SOLUTION DE L'INTERLUDE N° 1

1) On appelle poids apparent de la machine d'Atwood la valeur de T.

$$T = 4 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \text{ ; ce résultat est pertinent avec :}$$

$$T = f(m_1, m_2, g) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \cdot \varphi\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$$

avec :

$$\varphi(x) = \varphi\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{et} \quad \varphi(1) = 4\,(^*) \quad \text{et} \quad \varphi(0) = 4 = \varphi(\infty)\,(^{**}).$$

Il se retrouve aisément : $T = m_1(\gamma + g) + m_2(g - \gamma)$ avec :

$$\gamma = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g.$$

2) Nous venons de trouver que dans un champ de pesanteur g (ou dans un champ apparent vertical g_{app}), la machine d'Atwood se comporte comme une masse $m_2 * m_1 = 4 \dfrac{m_2 m_1}{m_1 + m_2}$.
L'inertie qui s'oppose à m_5 est donc : $m_4 * [m_3 * (m_2 * m_1)]$.
Donc :

$$\gamma = \frac{m_5 - m_4 * m_3 * m_2 * m_1}{m_5 + m_4 * m_3 * m_2 * m_1}$$

avec :

$$m_4 * m_3 * m_2 * m_1 = \frac{4^3 m_1 m_2 m_3 m_4}{4^2 m_1 m_2 m_3 + 4 m_1 m_2 m_4 + m_3 m_4 (m_1 + m_2)}$$

Dans le cas $m_1 = m_2 = m \quad m_3 = 2m \quad m_4 = 4m$, on retrouve bien $8\,m$.

SOLUTION DE L'INTERLUDE N° 2

— En moyenne, le pendule ne tombe pas : $\overline{T}_y - mg = 0$ (et $\overline{T}_x = 0$).

— On en déduit que : $\overline{T} > mg$ car $T > T_y$; donc la masse m_1 ne saurait rééquilibrer en moyenne la masse m_2 qui se balance : m_1 va monter, tandis que m_2 va descendre *en moyenne.*

SOLUTION DE L'INTERLUDE N° 3

C'est une question à poser après l'étude de la masse volumique : comme on flotte tout juste : $\mu \sim 1\ g.cm^{-3}$. Donc un homme de 70 kg a un volume de 70 litres.

En général, les élèves répondent beaucoup plus. Rares sont ceux qui choisissent la première réponse : moins de 0,1 m^3.

Sans en avoir fait une étude sérieuse, je pense qu'il y a 2 raisons à cela :

1) Poser la question en m^3 plutôt qu'en litres, conduit à penser en mètres et, du fait de la répugnance aux petits nombres, à surévaluer le résultat. Ce d'autant plus que :

2) La réponse spontanée est celle du volume du « cercueil » minimum, c'est-à-dire longueur de pieds $\times$ largeur d'épaules $\times$ hauteur $\simeq 30 \times 50 \times 170$ cm^3 $= 0{,}255$ m^3, réponse confortée par la quasi impossibilité de s'enfermer dans une boîte de $10 \times 40 \times 170$ cm^3.

(*) $\varphi(1) = 4$ car $T = 2\,mg$ dans ce cas.

(**) $\varphi(0) = 4$ car alors $\gamma \simeq g$ donc $T \equiv 2\,m_1(g + \gamma) \simeq 4\,m_1\,g$.