Dynamique relativiste en terminale C

RESUME.

Les relations donnant la quantité de mouvement, l'énergie totale et l'énergie cinétique relativistes pour une particule ainsi que la relation entre quantité de mouvement et énergie totale, peuvent être justifiées *a priori* par un raisonnement simple où le temps propre de la particule se substitue au temps universel de la Mécanique classique.

Les nouveaux programmes de Terminale C amènent nos élèves à faire un usage pragmatique de la Dynamique relativiste pour l'interprétation des clichés de chambres à bulles qui la justifient *a posteriori*. Les commentaires précisent que le seul résultat de la Cinématique relativiste à donner est l'invariance de c sans décrire l'expérience de MICHELSON et MORLEY d'interprétation délicate (les différentes tentatives de l'époque en témoignent). Mais citons EINSTEIN sur le sujet :

« J'étais à peu près complètement convaincu de la validité de ce principe [l'invariance de c] avant de connaître cette expérience [celle de MICHELSON et MORLEY] et ses résultats », lettre à JAFFE en mars 1942 (réf. 1).

« Dans mon combat personnel, l'expérience de MICHELSON n'a joué aucun rôle ou du moins, aucun rôle décisif », déclaration à l'historien DAVENPORT en février 1954 (réf. 1).

Si l'on souhaite donner une vérification expérimentale de ce principe, l'expérience de DE SITTER est plus accessible (réf. 2) ou sa version plus récente par KENNETH et BRECHER (réf. 3).

Qu'on le veuille ou non, on est donc conduit à « parachuter » ces relations. Certains élèves ne manqueront pas (on peut le souhaiter !) de demander une justification *a priori* de ces formules. On peut le faire en partant de la Mécanique classique.

En Mécanique classique, le temps est universel, il s'écoule à la même « vitesse » pour tous les observateurs galiléens. La quantité de mouvement d'une particule est définie dans un référentiel galiléen par :

$$\vec{p} = m \frac{\overrightarrow{dr}}{dt}$$

et cette expression ne dépend du référentiel choisi que par $\vec{r}$.

Les horloges de la Mécanique classique mesurent un temps qui n'est pas modifié par le fait qu'elles sont en mouvement rectiligne uniforme.

En Mécanique relativiste, le temps n'est plus universel, les horloges donnent une mesure du temps qui dépend du référentiel galiléen dans lequel elles sont au repos. Comme justification, on peut citer l'expérience des deux horloges atomiques dont l'une voyage à bord d'un avion (réf. 4) ou encore la mesure de la durée de vie des muons (réf. 5).

On peut admettre qu'en chaque point du référentiel galiléen se trouve une horloge qui, seule, sera habilitée à donner la date d'un événement qui a lieu en ce point (réf. 6). Toutes ces horloges sont synchronisées par un rayon lumineux. La quantité de mouvement d'une particule dépendra du référentiel galiléen où on la mesure, à la fois par $\vec{r}$ et par t.

Cependant, au temps universel t de la Mécanique classique, on peut substituer le temps propre τ de la particule, c'est-à-dire le temps du référentiel galiléen où elle est immobile.

La particule peut être considérée comme un observateur au même titre que le physicien dans le référentiel du laboratoire. « Elle découpe son espace-temps propre pour observer l'univers ».

Ce temps propre fera donc l'unanimité de tous les observateurs galiléens. On pose par définition, par exemple dans le référentiel du laboratoire $\mathcal{R}_L$:

$$\vec{p} = m \frac{\overrightarrow{dr}_{\mathcal{R}_L}}{d\tau}.$$

Il ne nous reste plus qu'à établir le lien entre le temps propre τ et le temps t du laboratoire.

Dans le référentiel du laboratoire, la particule, animée de la vitesse $\vec{v}$ passe successivement par le point O et le point A de l'espace physique aux dates $t = t_O$ et $t = t_A$ mesurées par deux horloges respectivement en O et A.

Pour les synchroniser, on vérifie que la lumière allant de O à A met un temps $t'_A - t'_O = \dfrac{\|\overrightarrow{OA}\|}{c}$.

On ne diminue pas la généralité de la démonstration en orientant l'axe des x de $\mathcal{R}_L$, dans la direction et le sens du déplacement de la particule.

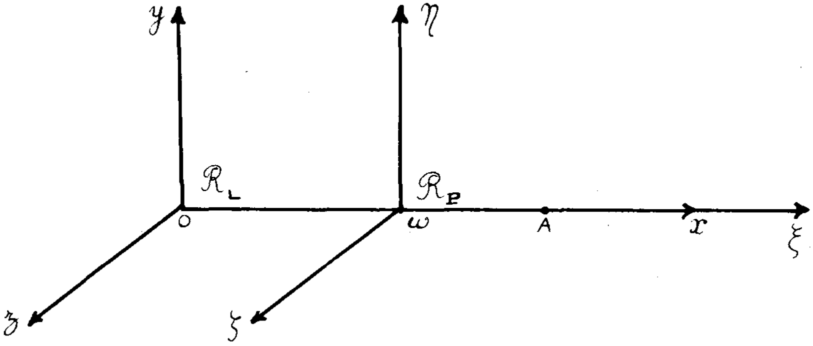

Fig. 1

Dans son référentiel $\mathcal{R}_P$, la particule passe successivement par le point O et le point A de l'espace physique aux dates $\tau = \tau_O$ et $\tau = \tau_A$ mesurées par l'horloge placée en ω. Quel lien y a-t-il entre $\Delta\tau = \tau_A - \tau_O$ et $\Delta t = t_A - t_O$?

