

Pratique de l'algèbre élémentaire chez les étudiants en physique

La physique fait appel à divers outils mathématiques, des plus simples aux plus sophistiqués. Pour accéder à une théorie physique donnée, l'apprenti physicien devra posséder au moins l'arsenal mathématique correspondant, ce qui, autre évidence, ne saurait suffire à lui assurer une complète compréhension de la théorie en question. Moins triviale est cette constatation : un problème physique particulier pourra amener tel étudiant à mal-mener un formalisme qu'il connaît par ailleurs, ou, plus souvent, à en téléguider le déroulement, tel autre à anticiper un résultat juste apparemment sans le secours du formalisme. En bref, l'usage d'un formalisme mathématique n'est pas indifférent au contenu auquel il s'applique.

Cette idée a été largement confirmée par diverses études centrées sur un contenu physique particulier, qui montrent combien un formalisme simple peut se trouver sans prise sur la solution d'un problème, ou détourné de sa forme correcte, quand des raisonnements « spontanés » ou « naturels » s'interposent. C'est le cas par exemple en cinématique et en dynamique élémentaires [1, 2].

La démarche suivie ici complète la précédente : c'est une technique mathématique, l'algèbre élémentaire, dont on entreprend de comprendre comment les étudiants en font usage sur divers contenus physiques. Plus précisément encore, on s'intéressera essentiellement à la façon dont sont manipulés les signes + et —. A travers cet aspect relativement technique, on vise à mieux connaître ce que sont pour les étudiants une grandeur algébrique d'une part, une relation simple entre de telles grandeurs d'autre part.

Certaines des remarques qui suivront s'appliqueraient tout aussi bien à l'usage de n'importe quel formalisme mathématique, en Physique ou ailleurs. Mais tel que, le sujet n'est déjà que trop propice aux généralités plus ou moins fondées. On s'en tiendra donc là pour l'instant.

Il est d'ores et déjà évident que la procédure linéaire, consistant à mettre d'abord un problème en équation, puis à en faire ensuite un traitement purement algébrique n'est pas toujours, et

de loin, celle du physicien. Combien de fois, anticipant l'allure générale de la solution d'une équation différentielle, prévoyant la forme d'un résultat, ne modifie-t-on pas en conséquence des signes un peu mis au hasard d'un premier jet ? Privilège d'initiés ou méthode économique généralisée de fait, avec plus ou moins de profit, aux étudiants de tous niveaux ? Si une telle pratique est effectivement répandue, faut-il tenter de la limiter, ou bien de la codifier pour n'en garder que les aspects positifs ?

Si une mise en équation du problème véritablement « pensée » précède effectivement la résolution, sait-on quels sont les points de repère des étudiants dans le passage d'une description verbale du problème physique à sa traduction algébrique ? Là encore, comment trier ?

Autre question : par-delà l'efficacité immédiate de telle ou telle pratique algébrique, qu'en est-il de la compréhension du processus lui-même de résolution ? En d'autres termes, indépendamment du fait que « ça marche », sait-on ce qu'on fait ? Pratiquet-on l'algèbre comme un langage maîtrisé ou bien comme une machine dont il s'agit de presser le bon bouton pour voir sortir ce que l'on veut ? En particulier, pour prendre le plus simple des exemples, les étudiants distinguent-ils la nature d'une grandeur algébrique qui peut être positive ou négative ($i > 0$ ou $i < 0$), de celle d'une relation algébrique, qui peut comporter un signe +

ou un signe $-$ $\left(i = + \frac{dq}{dt} \text{ ou } i = - \frac{dq}{dt} \right)$. Question sur-

prenante de prime abord. Et pourtant, ne lit-on pas, par exemple, « la condition d'accrochage du laser est proportionnelle à $1 - r$ » (Maîtrise), ou bien « l'équation est négative » (1^{re}) ? Autre exemple : comment sait-on situer une convention — ainsi celle des physiciens ou des chimistes pour le travail en thermodynamique — dans le processus de mise en équation et de résolution d'un problème. Pour une même transformation, le travail reçu par un système peut-il vraiment être « compté positivement » ou « négativement » ? Quelle dose de « convention » la réalité physique supporte-t-elle ?

Sur ces deux aspects du problème — efficacité de fait d'une pratique algébrique, maîtrise de son processus de fonctionnement — les éléments dont on dispose actuellement ne sont pas légion.

1. QUELQUES EXPERIENCES.

Trois expériences A, B, C, décrites plus longuement en annexe,

en procurant quelques-uns (1). Ces expériences sont centrées sur les points suivants :

- Y a-t-il des éléments soit appris (notamment une convention), soit liés à la situation physique elle-même, au langage courant, ou à telle ou telle tendance « spontanée » du raisonnement, qui conduisent l'étudiant à affecter un signe plutôt qu'un autre à une grandeur physique algébrique (exp. A et B) ?

- Même question quant aux signes figurant dans des relations simples entre ces grandeurs (exp. A et B).

- Comment ces deux catégories de signes sont-elles distinguées l'une de l'autre ? En particulier, comment sont-elles affectées, dans la pratique des étudiants :

— par un changement de situation physique ?

— par un changement dans les « conventions de signe » ?

qui ont permis la mise en algèbre du problème (exp. C).

Ces expériences prennent la forme de questionnaires papier-crayon prévues pour 20 à 30 minutes environ, présentées chacune à des groupes d'étudiants différents, et dont voici les textes (d'autres variantes figurent en annexe) accompagnés des réponses correctes dans tous les cas où celles-ci sont uniques et simples à exprimer.

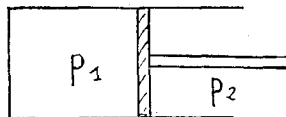
A. Critique d'énoncés.

Expliquez les trois phrases suivantes, en donnant si possible des exemples précis pour les illustrer, et faites-en une *critique comparative*.

1. Le (travail reçu par un système) est égal à — (moins) le (travail fourni par ce système au milieu extérieur).
2. Le travail reçu par un système est compté positivement.
3. Le travail reçu par un système est toujours positif.

B. Travail reçu par un gaz.

Un gaz est contenu dans un récipient cylindrique formé par un piston. La pression du gaz est p_1 , la pression extérieure est p_2 .



(1) Les résultats de l'expérience C sont dus à la collaboration de Mmes N. CALMET, F. ROUAN, C. ROYER et E. SALTIEL. Qu'elles en soient vivement remerciées.

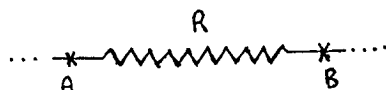
On envisage divers déplacements du piston, initialement immobile. Dans le cas où ces déplacements ne se font pas vers une pression plus faible, c'est parce que l'on exerce sur l'axe une force dans le sens voulu (on supposera alors la transformation réversible).

Pour chacune des situations suivantes, donner le signe du travail élémentaire reçu par le gaz à l'intérieur du récipient.

Pressions	Déplacement élémentaire du piston	Signe du travail élémentaire reçu par le gaz
I $p_1 > p_2$	vers l'extérieur	(réponse : < 0)
II $p_1 > p_2$	vers l'intérieur	(» > 0)
III $p_1 < p_2$	vers l'extérieur	(» < 0)
IV $p_1 < p_2$	vers l'intérieur	(» > 0)
V $p_1 = p_2$	vers l'extérieur	(» < 0)
VI $p_1 = p_2$	vers l'intérieur	(» > 0)

C) Dipôles passifs.

Convention : on convient de déclarer l'intensité i du courant positive lorsque celui-ci va de A vers B. Pour une situation physique donnée, on a les trois relations suivantes compatibles entre elles :



- 1) $i > 0$
- 2) $V_A - V_B = Ri$
- 3) $V_A - V_B > 0$.

Qu'est-ce qui change dans *chacune* de ces relations, dans chacun des cas suivants (à considérer indépendamment) ?

Justifiez à chaque fois votre réponse.

	Relation 1	Relation 2	Relation 3
a) On change le sens choisi conventionnellement pour les intensités positives tout en gardant la même situation physique.	(réponse : changée, $i < 0$)	(réponse : changée, $V_A - V_B = - Ri$ ou $V_B - V_A = Ri$)	(réponse : inchangée, $V_A - V_B > 0$)
b) On garde la même convention de signe que dans l'énoncé, on change le sens de circulation du courant.	(réponse : changée, $i < 0$)	(réponse : inchangée, $V_A - V_B = Ri$)	(réponse : changée, $V_A - V_B < 0$ ou $V_B - V_A > 0$)

On trouvera en annexe, le détail des résultats et les conclusions spécifiques de chaque expérience. Ici ne figurent que les résultats utilisables dans une discussion plus générale, auxquels se joignent d'autres arguments issus de l'expérience courante de l'enseignement. On peut organiser ainsi ces diverses constatations.

