

Rectification

CONCERNANT LA MANIPULATION SUR LES ONDES STATIONNAIRES

parue dans le B.U.P. n° 617

ET RESULTATS STATIQUES ET DYNAMIQUES

SUR L'ETUDE D'UN RESSORT

Depuis la parution de mon article, je dois à M. JOUANISSON de m'avoir éclairé sur le rôle de l'influence dynamique de la masse d'un ressort et je l'en remercie. D'autre part, grâce à cet échange de correspondance, j'ai pu exploiter les résultats d'expériences systématiques menées sur un ressort très souple faisant ressortir le parfait accord entre la théorie et l'expérience, résultats qui feront suite au rectificatif.

A) RECTIFICATIF.

Voulant déterminer expérimentalement l'influence dynamique de la masse d'un ressort sans aucune considération théorique approfondie, j'étais, à partir de l'expression établie

$$N = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \text{ de la fréquence du point d'attache des}$$

2 ressorts oscillants avec une charge m en leur milieu, passé à l'expression de la fréquence à vide des 2 ressorts oscillants sans charge en leur milieu, en faisant l'hypothèse que c'était une masse fictive m_0 équivalente au système des 2 ressorts supposés sans masse qui produirait la fréquence N_0 trouvée par l'expé-

rience, d'où l'expression $N_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_0}}$ et c'est là l'erreur.

En effet, la masse m_0 ne peut se comporter comme une masse fixée en un point du fait qu'elle est répartie le long des ressorts. De plus, il faut tenir compte des phénomènes de propagation. Par conséquent, comme me l'a fait remarquer M. JOUANISSON, la

période à vide d'un ressort devient : $T_0 = 4 \sqrt{\frac{M(\text{ressorts})}{k}}$ et

non $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{k}}$. Ce qui donne par extension pour la fré-

quence N_o du système des 2 ressorts oscillants à vide :

$$N_o = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{M(\text{ressorts})}}$$

et non l'expression citée auparavant.

De ce fait, je pense que la détermination expérimentale de m_o par cette expérience même rectifiée devient délicate et dépasse le cadre de terminale. Toutefois, cette expérience peut conserver un certain intérêt au niveau du lycée pour la production originale d'ondes stationnaires et leur étude. En effet, avec des ressorts dont la somme des constantes $k_1 + k_2 > 500 \text{ N/m}$, on peut obtenir facilement de 5 à 6 fuseaux sans problème de résonance, permettant ainsi de calculer la fréquence de la source, ou bien de vérifier les autres lois des ondes stationnaires : loi des longueurs, loi des tensions.

B) RESULTATS PROVENANT DE L'ETUDE STATIQUE ET DYNAMIQUE D'UN RESSORT.

1) Etude statique.

Masse du ressort utilisé : $m_o = 8,40 \text{ g} \pm 0,01 \text{ g}$.

Diamètre du fil du ressort : $d = \frac{4}{10} \text{ mm}$.

Longueur du ressort à vide en position horizontale :

$$l_{oh} = 13,80 \text{ cm} \pm 0,02 \text{ cm}.$$

Longueur du ressort à vide en position verticale :

$$l_{ov} = 22,50 \text{ cm} \pm 0,05 \text{ cm}.$$

Constante statique en faisant intervenir l'influence de la

$$\text{masse statique du ressort : } k = \frac{\frac{m_o}{2}}{l_{ov} - l_{oh}} = 0,473 \text{ N/m avec}$$

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Delta(l_{ov} + l_{oh})}{l_{ov} - l_{oh}} = \frac{0,07}{8,7} = \frac{1}{124} \text{ ou } 0,8 \%, \text{ ce qui donne :}$$

$$k = 0,473 \text{ N/m} \pm 0,004 \text{ N/m à } 0,8 \%.$$

Etalonnage du ressort.

Tableau des mesures avec allongements lus au $\frac{1}{2}$ mm.

m (g)	a (mm)	Δa (mm)
2	40,5	0,5
4	82	0,5
6	124	•
8	166	•
10	208	•
12	249,5	•
14	290,5	•
16	334	•
18	374	•
20	416	•
$Em = 110$	$\Sigma a = 2\,284,5$	$\Sigma \Delta a = 5$

On en déduit :

$$k_{st} = \frac{\Sigma mg}{\Sigma a} = \frac{110 \cdot 10^{-3}}{2\,284,5 \cdot 10^{-3}} = 0,472 \text{ N/m}$$

avec : $\frac{\Delta k}{k} = \frac{\Sigma \Delta a}{\Sigma a} = \frac{5}{2285} = \frac{1}{457}$ ou 0,22 %

Résultat.

$$k_{st} = 0,472 \text{ N/m} \pm 0,001 \text{ N/m}$$

C'est cette valeur qui va être utilisée par la suite.

II) Etude dynamique.

