiques, ces relations s'écrivent :

$$d_o d_i = -f_i^2 \text{ (relation de Newton)}$$

$$-\frac{1}{p_o} + \frac{1}{p_i} = \frac{1}{f_i} \text{ (relation de Descartes).}$$

## b) Vérification de la position des plans principaux.

Placer le système centré sur le banc d'optique afin que l'objet soit dans le plan principal objet. Rechercher l'image à l'aide d'un viseur de grandissement  $-1$ . Retrouver  $\overline{SH}_i$ .

## c) Vérification des relations de conjugaisons.

Placer le système centré sur le banc d'optique de façon à obtenir une valeur  $d_o = -40$  cm. Rechercher l'image. Déduire des mesures les valeurs  $d_i$ ,  $p_o$  et  $p_i$ . Vérifier les relations de Newton et de Descartes.

## B. RESULTATS

Le système centré choisi est constitué d'une lentille mince convergente de distance focale image égale à + 28,8 cm et d'une lentille divergente de distance focale image égale à - 31,5 cm distantes de 20 cm. L'ensemble est enfermé dans un tube cylindrique de 26 cm de long, de sorte que la face d'entrée soit située 3 cm en avant de la lentille convergente. Les lentilles ont une ouverture de 40 mm.

### I. Mesure des grandissements.

$\overline{A_0 E}$ (mm)	$\overline{SA_i}$ (mm)	$-G_t$	$-G_t^{-1}$	$-G_t^{-1} \overline{SA_i}$ (mm)
801	1270	2,90	0,345	437,9
880	818	1,78	0,562	459,6
940	658	1,38	0,725	476,8
1050	507	1,00	1,00	507,0
1150	428	0,80	1,25	535,0

### II. Graphes $G_t^{-1} (\overline{A_0 E})$ et $-G_t^{-1} \overline{SA_i} (\overline{A_0 E})$ (fig. 1 et 2).

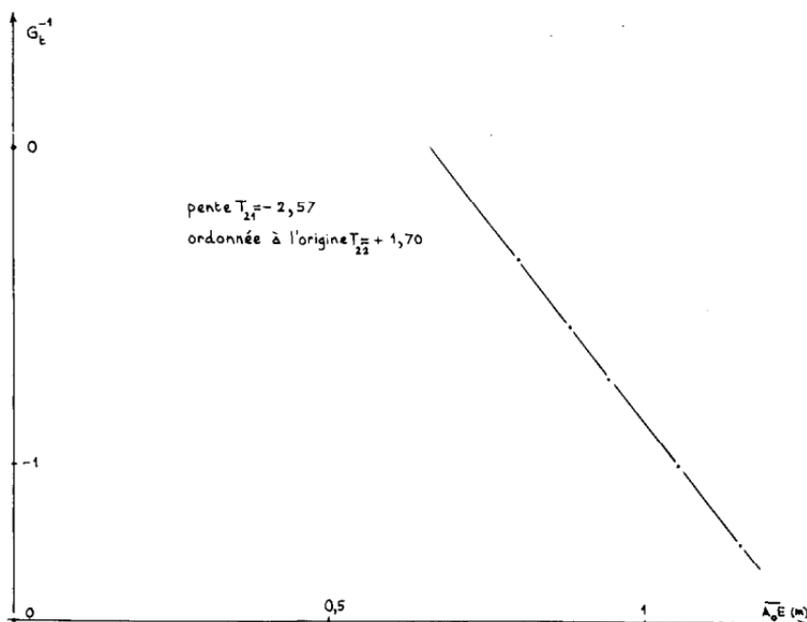


Fig. 1

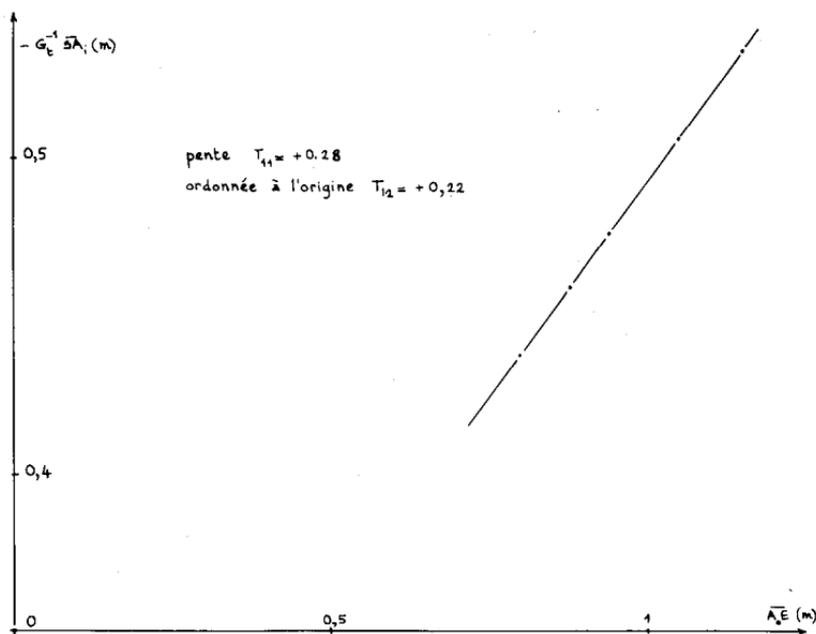


Fig. 2

Ces graphes permettent d'obtenir les éléments  $T_{ij}$  de la matrice de transfert. On obtient, si l'unité de longueur choisie est le mètre :

$$T = \begin{vmatrix} 0,28 & 0,22 \\ -2,57 & 1,70 \end{vmatrix}$$

d'où le déterminant :  $\det T = 1,04 \approx 1$ .