II. PRATIQUE ALGEBRIQUE DES ETUDIANTS : QUELQUES POINTS DE REPERE.

1. Un premier fait, évident certes, mais dont les conséquences le sont moins : *la description verbale d'un problème physique se fait pratiquement toujours à l'aide de données exprimées par un nombre positif*. On dira qu'une voiture freine de 5 m/s^2 plutôt que de dire qu'elle accélère de -5 m/s^2 . Les grandeurs vectorielles sont décrites, spontanément, par leur module et leur direction plutôt que par leurs coordonnées dans un trièdre de référence (2). Les grandeurs susceptibles d'un traitement algébrique, coordonnées d'espace, de vitesse... à une dimension, intensité du courant (3), charge électrique, différence de potentiel... sont, sauf exception, exprimées d'abord à l'aide d'une grandeur positive assortie éventuellement d'une flèche qui tient lieu selon les cas « d'axe des x », de « sens du courant »... ou d'un schéma avec des + et des - indiquant les polarités.

Certains termes dispensent même de ce type de précision : « l'altitude », la « profondeur » désignent d'elles-mêmes l'axe impliqué et leur usage s'adapte tout naturellement aux circons-

(2) Sur les difficultés qui s'ensuivent, voir notamment [3].

(3) Cette grandeur est souvent considérée comme vectorielle par les étudiants. Voir [3].

tances pour situer un point à l'aide d'une donnée positive (4). Le langage verbal possède souvent deux termes là où l'algèbre se contenterait d'un : gagner/dépenser, donner/recevoir, accélérer/freiner (5).

Habitude naturelle, et, en ce qui concerne les énoncés d'exercices, saine : c'est précisément dans la mesure où l'exercice n'est pas préalablement mis en forme pour le traitement mathématique qu'il se distingue d'un exercice purement formel.

Cependant, il faut bien voir que cette habitude se prolonge dans le raisonnement que l'on élabore naturellement sur la situation ainsi décrite.

Ainsi, on comprendra et on exprimera sans peine la loi des nœuds sur un réseau électrique à partir d'un schéma du type de la fig. 1, sous forme indifféremment additive ou soustractive d'ailleurs :

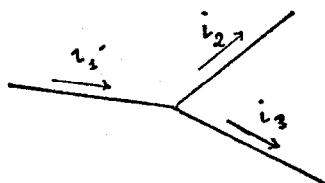


Fig. 1

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (1)$$

ou $i_3 = i_1 - i_2, \dots$

pourvu que les courants réels aient bien le sens indiqué, et donc que les valeurs algébriques correspondantes soient positives.

De même, la situation schématisée en fig. 2 se prête aisé-

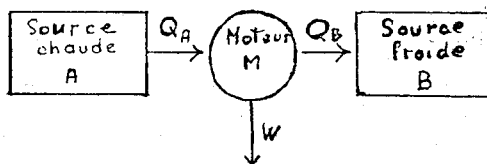


Fig. 2. — Echanges d'un moteur au cours d'un cycle.

(4) Encore que l'altitude soit l'une des grandeurs assez communément exprimée de façon négative, en spéléologie par exemple.

(5) Il semble d'ailleurs le regretter, si l'on en juge par l'habitude instituée récemment dans la littérature contemporaine, d'accoler les deux pôles opposés d'une même notion : l'action-passion, l'immanence-transcendance, etc.

ment à l'expression du premier principe sous forme, là encore, indifféremment additive ou soustractive : $Q_A = W + Q_B$ ou bien $W = Q_A - Q_B$,... pourvu qu'il s'agisse bien d'un moteur et non d'un réfrigérateur.

Tel est le raisonnement naturel : de l'algèbre... sur des grandeurs positives.

On adapte souvent, dans la formulation des lois physiques, un parti-pris différent. Ainsi, la loi des nœuds pourra s'écrire : (2) $\sum i = 0$ en convenant que les sens positifs de tous les courants arrivent à un nœud, ou bien qu'ils en partent tous (fig. 3) (6).

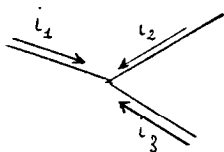


Fig. 3

(6) En fait, les expressions (1) et (2) sont l'une et l'autre légitimes, et praticables quelle que soit la situation physique, pourvu qu'on les assortisse chacune des sens conventionnels correspondants (resp. fig. 1 et 3). Il suffit de convenir que l'intensité dans chaque portion de circuit est une grandeur algébrique, positive si le courant (la circulation fictive des charges positives) va dans le sens conventionnel correspondant, et négative dans le cas contraire. Cet usage algébrique des expressions (1) et (2) n'est nullement immédiat. Mais la forme (1) a ceci de plus accessible : il est possible d'imaginer une situation où tous les courants circulent dans les sens conventionnels, et donc où toutes les intensités sont positives. D'autres formes analogues ont aussi cette propriété : par exemple $i_2 = i_1 + i_3$ avec les sens conventionnels de la fig. 4.

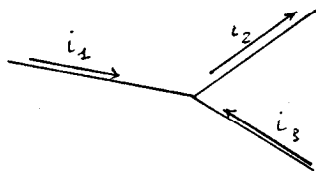


Fig. 4

En revanche, la forme (2) ne permet pas cette « réalisation » de la formule puisque, en régime permanent, il n'est pas possible que tous les courants arrivent effectivement à un nœud, ou bien qu'ils en partent tous.

Ces remarques peuvent être transposées complètement aux deux expressions : $Q_A = W + Q_B$ et $W + Q_1 + Q_2 = 0$ proposées pour les bilans énergétiques.

Le premier principe, appliqué à une machine en échange thermique avec deux sources, s'écrira de même, par exemple :

$$W + Q_1 + Q_2 = 0,$$

où toutes les grandeurs impliquées sont définies comme « reçues » par le système au cours d'un cycle.

La formulation des lois obéit souvent à un principe de systématisme dans la définition des grandeurs physiques (tous les courants dont les sens conventionnellement positifs arrivent à un nœud, tout ce qui est reçu par le système...), et le raisonnement naturel à un principe de « réalisme ».

Première source de conflits. On imagine mal les difficultés que des étudiants en maîtrise éprouvent encore pour concilier un schéma du type de la fig. 2 avec l'expression algébrique habituellement enseignée des deux premiers principes tant ces deux approches diffèrent : celle du langage courant, du raisonnement spontané, où une quantité de chaleur est « reçue » si elle est vraiment reçue, donc si c'est une « quantité de chaleur reçue » positive, et celle de la théorie enseignée, qui donne de la grandeur entre guillemets une définition générale, indifférente à la situation physique envisagée, et autorise donc cette grandeur à être négative.

Dans cette déroute, on voit certains se raccrocher à une sorte d'« algèbre verbale », ainsi : « reçu » = — « fourni », « gagné » = — « perdu », ce qui conduit parfois à d'étranges conclusions :

« La chaleur reçue par M de A est égale à moins la chaleur fournie par A à M ».

Autre réaction à ce type de difficulté. Interprétant la phrase 1 de l'expérience A : « Le (travail reçu par un système est égal à) — (le travail fourni par ce système au milieu extérieur) », plusieurs étudiants (3/14 en Maîtrise) confèrent d'emblée une valeur positive aux deux grandeurs en cause, et donnent au signe — la signification suivante : les grandeurs physiques qu'il relie sont relatives à des transformations inverses successives (7). Ainsi cette réponse : « exemple : on comprime un fluide en lui fournissant une certaine énergie. Si le fluide se détend, il fournit la même énergie au milieu extérieur... ».

Ces réactions diverses, parfois caricaturales et heureusement minoritaires, sont symptomatiques d'un malaise diffus et beaucoup plus général.

(7) Il faudra revenir sur le rôle du temps dans la compréhension du langage algébrique. Voir aussi par exemple VERGNIAUD [4].

2. *L'étudiant* comme le physicien *se retrouve souvent dans la situation où un résultat précède sa démonstration algébrique* : résultat ou élément de solution appris dans un cours, dont on se souvient et qu'il s'agit de redémontrer, ou bien communiqué par un camarade, ou bien encore fruit d'une intuition correcte ou non. Les impératifs du raisonnement spontané ont été largement décrits ailleurs [1, 2]. On a pu montrer que ces processus mentaux étaient dans une certaine mesure organisés et possédaient leur cohérence propre. Il reste que, là encore, l'étudiant comme le physicien cherchera généralement à donner d'un résultat acquis par d'autres voies une justification algébrique (8).

Les expériences citées plus haut sont éloquentes sur ce point. Ainsi l'expérience B, dont le but est de mettre en évidence le (ou les) critère(s) choisi(s) par l'étudiant pour déterminer le signe du travail reçu par un système (gaz à l'intérieur d'un cylindre). Ces critères peuvent être (voir en annexe, Tabl. 1 et 2).

a) *La variation de volume du gaz*, et, conjointement, l'usage d'une formule telle que $dW = -pdV$ (9), $dW = -p_2dV$, $dW = -pdV$, ou la pratique d'associations telles que :

compression $\Rightarrow$ travail reçu positif,

détente $\Rightarrow$ travail reçu négatif.