A l'aide d'un chronomètre au $\frac{1}{100}$, on détermine chaque fois

la durée de 100 oscillations, on recommence 4 fois la même opération et on calcule la moyenne. Ce qui donne, pour le ressort oscillant à vide, les résultats suivants :

$$100 T_o = 53,59 \text{ s}$$

$$100 T_o = 53,61 \text{ s}$$

$$100 T_o = 53,58 \text{ s}$$

$$100 T_o = 53,62 \text{ s}$$

$$100 T(\text{moyen}) = 53,60 \text{ s} \pm 0,04 \text{ s}$$

d'où : $T_0 = 0,5360 \text{ s} \pm 0,0004 \text{ s}$

De l'expression de la période à vide $T_0 = 4\sqrt{\frac{m_0}{k}}$, on déduit $m_0 = \frac{T^2 k}{16}$, ce qui donne avec les valeurs trouvées $m_0 = 8,47 \text{ g}$. On constatera l'excellente concordance à $\frac{1}{120}$ près avec la masse réelle du ressort.

Ensuite, on fait osciller le ressort sous des charges 0,2 g, 0,5 g, 1 g, 2 g, etc. jusqu'à 20 g et de la même manière que précédemment, on détermine les périodes correspondantes. On place ensuite tous ces résultats dans un tableau dans lequel, en plus de ces données, on fait figurer une colonne pour le calcul de la

constante k obtenue à partir de la relation classique $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$.

On réserve une autre colonne à la détermination expérimentale de l'influence dynamique du ressort, soit : $\mu = \frac{T^2 \cdot k_{st}}{4\pi^2} - m$

obtenue en exprimant que $T_{(chrono)} = 2\pi\sqrt{\frac{m + \mu}{k_{stat}}}$. Enfin, dans une dernière colonne, on calcule l'expression théorique :

$$k_{th} = \frac{4\pi^2}{T^2} \left(m + \frac{m_0}{3} \right)$$

qui permet de faire ressortir les zones de bon fonctionnement et le bien-fondé de la théorie.

Tableau des résultats.

Toutes les périodes sont déterminées avec une précision supérieure ou égale à $\frac{\Delta T}{T} = 0,075 \%$.

$m \text{ (g)}$	$T \text{ (s)}$	$k = \frac{4 \pi^2 m}{T^2} \text{ (N/m)}$	$\mu = \frac{T^2 k_{\text{stat}}}{4 \pi^2} - m \text{ (g)}$	$k_{\text{th}} = \frac{4 \pi^2}{T^2} \left(m + \frac{m_o}{3} \right) \text{ (N/m)}$
0	0,5360	0	1,64	0,385
0,2	0,5484	0,0262	3,39	0,394
0,5	0,5668	0,0614	3,34	0,405
1	0,6005	0,1094	3,31	0,416
2	0,6587	0,1819	3,18	0,437
3	0,7171	0,2303	3,14	0,445
4	0,7694	0,2688	3,07	0,453
5	0,8213	0,2926	3,06	0,456
6	0,8670	0,3151	2,98	0,462
7	0,9110	0,3329	2,92	0,466
8	0,9584	0,3438	2,98	0,464
9	0,9984	0,3564	2,91	0,467
10	1,0377	0,3666	2,87	0,469
11	1,0762	0,3749	2,84	0,470
12	1,1110	0,3839	2,75	0,473
13	1,1476	0,3896	2,75	0,473
14	1,1826	0,3952	2,74	0,474
15	1,2186	0,3987	2,75	0,473
•	•	•	•	•
•	•	•	•	•
20	1,3808	0,4140	2,79	0,472
21	1,4130	0,4150	2,87	0,470
22	1,4454	0,4157	2,97	0,468

A la vue de ce tableau, on remarque immédiatement et sans constructions des courbes $k = f(T)$ et $\mu = f(T)$, que pour des ressorts très souples, la relation classique $k = 4 \pi^2 \frac{m}{T^2}$ n'est jamais applicable. Par contre, avec de tels ressorts, on n'a pas de difficultés à trouver les valeurs des charges oscillant dans les bonnes conditions. Dans notre cas, la zone de bon fonctionnement s'étend de 10 g, valeur légèrement supérieure à la masse propre du ressort, à 21 g.

La valeur $\mu = 1,64$ g obtenue dans le cas du ressort oscillant à vide, fait ressortir une anomalie à la relation :

$$T_{(chrono)} = 2\pi \sqrt{\frac{m + \mu}{k_{(stat)}}} \text{ pour } m = 0.$$

Elle laisse prévoir la non validité de cette dernière dans ce cas

limite, c'est-à-dire de l'expression qui devient $T_{(chrono)} = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{m}}$.

L'expérience montre donc aussi que l'hypothèse de la masse fictive μ accrochée au bout du ressort oscillant à vide et ayant même effet que ce dernier est erronée.

Le calcul de la moyenne de la valeur de l'influence dynamique du ressort fait à partir des valeurs se situant dans la bonne zone donne :

$$\mu = 2,79 \text{ g} \pm 0,07 \text{ g}$$

Le calcul de la constante théorique donne :

$$k_{th} = 0,472 \text{ N/m} \pm 0,003 \text{ N/m}$$

Donc, lorsque les ressorts oscillent dans les bonnes conditions, l'influence dynamique de leur masse propre est sans conteste

$\mu = \frac{m_0}{3}$ et cette dernière est rarement négligeable.

E. GUERRA,
(Lycée A. Schweitzer - Mulhouse).