La lumière ayant une célérité indépendante du référentiel permet d'établir ce lien. Cherchons sur ωη la position d'un miroir M pour qu'un photon émis en ω suivant ωη lorsque ω est en O, revienne en ω lorsque ω est en A.

Dans le référentiel de la particule, on a :

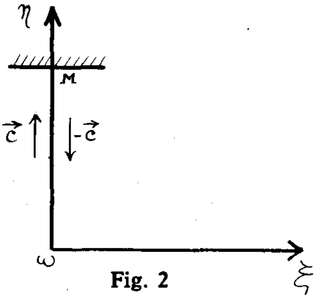

Fig. 2

$$\Delta\tau = \frac{2\,\omega M}{c},$$

et ωMω est le chemin parcouru par le photon pendant que la particule va de O en A.

Dans le référentiel du laboratoire, on a :

$\|\vec{C_1}\| = \|\vec{C_2}\| = \|\vec{C}\|$

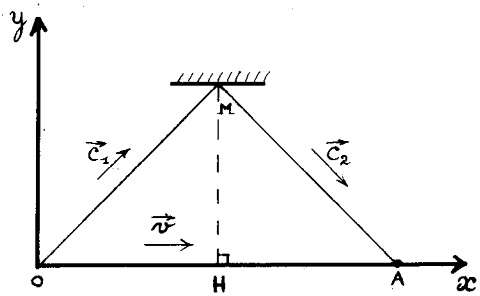

Fig. 3

Les référentiels galiléens étant euclidiens, il vient :

$$OM^2 = OH^2 + HM^2 = OH^2 + \omega M^2$$

soit :

$$\left(\frac{c\,\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{v\,\Delta t}{2}\right)^2 + \left(\frac{c\,\Delta\tau}{2}\right)^2$$

d'où l'on tire :

$\Delta\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\;\Delta t$, soit avec les notations habituelles :

$$\Delta\tau = \frac{\Delta t}{\gamma}$$

on a alors :

$$\vec{p}_{\mathcal{R}_L} = \gamma m \frac{\overrightarrow{\Delta r}_{\mathcal{R}_L}}{\Delta t_{\mathcal{R}_L}}$$

dans le référentiel du laboratoire :

$$\boxed{\vec{p}_{\mathcal{R}_L} = \gamma m \vec{v}_{\mathcal{R}_L}}$$

Effectuons un développement limité au second ordre en $\frac{v}{c}$ de cette quantité de mouvement :

$$p = mv\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \ldots\right)$$

$$= mv + \frac{1}{2}\frac{mv^3}{c^2} + \ldots$$

pour retrouver dans le second terme l'énergie cinétique classique, formons :

$$\frac{pc^2}{v} = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \ldots$$

et avec $p = \gamma mv$:

$$\gamma mc^2 = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \ldots$$

qui est l'expression de l'énergie totale relativiste :

$$\boxed{E_{tot\,\mathcal{R}_L} = \gamma mc^2}$$

Il apparaît que pour $v = 0$, l'énergie n'est pas nulle mais se réduit au terme d'énergie de masse :

$$\boxed{E_0 = mc^2}$$

On convient alors d'appeler énergie cinétique relativiste :

$$\boxed{E_{c\mathcal{R}_L} = (\gamma - 1)\, mc^2}$$

et en combinant ces relations, on obtient :

$$\boxed{E^2_{tot} = p^2c^2 + m^2c^4}$$

L'exploitation des clichés permettra de vérifier que ce sont bien ces quantités qui sont conservées dans un choc.

On pourra conclure en précisant que c'est pour des raisons didactiques que nous avons repris la démarche historique qui fait passer de la Mécanique classique à la Mécanique relativiste. Par contre, on doit se persuader que la Physique est relativiste mais que pour des faibles vitesses devant c, les relations précédentes se simplifient et redonnent les relations de la Mécanique classique.

Réf. 1 : *La Recherche,* n° 96, page 18 (P. THUILLIER).

Réf. 2 : *Introduction à la Relativité.* J.-H. SMITH. Ediscience, p. 41.

Réf. 3 : *La Recherche,* n° 94, page 1013.

Réf. 4 : *La Recherche,* n° 28, page 979.

Réf. 5 : *Dynamique.* H. GIÉ (Baillière).

Réf. 6 : « *A la découverte de l'espace-temps* ». TAYLOR et WHEELER. Dunod, p. 25... mais aussi B.U.P. nos 615 et 624.

Gérard SERRA,
(*Lycée Saint-Charles - Marseille*).