Selon ce critère, les réponses aux questions 1, 3, 5 d'une part, 2, 4, 6 de l'autre, doivent être identiques entre elles.

b) *Le travail des forces extérieures* correspondant à la définition correcte du travail reçu, ce critère donne les mêmes

(8) Ainsi cet exemple simple issu d'une autre série d'expériences 2 : des ressorts identiques, *de même elongation*, exercent bien évidemment des forces identiques sur des masses identiques. Mais si les mouvements des ressorts sont différents, la situation précédente (*même elongation, toujours*) donne lieu cette fois à un jugement spontané sur les forces (qui ne doit rien à l'existence des frottements, déclarés négligeables) : celles-ci sont différentes d'un ressort à l'autre. Ce jugement s'appuie en fait essentiellement sur la différence entre les mouvements. Or il s'accompagne parfois de justification d'allure

formelle qui emprunte des chemins variés « $\vec{F} = m\vec{\gamma}$, $\vec{\gamma}$ est différente, donc $\vec{F}$ est différente », ou bien « $F = -kx$, or x est différent donc F est différente ». Le sens des implications « or,... donc » serait plus fidèle à leur genèse s'il était inversé, tant il semble que la justification est téléguidée par le résultat intuitif.

(9) Une telle formule n'est alors d'un emploi légitime que si la transformation est réversible. Qualitativement, elle donne ici des résultats corrects.

résultats que le critère précédent, mais il est d'application délicate : lorsque l'expérimentateur agit, il ne faut pas oublier pour autant le travail correspondant à la pression extérieure p_2 . Si l'on fait cette erreur, ce critère conduit aux mêmes réponses que le critère suivant.

c) *La nature de la transformation.* Celle-ci serait « forcée » s'il faut agir sur le piston pour obtenir le déplacement décrit, et correspondrait alors à un travail reçu positif, éventuellement nul si la force requise est « infinitésimale ». La transformation serait spontanée si, compte tenu des pressions internes et externes, il suffit de libérer le piston pour obtenir le déplacement voulu. Le travail serait alors négatif. Selon ce critère, les questions se regroupent ainsi :

1-4 : transformation « spontanée » $dW < 0$,

2-3 : transformation « forcée » $dW > 0$,

5-6 : transformation « très peu forcée » $dW > 0$ ou $dW = 0$.

Le rapport figurant en annexe montre, entre autres choses, que ce dernier critère est largement pratiqué de fait, même s'il n'est pas explicité ou même si un autre figure dans les justifications exhibées.

On observe ainsi ce cas extrême : réponses conformes au critère c), justification à l'aide du critère a) : $W = -pdV$, lequel, pratiqué correctement, aboutirait à d'autres réponses. L'adaptation se fait ainsi : l'étudiant donne à la variation de volume dV le signe qui lui permet d'arriver aux réponses souhaitées, *au mépris de l'énoncé* (10) en cas de divergence (questions 3 et 5). La même nécessité dicte, sur une autre copie, la justification : $p_1 < 0$ (question 3)! Ces cas, fort symptomatiques, s'assortissent d'autres beaucoup plus fréquents, où l'étudiant change de critère selon la question alors qu'elles sont en théorie toutes passibles du même traitement. On passe de $dW = -p_1dV$ à :

$$dW = -p_2dV, \quad dW = (p_1 - p_2)dV$$

ou encore :

$$dW = -F_{\text{ext}} \cdot dx$$

selon les besoins de raisonnements qui savent où ils vont avant de savoir comment.

L'expérience A (critique d'énoncés) conduit à des réponses qui vont jusqu'à expliciter cette démarche « inversée ». Ainsi, à

(10) On retrouve ici le type de justification illustrée par la note précédente : formalisme reconstitué à partir de la fin et qui oblige, pour en assurer la cohérence interne, à contredire les données de l'énoncé.

propos de cet énoncé : « le travail reçu par un système est compté positivement ». Nous reviendrons plus loin sur le statut de la convention en cause, mais retenons ici ces commentaires limpides d'étudiants en maîtrise :

« Par convention, quand un travail est positif, on dit qu'il est reçu par le système (passons, pour l'instant...). *On s'arrange donc pour trouver une formule mathématique respectant cette règle.* C'est pour cela que lors d'une évolution réversible d'un système, il reçoit $W_{\text{reçu}} = -pdV$. *C'est pour cela que l'on met un signe — devant l'expression de ce travail. Sinon...* ».

Et encore :

« Par définition des physiciens, le travail fourni par le milieu extérieur au système est compté positivement. Donc, le travail reçu est compté positivement. Prenons l'exemple d'une compression d'un gaz (schéma). Le travail reçu :

$$F_{\text{ext}} \cdot dx = -p \cdot dV$$

p est toujours positif, ici dV est négatif, mais *on sait que le milieu extérieur fournit du travail au système $\Rightarrow$ le travail doit être positif, d'où l'apparition du signe moins devant l'intégrale.* Alors, *on a bien...* ».

3. La candeur avec laquelle ces étudiants explicitent leur démarche est symptomatique d'une pratique courante de l'algèbre qui fait passer la cohérence interne du formalisme algébrique avant la signification des symboles manipulés.

Si l'expression « travail reçu par un système » et le symbole W ont un sens bien défini, de même que « force extérieure », F_{ext} , « pression interne », p , « variation de volume », dV , dx , alors les relations entre ces grandeurs ne sauraient ici, en aucun cas, relever d'une convention (11), et l'on n'a pas à se demander si $F_{\text{ext}} \cdot dx = +$, ou $-$, pdV .

(11) La convention en question porte sur tout autre chose : il s'agit de savoir si l'on fait figurer dans les calculs, notamment celui de la variation ΔU de l'énergie interne d'un système, le travail W reçu par le système (travail des forces extérieures sur le système), ou bien $W' = -W$ qui, dans le cas de transformations réversibles, est le travail que ce système fournit à l'extérieur. Selon les cas, on obtiendra par exemple $\Delta U = Q + W$ ou $\Delta U = Q - W'$, d'où l'expression fâcheuse, malheureusement non périmée : « le travail reçu est compté positivement ». Si l'on devait substituer à cette définition « $W_{\text{reçu}} = \text{travail des forces extérieures}$ » et garde une allure plus naturelle, on préférerait encore celle-ci : « Un travail reçu positif contribue à augmenter l'énergie interne du système » ou quelque chose d'équivalent.

L'expérience B (« piston ») fait apparaître un fait à rapprocher de ces remarques. Des étudiants en agronomie traitent de façon similaire les mêmes groupes de questions, et par-là témoignent des mêmes phénomènes d'ensemble que les étudiants de physique de l'Université Paris VII. Mais les signes sont inversés pour une forte proportion d'entre eux (cf. annexe), trace, paraît-il, d'un enseignement qui aurait pris la convention opposée. Là encore, il est remarquable qu'une convention de ce type (12) affecte le signe d'une grandeur, dont la signification devrait suffire ici pour trouver le signe dans tel ou tel cas particulier.

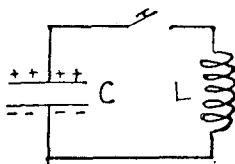
De tels phénomènes ne sont évidemment pas propres à la Thermodynamique. On en retrouvera la trace plus loin à propos de questionnaires d'électricité. Ils sont liés en partie au rôle que les étudiants, beaucoup plus souvent qu'on ne le croit, donnent à la démarche algébrique : justification *a posteriori* plutôt qu'outil de résolution. Le « on a bien » qui suit volontiers le « on sait que » s'attachera plus à vérifier un calcul qu'à préciser la signification physique des variables en cause puisque le problème physique est résolu d'avance. Certes, la manipulation du calcul pour lui-même n'est pas l'apanage de ceux qui connaissent, ou désirent, un résultat, ni encore moins de ceux qui confèrent à ce résultat un sens physique. Le côté rassurant des empilements calculatoires cohérents apparaît tout aussi bien à qui n'a pas la moindre idée du résultat visé et se lance à tout hasard dans des exorcismes mathématiques non dirigés. Mais ceci ne fait que renforcer cela.

On a signalé plus haut les difficiles ajustements entre la pratique de relations algébriques apprises du type « premier principe » ou « loi des nœuds » et les raisonnements physiques possibles, dans une certaine mesure, sur des grandeurs positives (« réelles » disent les étudiants). Si ces difficultés subsistent étonnamment tard, c'est parce que les étudiants ressentent trop rarement la nécessité d'une traduction précise d'un langage dans l'autre (13) : ce sont les incohérences formelles d'un calcul sur

(12) Voir note précédente.

(13) Les enseignants aussi. Ainsi, à titre d'exemple, cet extrait d'un photocopié de première année de D.E.U.G. scientifique :

CIRCUIT OSCILLANT LC



(suite de la note 13, page suivante)

deux pistes à la fois qui les contraindront, dans le meilleur des cas, à revenir à cette nécessaire étape. Mais lorsque aucune incohérence n'apparaît dans le calcul, la signification précise des symboles utilisés reste bien souvent dans le flou.

4. La maîtrise qu'un étudiant a, ou n'a pas, de la *signification du langage algébrique, apparaît de façon particulièrement cruciale dans la manière dont il distingue, ou non, les grandeurs physiques algébriques et leurs relations.*

Considérons un circuit électrique comprenant un condensateur de capacité C portant une charge Q , un interrupteur et une bobine de self inductance L (fig. 4). Etudions comment varie la charge Q du condensateur (ou l'intensité i du courant dans la bobine) quand on ferme l'interrupteur.