### III. Détermination des éléments cardinaux à partir des courbes.

On sait que  $T_{21} = -V = -\frac{1}{f_i} = \frac{1}{f_o}$ , d'où les distances focales  $f_o$  et  $f_i$  du système centré :  $f_o = -38,9$  cm et  $f_i = 38,9$  cm.

Sur la fig. 1, quand  $G_t^{-1}$  est égal à +1,  $G_t = +1$ , ce qui permet de situer les plans principaux.  $A_o$  est en  $H_o$  point principal objet du système centré. On trouve à l'aide de ce graphe :

$$\overline{H_o E} = 27,4 \text{ cm} \quad \text{et donc} \quad \underline{\underline{\overline{EH_o} = -27,4 \text{ cm.}}}$$

On porte alors cette valeur sur le second graphe, sachant que  $G_i^{-1} = +1$  et que  $A_i$  vient en  $H_i$ , point principal. On trouve  $\overline{SH}_i = -29,2$  cm.

On peut retrouver ces résultats à partir des relations :

$$\overline{EH}_o = -(T_{22} - 1)/V = -0,272 \text{ m}$$

$$\overline{SH}_i = (T_{11} - 1)/V = -0,280 \text{ m.}$$

Alors que la concordance pour  $\overline{EH}_o$  est excellente, l'écart pour  $\overline{SH}_i$  est de l'ordre du centimètre. Cette différence s'explique par l'incertitude sur la mesure de  $\overline{SA}_i$  en raison de la grande latitude de mise au point que l'on pourrait réduire en augmentant l'ouverture du système et en utilisant une lumière monochromatique.

On peut dès lors représenter le système centré (fig. 3) en remarquant que :

$$\overline{EF}_o = \overline{EH}_o + \overline{H}_o\overline{F}_o = -\overline{H}_o\overline{E} + f_o = -\overline{H}_o\overline{E} - f_i$$

et : 
$$\overline{SF}_i = \overline{SH}_i + \overline{H}_i\overline{F}_i = \overline{SH}_i + f_i$$

d'où : 
$$\overline{EF}_o = -66,3 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \overline{SF}_i = +9,7 \text{ cm.}$$

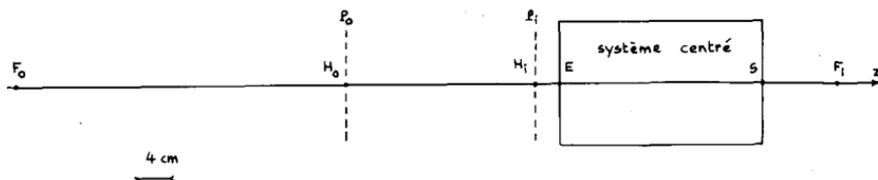


Fig. 3

#### IV. Vérification de la position des plans principaux.

Pour que l'objet situé à l'abscisse  $x_o = 0$ , soit confondu avec le plan principal objet, il convient de placer la face d'entrée du système à l'abscisse  $x_e$  telle que :

$$x_e - x_o = \overline{H}_o\overline{E} \quad \text{soit} \quad x_e = 27,4 \text{ cm.}$$

Comme l'image ne peut être interceptée sur un écran, il faut utiliser un viseur que l'on choisira de façon à ce que son grandissement transversal soit  $-1$ . Il est constitué d'une lentille convergente de distance focale image de 20 cm, de tirage 40 cm et d'une distance frontale  $a = 40$  cm. On observe une image nette sur l'écran du viseur quand la lentille de celui-ci est placée à l'abscisse  $x_1 = 54$  cm. De plus, l'image observée est égale à l'objet et renversée par rapport à celui-ci. On a donc, si  $H_i$  est l'image de  $H_o$  donnée par le système centré :

$$\overline{SH}_i = x_i - x_s \quad \text{avec} \quad x_i = x_1 - a.$$

On trouve  $\overline{SH}_i = -29,4$  cm, ce qui correspond à la valeur déjà obtenue aux incertitudes expérimentales près.

Evaluons le grandissement transversal. L'expérience montre que le grandissement de l'ensemble, système centré — viseur, est  $G_{i,2} = -1$ . Comme le grandissement du viseur est  $G_{i,1} = -1$ , le grandissement  $G_i$  du système vaut bien  $+1$ .

#### V. Vérification des relations de conjugaisons.

On impose  $d_o = \overline{F_o A_o} = -40$  cm ; d'où :

$$\overline{A_o E} = \overline{A_o F_o} + \overline{F_o E} = 40 + 66,3 = 106,3 \text{ cm.}$$

On doit donc placer la face d'entrée du système à l'abscisse  $x_2 = 106,3$  cm sur le banc.

On trouve, à l'aide de l'écran, une image renversée, nette quand l'écran est placé à l'abscisse  $x_3 = 180$  cm. De ces résultats, on déduit, compte tenu des caractéristiques du système :

$$d_i = \overline{F_i A_i} = \overline{F_i S} + \overline{S A_i} = -\overline{S F_i} + (x_3 - x_s) = 38 \text{ cm}$$

$$p_i = \overline{H_i A_i} = \overline{H_i S} + \overline{S A_i} = -\overline{S H_i} + (x_3 - x_s) = 76,9 \text{ cm}$$

$$p_o = \overline{H_o A_o} = \overline{H_o E} + \overline{E A_o} = \overline{H_o E} - x_2 = -78,9 \text{ cm.}$$

Relation de Newton :

$$d_o d_i = -1520 = -(38,99)^2 \simeq -f_i^2.$$

Relation de Descartes :

$$-\frac{1}{p_o} + \frac{1}{p_i} = \frac{1}{38,94} \simeq \frac{1}{f_i}.$$

J.-Ph. PÉREZ et J.M. CARIOU,  
(Université Paul-Sabatier - Toulouse).