La différence de potentiel sur le circuit fermé est nulle et égale à la somme des d.d.p. aux bornes du condensateur et de la bobine :

$$\bullet O = V_C + V_L = \frac{q}{C} - L \frac{di}{dt} \quad (23)$$

Une diminution dO de la charge du condensateur entraîne l'apparition d'un courant i dans la bobine :

$$\bullet i = - \frac{dq}{dt} \quad (24)$$

On peut alors écrire :

$$\bullet \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (25 a)$$

$$\bullet \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{i}{LC} = 0 \quad (25 b)$$

Plutôt que de se limiter à critiquer des « démonstrations » de ce type, aussi floues que fréquentes, on pourrait à ce propos, proposer l'exercice suivant :

(a) Localisez dans ce texte toutes les affirmations fondées sur des conventions de signe implicites. Explicitiez ces conventions et précisez la signification des symboles i , q , dq (facultatif). Retrouvez les équations différentielles 25 a et 25 b avec d'autres conventions ; ou bien, sous forme plus simple à comprendre :

(b) Pourrait-on écrire : $i = \frac{dq}{dt}$, $V_L = + L \frac{di}{dt}$? Si oui, cela signifie-t-il qu'on puisse écrire n'importe quoi ? (à commenter...).

L'expérience C (« dipôles passifs ») est centrée sur ce point (14). Les grandeurs physiques et les relations en cause (i , R , $V_A - V_B$, $V_A - V_B = Ri$; q , C , $V_A - V_B = \frac{q}{C}$) sont, dans la théorie, liées diversement à la situation physique d'une part, aux conventions de signe de l'autre (cf. réponses figurant sur l'énoncé).

On aura noté la simplicité du formalisme algébrique impliqué et le fait que, malgré cela, les réponses ne sont pas absolument évidentes (15). Légèrement compliqué par la présence d'une f.c.é.m. d'induction, ce type de problème devient vite difficile. L'objectif n'étant pas d'abord un taux élevé d'erreurs, on se bornera ici à ces situations simples. Pour le reste, quiconque a enseigné la mise en équation de circuits électriques sait bien que cela ne se fait pas sans mal.

Les résultats révèlent, ou rappellent, diverses tendances. On y reconnaît la trace de ces deux points de vue : l'« algébrique » et le « physique », parfois fort bien conciliés, souvent indûment projetés l'un sur l'autre. Le « physique » sur l'« algébrique », en général.

• *Les grandeurs physiques*, relativement bien traitées, donnent cependant lieu à un nombre non négligeable de commentaires de ce type :

« (Si on change seulement la convention...)

... $i > 0$ reste vrai car il ne faut pas confondre valeur algébrique et valeur réelle » (1^{re} F);

« ... i reste > 0 , il circule toujours de + vers - » (1^{re} F);

« ... i reste > 0 car le sens physique est le même quel que soit le sens conventionnel » (1^{re} F).

Le cas inverse, où c'est une convention de type algébrique qui est instituée en réalité physique est plus rare mais néanmoins présent :

« (Partant de la même situation, et si on change seulement la convention...)

... $V_A - V_B < 0$ car le courant positif va maintenant de B vers A, or les courants vont des potentiels les plus élevés vers les moins élevés » (1^{re} C).

(14) Cette question est déjà au centre des problèmes soulevés par la phrase 2, expérience A. Voir annexe.

(15) cf. en annexe les taux d'erreurs ou d'incertitudes qui, cumulés, peuvent atteindre 86 % en 1^{re} F, 55 % en 1^{re} C.

Ces réponses pourraient être uniquement considérées comme des naïvetés de débutants, ou comme réservées en priorité aux classes techniques (1^{re} F) compte tenu des méthodes qu'on y utilise. Un peu plus fréquentes de fait dans ces classes, elles traduisent une difficulté plus ou moins bien surmontée dans d'autres groupes, mais qui est prête à réapparaître à la première occasion sur des problèmes à peine plus complexes (16).

• Voyons maintenant le sort fait aux *relations algébriques*. La relation $V_A - V_B = Ri$ est considérée par un tiers des élèves de 1^{re} C comme *indépendante de la convention* de signe sur le sens des courants positifs (à situation physique inchangée).

La relation $V_A - V_B = \frac{q}{C}$ de même est indépendante de la

convention désignant la plaque (A ou B) de charge q , pour un tiers des étudiants aussi bien en 1^{re} C qu'en deuxième année de D.E.U.G. Un tiers également de ces derniers *changent cette relation avec la situation physique* (17).

C'est dire combien la différence de statut entre grandeurs physiques et relations est souvent mal perçue, et combien ces dernières semblent adhérentes aux situations physiques qu'elles permettent de traiter.

On pourra attribuer ces résultats au côté inhabituel de ce genre d'exercice. Qui s'amuse à changer de convention de signe pour le plaisir ? Certes, mais de même que des exercices de changement de référentiel font apparaître des incompréhensions sur la dynamique la plus élémentaire dans le plus galiléen des repères, ce type d'exercice est révélateur d'une pratique algébrique courante où ce qui importe avant tout, c'est d'avoir le même signe à droite et à gauche du signe $=$, sans que l'on sache si les signes impliqués dans le déroulement du calcul précisent que telle grandeur est positive ou négative, ou s'ils spécifient le type de relation qui existe entre ces grandeurs.

Si la différence de potentiel $V_A - V_B$ aux bornes d'un dipôle passif doit changer de signe par suite d'un « retournement » de la situation physique (sens du courant, ou signe des charges inversé), qu'importe si c'est le courant (ou la charge) qui change de signe, ou bien la relation elle-même, ou plutôt, quelle différence ?... pourvu que l'on ait bien, en fin de compte,

$$-10 \text{ volts} = -100 \, \Omega \times 0,1 \text{ A.}$$

Si ce souci de cohérence de signes sur divers cas particuliers ne va pas avec un souci de cohérence de signification, il n'assure

(16) Voir en annexe les réponses : « le travail reçu est toujours positif, par convention ».

(17) Voir en annexe les commentaires des étudiants.

plus, comme c'est sa fonction normale, la vérification d'une mise en algèbre correcte et d'application généralisable. Il fournit seulement un air de légitimité au calcul exhibé. Les fonctions du langage algébrique sont gommées. Cet état de choses transparait dans l'ambiguïté significative de certaines réponses à la question : telle relation est-elle conservée... ?

$$\text{« } V_A - V_B = \frac{q}{C} \text{ change de signe » (1}^{\text{re}} \text{ C).}$$

« La formule $V_A - V_B = Ri$ reste valable mais le produit $Ri < 0$, $V_A - V_B = Ri$ » (1^{re} F).

« L'équation deviendra négative » (1^{re} F).

« On change le sens de l'équation : $V_B - V_A = -Ri$ » (1^{re} F).

CONCLUSION.

Les quelques éléments discutés ici n'ont sans doute rien pour surprendre profondément quiconque enseigne une matière relevant d'un traitement algébrique. Plutôt que d'insister à nouveau sur les difficultés qui apparaissent ici, il est sans doute plus utile de s'interroger sur ce qui donne à ces comportements leur logique et leur stabilité.

On a avancé plus haut cette hypothèse : la pratique algébrique estudiantine consiste, plus souvent qu'on ne le croit, à justifier ou à vérifier plutôt qu'à construire un résultat. Un étudiant moyen lit, écoute, recopie, subit beaucoup plus de développements algébriques qu'il n'en élabore.

Il faudrait une étude plus poussée qui analyse ces aspects de la pratique étudiante : manière de travailler un cours livré tout fait, utilisation des documents (en examen par exemple), travail en commun, transmission de l'information d'un étudiant qui a suivi un cours, une séance de travaux dirigés, à un autre qui était absent... Il est probable que là se trouve l'une des clés du rapport des étudiants à l'algèbre.

Une autre, chronologiquement antérieure, est à chercher dans la forme de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement secondaire, dont une tendance actuellement très contestée est de présenter les concepts mathématiques sous une forme aussi détachée que possible des problèmes concrets qu'ils sont censés contribuer à résoudre. Vaste problème que l'on ne peut ici qu'évoquer rapidement.

Une autre enfin se situe bien évidemment dans le type d'exercices, plus largement d'activités, proposés aux étudiants en Phy-

sique. C'est là un point sur lequel il est possible d'intervenir directement : si les difficultés que les étudiants éprouvent à mettre en algèbre un problème physique sont bien connues, si l'on s'y heurte constamment, cela ne signifie pas pour autant qu'on les traite *explicitement, pour elles-mêmes*. La diversité des contenus physiques étudiés et des habitudes qui leur sont liées, risque de masquer, si l'on n'y prend pas garde, la permanence des règles du traitement algébrique. De plus, cette phase de « mise en algèbre » du problème, dont certains énoncés dispensent parfois totalement l'étudiant, est en tout cas presque toujours suivie d'une autre, fort absorbante, de manipulation purement calculatoire, dont les difficultés propres risquent de faire écran à celles de la phase préliminaire de traduction. Cet effet d'écran apparaît de façon criante dans la façon dont les étudiants rédigent, ou plutôt ne rédigent pas, leurs devoirs : suite d'écritures algébriques, dont les symboles, la plupart du temps, maigrement définis, et les équations, fortes (plus ou moins...) de leur cohérence, sont sensés porter à eux seuls tout le sens de la solution.

Le principe qui a inspiré aux auteurs du projet Nuffield leur « skill sessions » [5], consistant à isoler tel ou tel aspect de l'activité scientifique pour y consacrer un moment de travail explicitement centré, mériterait d'être plus largement repris, en particulier à propos des problèmes soulevés ici.

Les textes utilisés pour ces enquêtes sont des exemples, parmi d'autres évidemment, d'exercices centrés sur une préoccupation. Le principe en est adaptable à d'autres contenus physiques, d'autres niveaux. Il n'est pas indifférent d'amener un étudiant à exprimer clairement sinon de façon irréprochable, des choses comme celles-ci :

« Il y a donc une certaine ambiguïté sur l'expression « travail reçu ». Celle-ci recouvre en effet deux notions :

- un travail *quelconque*, reçu (il est alors positif) ou fourni (alors le « travail reçu » est négatif) ;
- un travail reçu *effectivement* et toujours positif »

ou :

« Si W est reçu par un système, celui-ci est compté positivement, c'est-à-dire que $\Delta U_{\text{SYST}} = W$, que W soit > 0 ou < 0 »,

ou encore :

« La relation $V_A - V_B = Ri$ n'est pas changée par la situation physique puisque ce sont des valeurs algébriques ».

Même pour un étudiant qui « fonctionnait » déjà auparavant en accord implicite avec ces affirmations, leur explicitation est

un gage de stabilité et de possibilité de transfert à d'autres situations.

Remarquons que, pour certaines d'entre elles au moins, le mérite de ces formulations explicites revient entièrement à leur auteur, qui ne les aura vraisemblablement recueillies d'aucun enseignant.

D'autres formes d'activités restent à inventer, à pratiquer. Exercices de traduction du langage naturel en symboles graphiques ou algébriques et réciproquement, véritable critique de textes algébriques : on peut proposer un exercice déjà résolu, un extrait de polycopié (18), demander de préciser le sens des symboles utilisés, de localiser les expressions d'hypothèses, de lois physiques, les simples intermédiaires de calcul... Libérés de l'inquiétude liée aux manipulations mathématiques, les étudiants pourraient, de temps en temps, consacrer plus spécifiquement leur attention à ces autres aspects, essentiels, de l'activité scientifique. Il faut, bien sûr, conjointement, valoriser la rédaction, et trouver à cette fin des moyens plus efficaces que les habituelles exhortations (19).

Entendons-nous bien : il ne s'agit pas de développer le culte d'un formalisme irréprochable et de formulations désincarnées, qui interdirait l'usage de l'intuition ou d'une certaine débrouillardise, tout en alourdissant considérablement le discours scientifique. Il s'agit encore moins de substituer l'enseignement des conventions de signe ou d'une théorie de la représentation algébrique à celui des moyens sûrs de s'en sortir devant un circuit électrique. Les lignes qui précèdent répondent plutôt à cette préoccupation : comment équilibrer le rôle utilitaire des manipulations calculatoires, et leur aspect automatique, par des activités propres à rendre au formalisme algébrique son statut : celui d'un langage.

Ces quelques remarques ne font le tour d'aucun des problèmes soulevés. Elles voudraient simplement contribuer à ce que ces problèmes ne soient ni sous-estimés, ni considérés d'un oeil par trop fataliste.

(18) Voir note plus haut § II.3.

(19) Pourquoi ne pas, par exemple, entraîner les élèves à expliciter aussi leurs difficultés, plutôt que de ne les gratifier que pour les « réponses exactes ». On sait bien que si l'élève savait exprimer clairement et complètement ses difficultés, c'est qu'il les aurait déjà pratiquement surmontées. Il faut donc être réaliste et ne pas espérer de miracle. Mais, là aussi, il y a des degrés : pourquoi renoncer à gravir les plus accessibles ?

REFERENCES

- [1] SALTIEL E. — 1978. *Concepts cinématiques et raisonnements naturels*. Thèse, Université Paris VII.
 - [2] VIENNOT L. — 1977. *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*. Thèse Université Paris VII ; 1979. Editions Hermann, Paris.
 - [3] MALGRANGE J.-L., SALTIEL E., VIENNOT L. — 1973. *Vecteurs, scalaires et grandeurs physiques*. Encart pédagogique du bulletin de la S.F.P.
 - [4] VERGNIAUD G. — 1976. *Structures additives et complexité psychogénétique*. Revue Française de pédagogie n° 36.
 - [5] *Small group teaching in undergraduate science*, projet H.E.L.P., Nuffield Foundation 1977.
-

ANNEXE

**COMPTES RENDUS D'EXPERIENCES
SUR LA PRATIQUE DE L'ALGEBRE ELEMENTAIRE
EN THERMODYNAMIQUE ET EN ELECTRICITE**

Les trois expériences décrites ici répondent à une même préoccupation : mieux comprendre comment les étudiants pratiquent la transcription entre langage verbal et langage algébrique.

On notera pourtant qu'elles portent sur des domaines bien différents de la physique dont elles soulèvent au passage les difficultés spécifiques. Elles ont également des formes différentes : une explication de texte et deux questionnaires fermés.

Il n'est pas question de nier la diversité de ces aspects ni leur influence éventuelle sur les résultats. « Spontané », « forcé » sont des catégories qui interviennent beaucoup moins en électricité qu'en thermodynamique. On n'éprouve pas le besoin, en mécanique, de convenir que « le travail reçu par un système est compté positivement ». Les étudiants ne sont *pas du tout* habitués à pratiquer l'explication et la critique de textes scientifiques, et répondent beaucoup plus volontiers devant une alternative : « +, ou — ? »...

La discussion précédente, centrée sur l'usage de l'algèbre, rassemble des éléments convergents obtenus dans ces contextes variés. Elle n'épuise pas pour autant toutes les questions soulevées par les aspects spécifiques de chaque expérience.

Les résultats qui suivent ne sont donc pas « intégralement interprétés ». Ils peuvent avoir néanmoins l'intérêt de préciser le comportement des étudiants à l'intérieur d'un domaine de la physique, Thermodynamique ou Electricité, et de suggérer l'usage pédagogique que l'on peut faire de questionnaires analogues, *commentés ensuite* avec les étudiants.

C'est pourquoi ces résultats sont rassemblés ici sous forme relativement détaillée.

Les expériences A et B.

Ces expériences ont été construites pour fournir des éléments de réponse aux questions suivantes (cf. texte principal, § I) :

- Y a-t-il des éléments soit appris (par ex. une « convention »), soit d'origine non scolaire (perception naturelle d'une situation physique, langage courant), qui conduisent

l'étudiant à affecter un signe plutôt qu'un autre à une grandeur physique algébrique ?

— Même question quant aux signes figurant dans des relations simples entre ces grandeurs.

Les moyens employés y sont de types différents :

Le questionnaire A invite les étudiants à expliquer, puis à critiquer des énoncés généraux (des « règles »). On pouvait en attendre avant tout des éclaircissements sur la *signification* de ces énoncés et en particulier des grandeurs algébriques impliquées. Le questionnaire B propose, au contraire, des situations particulières sur lesquelles l'étudiant doit émettre un jugement. Il est construit pour faire apparaître les *caractéristiques de la situation* dont l'étudiant s'est servi pour répondre.

Expérience A - Critique d'énoncés (1^{er} cycle universitaire et maîtrise).

Le texte proposé aux étudiants est le suivant :

Expliquez les trois phrases suivantes, en donnant si possible des exemples précis pour les illustrer, et faites-en une *critique comparative*.

1. Le (travail reçu par un système) est égal à — (moins) le (travail fourni par ce système au milieu extérieur).
2. Le travail reçu par un système est compté positivement.
3. Le travail reçu par un système est toujours positif.

L'analyse de ces phrases devrait, semble-t-il, passer par la définition des expressions « travail reçu », « travail fourni ». Les définitions relativement claires fournies dans quelques cas par les étudiants se rattachent à celles-ci :

a) « Travail reçu... », W : travail des « forces extérieures » au système (sur le système) :

$$W = \int \vec{F}_{\text{ext}} \cdot d\vec{l}.$$

b) « Travail reçu... », W : lorsqu'il est positif, il augmente d'autant l'énergie interne du système :
 $\Delta U = W +$ éventuellement autre chose.

c) « Travail fourni... », W' : travail des forces intérieures au système sur l'extérieur :

$$W' = \int \vec{F}_{\text{int}} \cdot d\vec{l}.$$

d) « Travail fourni... », W' : $W' = -W.$

e) « Travail fourni... », W' : lorsqu'il est positif, il diminue d'autant l'énergie interne du système : $\Delta U = -W' +$ éventuellement autre chose.

- Ces définitions renvoient toutes à des *grandeurs algébriques*. Des formulations voisines, mais désignant des grandeurs présentées comme nécessairement positives seront, dans la suite, considérées comme distinctes de celles-ci.

- Ces formulations méritent diversement le titre de « définition ». Ce terme s'applique mieux aux rubriques *a*, *c*, *d* qu'aux rubriques *b* et *e*. Mais on n'ergotera pas davantage là-dessus, pas plus que sur la précision de ces formulations : elles constituent des mises au point déjà suffisamment avancées par rapport au flou du langage courant pour qu'on n'aille pas les alourdir davantage ici.

- On peut, à l'aide de ces définitions, proposer une analyse relativement cohérente des phrases ci-dessus :

Phrase 1 :

Le (travail reçu par un système) est égal à — le (travail fourni par ce système au milieu extérieur).

Avec les définitions (*a* ou *b*) et *c*, la phrase 1 n'est vraie que dans le cas de *transformations réversibles*.

Avec les définitions (*a* ou *b*) et (*d* ou *e*), cette phrase est « une tautologie », « une évidence », pour reprendre les expressions des étudiants.

Phrase 2 :

Le travail reçu par un système est compté positivement.

Cette affirmation, considérée comme *superflue en Mécanique*, s'introduit dans l'univers des étudiants avec la Thermodynamique.

La convention évoquée peut, avec les définitions *a* et *b*, se formuler ainsi : « on convient d'exprimer lois et calculs, en thermodynamique, à l'aide du travail reçu par le système, W . Dès lors, le premier principe s'écrit : $\Delta U_{\text{SYST}} = Q + W$.

Dans cette interprétation, l'adverbe « positivement » fait allusion au *signe* figurant dans une relation, et non au *signe d'une grandeur physique* qui serait positive lorsque...

Avec ou sans définition préalable du travail reçu, la phrase 2 prise à la lettre et sans contexte, ne signifie rien. Une façon de

le constater est de tenter de formuler une (ou plusieurs) convention(s) opposée(s).

Phrase 3 :

Le travail reçu est toujours positif.

Les définitions a et b définissant le travail reçu W comme une grandeur algébrique sont incompatibles avec la phrase 3.

Cette phrase ne peut être vraie qu'avec une restriction des définitions ci-dessus aux valeurs positives de W .

En fait, une telle analyse, précédée de définitions claires, se révèle extrêmement difficile à formuler pour les étudiants. La nécessité même de définir les expressions utilisées n'est ressentie que confusément, et rarement formulée.

Les expressions verbales « reçu », « fourni » sont souvent considérées comme univoques, par assimilation au langage naturel. Elles sont souvent soutenues de « vraiment », de « véritablement » et de « effectivement » dont le but est d'affranchir provisoirement la grandeur désignée de son aspect algébrique, mais qui n'affichent pas leur critère de « vérité » ; ainsi : « si un travail reçu est effectivement reçu, il est positif ».

Tout ceci donne à la plupart des réponses un contenu difficilement déchiffrable. Moins que jamais les réponses ne sont facilement classables, ni les pourcentages éclairants. Ceux que l'on cite n'ont qu'un rôle indicatif et l'intérêt d'un tel dépouillement est plus dans les quelques commentaires assez nets pour indiquer, à titre symptomatique, une tendance (voir plus loin : caractéristiques des réponses).

Du point de vue de l'enquêteur, le fait essentiel est celui que l'on vient de citer : grande confusion dans une expression à cheval sur deux types de langage aux connections mal maîtrisées (ce qui ne signifie *nullement* à soi seul que, dans la pratique, les notions correspondantes soient mal manipulées). Des faits plus spécifiques sont cités plus loin, phrase par phrase.

Du point de vue de l'enseignant, ce type de travail, très inhabituel, conduit certains élèves à faire eux-mêmes une analyse précise de phrases qu'ils utilisent couramment, et le plus grand nombre à en ressentir la nécessité. Peut-on considérer que ce soit superflu, d'autant qu'une telle clarification n'entraîne pas, pour une fois, un alourdissement des formulations utilisées ?

Quelques caractéristiques des réponses.

Pour simplifier, l'analyse est faite phrase par phrase. On vérifiera à travers les réponses citées que, d'une phrase à l'autre, les commentaires ne sont évidemment pas déconnectés.

En l'absence de caractéristiques significativement distinctes, les réponses des deux groupes d'étudiants interrogés (2^{me} année de D.E.U.G. : 25 étudiants, 1^{re} année Maîtrise : 14 étudiants) ont été regroupées.

Phrase 1 :

Le (travail reçu par un système) est égal à — (le travail fourni par ce système au milieu extérieur).

3 %

Définition des deux grandeurs W et W' selon a et c :
« le travail des forces extérieures = — travail des forces intérieures :

(logique $F_{\text{int}} = -F_{\text{ext}} \dots$ ».

18 %

Allusion à la condition de réversibilité, sans que l'on ait auparavant précisé les définitions de W et W' :

« Ceci n'est vrai que pour les transformations réversibles ».

3 %

Définition implicite (selon d) : $W' = -W$, après d'ailleurs une longue illustration de cette définition avec un exemple de Mécanique :

« On appelle W_{fourni} (— $W_{\text{reçu}}$); le système perd l'opposé de ce qu'il gagne, que cette énergie soit positive ou négative ».

15 %

- Plus souvent, on semble vouloir *démontrer* que $W = -W'$ à partir d'une sorte d'algèbre verbale qui veut que « gagné » = — « perdu », « reçu » = — fourni », et ne précise guère plus ce dont il est question. « ... pendant cette transformation, le système a donc fourni un travail opposé au travail reçu, d'où :

$W_{\text{reçu}} = -W_{\text{fourni}}$ au milieu extérieur. »

8 %

- On démontre aussi cette relation à partir de la convention ainsi interprétée : « $W > 0$, $W' < 0$ » :

« Travail reçu : travail que l'on apporte au système.

Travail fourni : travail que le système apporte au milieu extérieur. On considère la valeur absolue de ce travail. Par convention lorsque du travail est apporté au système, sa valeur algébrique est + (travail), lorsque du travail est apporté par le système sa valeur algébrique est — (travail). D'où :

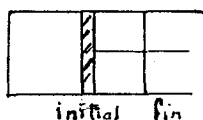
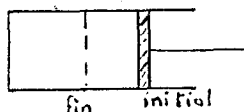
(travail reçu = — travail fourni). »

8 %

Assez à part, il faut signaler cette interprétation du signe — : il traduit le fait que les grandeurs W et W' ,

toutes deux positives, interviennent au cours de transformations inverses successives :

« On voit bien que dans la syntaxe « recevoir = — fournir ». Nous pouvons expliquer cela avec un piston :



Conditions de départ : la pression est la même dans le piston et à l'extérieur. Si on pousse le piston avec une force F , le travail $F \cdot l = W_1$ (orientation de l'axe des l).

Si, dans les mêmes conditions de départ, on tire le piston avec la même force de l , on aura le travail $= F \cdot (-l) = -F \cdot l = -W_1$.

On voit donc sur l'exemple du piston de la véracité de la première information ».

8 %

expriment la nécessité de définitions précises.

« Tout est dans la définition du mot « reçu ». Tel qu'on a défini le mot recevoir, elle n'est vraie que dans le cas précisé plus haut [cas fourni (littéral) = fourni (thermo)] ».

« Il y a donc une certaine ambiguïté sur l'expression « travail reçu ». Celle-ci recouvre en effet deux notions : un travail *quelconque*, reçu (il est alors positif) ou fourni (alors le travail « reçu » est négatif).

Un travail reçu *effectivement* est toujours positif ».

26 %

réponses « diverses » depuis le « c'est toujours vrai », jusqu'à « à l'équilibre $W_1 + W_2 = 0$, $W_1 = -W_2$ », en passant par la conservation de l'énergie, qui « justifie » que « ce qui est perdu par le système est gagné par son milieu, et inversement ».

20 %

ne répondent rien.

Faits remarquables :

- dispersion des réponses,
- quelques analyses très claires,
- beaucoup d'analyses qui *ne définissent pas* les expressions : travail reçu, fourni... et sont, de ce fait, souvent inextricables.

Phrase 2 :

Le travail reçu par un système est compté positivement.

49%

disent : que cette phrase pose une convention :

« Par convention » ;

et ajoutent parfois (13 %) des éléments diversement explicites :

« Par convention, le travail apporté est positif ; le travail reçu est compté positivement ».

« Convention, puisque c'est le système qui nous intéresse ».

10 %

rattachent la convention au fait que la variation ΔU d'énergie interne est positive en même temps que le travail reçu :

« Par convention, le travail reçu est compté positif lorsqu'il augmente l'énergie du système ».

20 %

Divers.

20 %

Pas de réponse.

Faits remarquables :

- Le côté « *convention* » prédomine, occultant le problème du *sens* de la phrase.
- Quelques explicitations claires.

Phrase 3 :

Le travail reçu par un système est toujours positif.

5%

- VRAI, sans commentaire.

44 %

- FAUX, avec exemples à l'appui (compression-détente), et, éventuellement, commentaires virulents :

« c'est le type même d'escroquerie pédagogique ! »

« cela ne signifie rien ».

13 %

Pas de réponse.

38 %

Réponses conditionnelles, par exemple :

« si le système n'est pas réversible »,

et surtout (30 % du total), ces réponses qui lient la vérité de la phrase 3 à :

- l'existence de la convention (13 %) : « par convention »,
- la vérité de la phrase 2 (17 %) :

« entre les phrases 2 et 3, je ne vois aucune différence »,

« si la phrase 2 est vraie ».

Faits remarquables :

- 44 % seulement, des étudiants rejettent nettement cette phrase ;
- 30 % l'identifient à la convention de signe.

Expérience B (1^{er} cycle universitaire et maîtrise).

Le but de cette expérience est de mettre en évidence le (ou les) critères(s) choisi(s) pour déterminer le signe du travail reçu par un système. On ne s'étonnera donc pas de trouver dans l'énoncé des données redondantes. Le texte exact du questionnaire B figure dans le texte principal (§ I). Ici sont rappelées les situations proposées (Tableaux 1 et 2, col. 1 et 2) et la question posée : « quel est le signe du travail élémentaire reçu par le gaz à l'intérieur du cylindre ? »

En Tableau 1, on trouvera une justification des réponses exactes (col. 5) à partir des forces en cause (col. 4) et du déplacement (col. 2).

Le Tableau 2 récapitule les critères de réponse possibles (explicités plus longuement dans le texte principal) et les réponses correspondantes.

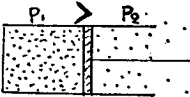
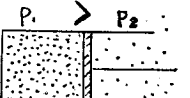
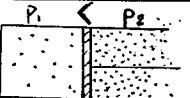
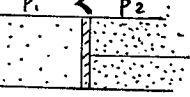
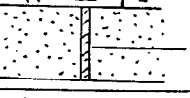
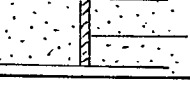
**Tableau 1 : Le questionnaire B - Eléments de solution
et réponses exactes**

Situation	Déplacement élémentaire $\vec{dx}$	Forces exercées		Signe du travail élémentaire reçu par le gaz $dW = \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{dx}$
		par le gaz sur l'extérieur	par l'extérieur sur le gaz à l'intérieur du cylindre (en trait plein la résultante $\vec{F}_{\text{ext}}$)	
	$\rightarrow$	$\dashrightarrow$	$\leftarrow (P_2)$	-
	$\leftarrow$	$\dashrightarrow$	$\leftarrow (P_2)$ $\leftarrow (P_2)$ $\leftarrow (P_2)$	+
	$\rightarrow$	$\dashrightarrow$	$\rightarrow (P_2)$ $\rightarrow (P_2)$ $\rightarrow (P_2)$	-
	$\leftarrow$	$\dashrightarrow$	$\leftarrow (P_2)$ $\leftarrow (P_2)$ $\leftarrow (P_2)$	+
	$\rightarrow$	$\dashrightarrow$	$\leftarrow (P_2)$	-
	$\leftarrow$	$\dashrightarrow$	$\leftarrow (P_2)$	+

Dans les cas où le déplacement ne se fait pas vers une pression plus faible, c'est que l'on exerce sur l'axe une force dans le sens voulu (cf. « l'expérimentateur » col. 4). On suppose alors la transformation réversible (*).

(*) Cette dernière précision (la réversibilité) ne figurait pas dans la première version de ce questionnaire, qui n'a pourtant donné lieu à aucune objection sur ce point de la part des étudiants. L'adjonction de cette précision n'a pas apporté d'éléments nouveaux, significatifs ni dans les réponses ni dans les commentaires. On a donc regroupé les résultats des deux versions du questionnaire.

**Tableau 2 : Critères de réponse au questionnaire B
et configurations de réponses correspondantes**

Situation	Déplacement élémentaire	Réponse selon le critère		
		a $(dW = -pdV)$ déplacement, détente, compression...	b $(dW = F_{\text{ext}} \cdot dx)$ appliqué correct incorrect	c Transformation spontanée, forcée...
	→	-	-	-
	←	+	+	+
	→	-	+	+
	←	+	-	-
	→	-	+	ou 0
	←	+	+	ou 0

Il n'y a pas une correspondance bi-univoque entre l'usage d'un critère et une configuration de réponses : les deux premiers critères, *a* et *b*, correctement appliqués, conduisent aux mêmes réponses, le second, *b*, appliqué incomplètement, ou encore avec une mauvaise définition du « système », conduit aux mêmes réponses que le dernier, *c*. Les configurations de réponses pourraient donc, *a priori*, être considérées comme peu éclairantes à elles seules. Ce sont les justifications exprimées qui permettent

d'attribuer pourtant à ces configurations une signification en elles-mêmes.

- *Les réponses correctes* lorsqu'elles sont justifiées, répondent dans la quasi-totalité des cas au *critère a*, utilisé de façon *homogène* sur toutes les questions.

- Les réponses traitant de façon analogue les questions 1 et 4, 2 et 3, 5 et 6 (critères compatibles : *b* mal appliqué, ou *c*) lorsqu'elles sont justifiées, le sont par une argumentation qualitative centrée, pour l'une des questions au moins, sur le fait qu'il est nécessaire, ou non, d'agir sur le piston pour obtenir le déplacement indiqué (critère *c*). Il est vraisemblable que l'utilisation même incorrecte du critère *b* seul irait de pair avec des justifications homogènes, du type $dW = F_{\text{ext}} \cdot dx$, sur l'ensemble des questions. Or, l'ensemble des justifications correspondant à cette configuration de réponses est soit homogène, en des termes très qualitatifs (« forcé », « spontané », « se fait tout seul »...), soit inhomogène, alternant les trois critères précédents *a*, *b*, *c*. Ceci conduit à penser que cette configuration de réponse est, la plupart du temps, la trace d'un critère *c* utilisé de fait.

C'est donc deux approches fort différentes que traduisent vraisemblablement les configurations de réponses évoquées précédemment. Les pourcentages correspondants figurent en Tableau 3.

Faits remarquables :

- Importance (*) des pourcentages de réponses qui traitent de façon analogue :

- les questions 1 et 4 (transformations « spontanées »),
- les questions 2 et 3 (transformations « forcées »),
- les questions 5 et 6 (transformations « très peu forcées »).

(*) Cette importance est variable selon les cas. Les chiffres auxquels on fait allusion ici peuvent être comparés :

- soit au pourcentage de telles réponses traduisant un enseignement bien assimilé par tous : 0 % ;

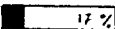
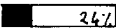
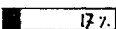
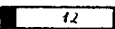
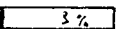
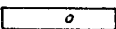
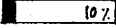
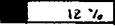
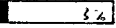
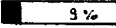
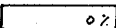
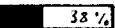
- soit au pourcentage de telles réponses que l'on peut attendre de réponses « au hasard », c'est-à-dire plus précisément, de réponses indépendantes d'une question à l'autre avec, à chaque fois, équiprobabilité du OUI et du NON. Ce pourcentage est de 25 % pour tout couple particulier de réponses, notamment :

[91 : $W < 0$, 94 : $W < 0$]

[92 : $W > 0$, 93 : $W > 0$]

[95 : $W > 0$, 96 : $W > 0$].

**Tableau 3 : Configurations des réponses au questionnaire B
et taux de réponses correspondantes**

Questions:	2 ^{de} année 1 ^{er} cycle N = 89	1 ^{re} année maîtrise N = 42	1 ^{re} année faculté agronomique N = 165	enseignants de physique ** N = 8
1 2 3 4				
- + - + + - + -	44 0 	7 0 	39 43 	3 1 
- + + - + - - +	21 0 	25 0 	34 31 	3 1 
- + + + + - - -	15 0 	5 0 	3 1 	0 0 
Autres réponses	9 	5 	14 	0 
Questions:				
5 6				
+ + - - 0 0 ? ?	19 1 3 5 	24 1 1 	20 8 6 3 	0 
+ - - +	3 58 	2 14 	66 62 	0 8 

(*) Résultats aimablement communiqués par le professeur J. DELTOUR (Gembloux - Belgique).

(**) Enseignement secondaire et universitaire. Etant donné l'effectif réduit, ces résultats n'ont qu'une valeur indicative.

L'effort de l'expérimentateur sur l'axe du piston, directement sensible, semble mobiliser l'attention des étudiants, aux dépens du travail correspondant à la pression extérieure p_2 .

• Inhomogénéité fréquente des justifications fournies par un même étudiant aux différentes questions. Fréquence aussi des démarches inversées, partant de fait du résultat supposé et allant parfois jusqu'à contredire l'énoncé (voir texte principal § II.2.).

Ce sont ces aspects plus généraux des résultats qui font l'intérêt principal de cette expérience.

Expérience C (classes de première et premier cycle universitaire).

Cette dernière expérience est plus spécifiquement centrée sur la différence entre signe d'une grandeur physique ($i, q, V_A - V_B$), au sens où celle-ci est positive ou négative, et signe figurant dans une relation entre grandeurs physiques ($V_A - V_B = + Ri$,

$$V_A - V_B = - \frac{q}{C} \Bigg).$$

Le principe du questionnaire est de proposer une situation déjà mise en algèbre, puis de modifier soit la situation elle-même, soit une convention de signe. On demande alors ce qui reste valable et ce qui change pour chaque catégorie de signes.

Ce schéma a donné lieu à plusieurs variantes, dont les textes figurent ci-après. On peut regrouper ainsi les questions proposées :

LA SITUATION PHYSIQUE est modifiée dans les questions I et II *b*) (on change le sens de circulation dans chaque cas) et dans la question III *b*) (on change le signe de la charge portée par une plaque).

LA CONVENTION DE SIGNE est changée dans les questions II *a*) (sens d'un courant positif) et III *a*) (plaque dont la charge est désignée par la grandeur physique q).

Comme on pouvait s'y attendre, les résultats sont analogues (*) à l'intérieur de chaque groupe de questions. Les résultats ont donc été rapprochés en fonction de ces regroupements.

Les effectifs interrogés sont :

1^{re} F₁ et F₃ : 44 élèves au (total),

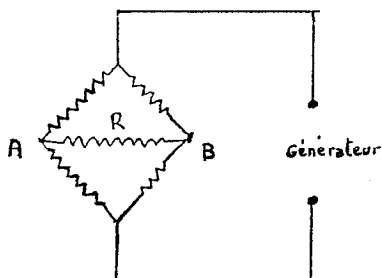
1^{re} C : 38 élèves,

D.E.U.G. 2^{me} année : 18 étudiants.

(*) Seules, les premières F semblent faire une différence entre les questionnaires I et II *b*), en évitant davantage de se compromettre dans le second cas (réponses du type : $|V_A - V_B| = Ri$, classées « ? »).

Texte des questionnaires C.

I. Dans un pont de Wheatstone déséquilibré, on fait l'hypo-



thèse que, sur la branche AB représentée ci-après, le courant va de A vers B. On en déduit les relations suivantes :

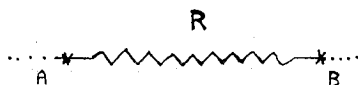
- (1) $i_{(A \rightarrow B)} > 0$
- (2) $V_A - V_B = Ri$
- (3) $V_A - V_B > 0.$

Tous calculs faits, on trouve une intensité négative.

Pour chacune des relations (1), (2), (3), dites si elle reste valable ou non, et pourquoi.

(1) $i_{(A \rightarrow B)} > 0$	
(2) $V_A - V_B = Ri$	
(3) $V_A - V_B > 0$	

II. Convention : on convient de déclarer l'intensité i du courant positive lorsque celui-ci va de A vers B. Pour une situation physique donnée, on a les trois relations suivantes, compatibles entre elles :



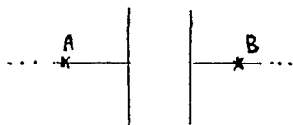
- (1) $i > 0$
- (2) $V_A - V_B = Ri$
- (3) $V_A - V_B > 0.$

Qu'est-ce qui change dans chacune de ces relations, dans chacun des cas suivants (à considérer indépendamment) ?

Justifiez à chaque fois votre réponse.

	Relation 1	Relation 2	Relation 3
a) On change le sens choisi conventionnellement pour les intensités positives, tout en gardant la même situation physique.			
b) On garde la même convention de signe que dans l'énoncé, on change le sens de circulation du courant.			

III. *Convention* : On convient d'appeler q la charge portée par la plaque de *gauche* du condensateur représenté ci-après.



Pour une situation physique donnée, on a les trois relations suivantes :

(1) $q > 0$

(2) $V_A - V_B = \frac{q}{C}$

(3) $V_A - V_B > 0.$

Qu'est-ce qui change dans chacune de ces relations, dans chacun des cas suivants (à considérer *indépendamment*) ? Justifiez chaque fois votre réponse.

	Relation 1	Relation 2	Relation 3
a) On convient d'appeler q la charge portée par la plaque de droite tout en gardant la même situation physique.			
b) On appelle à nouveau la charge de la plaque de gauche, mais on change la situation physique : q change de signe.			

Réponses obtenues (*), faits remarquables :

1. Les grandeurs physiques sont mieux traitées dans les questions qui changent la situation physique (I, II *b*, III *b*) que dans celles qui changent la convention (II *a*, III *a*). Ainsi, les taux moyens d'erreurs explicites :

Questions	Situation physique	Convention	1ère C	1ère F	DEUG
I, II <i>b</i> , III <i>b</i>	changée	inchangée	9 %	16 %	6 %
II <i>a</i> , III <i>a</i>	inchangée	changée	19 %	36 %	61 %

2. Les relations algébriques ne sont pas significativement mieux traitées dans un type de question que dans l'autre.

3. Noter l'importance du taux des réponses qui, explicitement,

— conservent la relation dans un changement de convention :

Question	Situation physique	Convention	1ère F	DEUG
II <i>a</i>	inchangée	changée	25 %	NON DEMANDÉ
III <i>a</i>	inchangée	changée	NON DEMANDÉ	35 %

(*) Ces résultats ont été aimablement communiqués par N. CALMET, F. ROUAN, C. ROYER et E. SALTIEL.

« Le sens du courant étant toujours le même, on a la même relation » [II a, F(*)].

« Le sens du courant ne change pas avec le conducteur : $V_A - V_B = Ri$ » (II a, F).

« On aura toujours $V_A - V_B = Ri$ car, seule, la convention change » (II a, C).

— ou bien changent la relation avec la situation physique :

question	Situation physique	Convention	1 ^{ère} F	1 ^{ère} C	DE V.G.
I	changée	inchangée	34 %	3 %	NON DEMANDE
II b	changée	inchangée	34 %	11 %	NON DEMANDE
III b	changée	inchangée	NON DEMANDE	11 %	33 %

« La relation change car i est négatif » (I, F).

« $V_A - V_B = -Ri$ car i a changé de sens » (II b, C).

4. A noter, à titre de symptôme, les formulations ambiguës où l'on ne sait ce qui change de signe, la relation ou bien telle ou telle grandeur physique :

« $V_A - V_B = \frac{q}{C}$ change de signe » (III a, C).

« $V_A - V_B = Ri$ change de signe puisque i change de signe » (II a, F).

« La formule reste valable mais le produit $Ri < 0$,

$V_A - V_B = -Ri$ » (II a, F).

« L'équation deviendra négative » (II a, F).

5. Quant aux *grandeurs physiques*, elles font l'objet d'une distinction entre *valeur algébrique* (et ce qui va avec : signe, convention) et *valeur réelle* (module et « sens physique »).

• Cette *distinction* peut être mise à profit pour formuler clairement une *réponse exacte* :

— sur la relation $V_A - V_B = Ri$:

« $V_A - V_B = Ri$ puisque ce sont des valeurs algébriques » (I, F).

(*) Référence comportant celles de la question et celle de la classe de première concernées.

— sur $V_A - V_B > 0$:

« $V_A - V_B > 0$, la tension reste constante quel que soit le signe du courant, mais avec le sens réel la tension change » (II a, F).

• Il arrive que l'aspect algébrique soit complètement gommé pour que le raisonnement ne soit *plus que physique* :

— avec succès :

« $V_A - V_B > 0$: le potentiel est toujours dans le même sens » (*) (II a, F).

« $V_A - V_B > 0$: les polarités du générateur étant inchangées » (II a, C).

« $V_A - V_B > 0$: même sens qu'auparavant » (II a, C) (*).

« Les bornes positives et négatives ne changent pas de place » (II a, C).

— ou avec moins de succès quand on ne retient plus, pour i , que « la valeur réelle », le « sens physique », ou même seulement le module :

« $i > 0$ reste vrai car il ne faut pas confondre valeur algébrique et valeur réelle » (II a, F).

« i reste > 0 , il change toujours de + vers — ».

« i reste > 0 car le sens physique est le même quel que soit le sens conventionnel » (II a, F).

« $i > 0$: la même quantité d'électricité passera dans le conducteur, il n'y a que son sens qui diffèrera » (II b, F).

« Il n'y a que le sens du courant qui change » (II b, F).

« i reste toujours > 0 , c'est le sens qui change » (II b, F).

7. Il arrive que la *convention* instituant :

le sens d'un courant i positif

la plaque dont la charge s'appelle q

confère du même coup une « valeur réelle » positive à ces grandeurs :

— le courant va *effectivement* dans le sens conventionnel,

(*) Noter l'usage du terme « sens » pour « le potentiel ».

— la valeur de la charge portée par cette plaque est $q > 0$.

« $V_A - V_B > 0$ car le courant positif va de B vers A. Or, les courants positifs vont des potentiels les plus élevés vers les moins élevés » (II a, C).

« $V_A - V_B < 0$ car si la plaque de gauche porte la charge Q alors $V_A > V_B$, donc si la plaque de droite porte cette charge, $V_B > V_A$ » (II a, C).

L. VIENNOT,

*Didactique de la Physique
dans l'Enseignement Supérieur,
(Université Paris VII).*
