

# Un Pérot et Fabry polariseur d'électrons

par Mohamed DELLAGI  
12, rue Zobeir Ibn el Aouam Menzah VI - Tunis

---

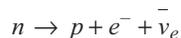
## RÉSUMÉ

*On montre d'abord qu'un solénoïde, muni d'une bigrille à chaque extrémité, peut servir de polariseur d'électrons, en se comportant comme un filtre interférentiel qui transmet ceux dont le spin est orienté en sens inverse du champ magnétique. On présente ensuite un montage équivalent à une lame optiquement active entre polariseur et analyseur croisés.*

## 1. INTRODUCTION

Quand on fait agir des électrons sur un fragment de matière, on obtient des résultats qui dépendent, entre autres choses, du spin intrinsèque, donc du moment magnétique dipolaire  $\vec{M}$  de l'électron, lequel comme la masse au repos  $m$  et la charge électrique  $e$ , est une grandeur fondamentale, dont la direction donne à l'électron, outre les trois degrés de liberté de position, des degrés de liberté supplémentaires, qu'il importe de maîtriser. On a, en effet, intérêt à travailler avec un pinceau totalement polarisé (tous les dipôles  $\vec{M}$  sont parallèles à un vecteur unitaire donné de l'espace physique), pour la même raison qu'il est préférable qu'il soit parallèle et monocinétique de façon à le rendre le plus simple possible et le mieux défini. Sinon on est ramené à un problème de physique statistique. On est alors obligé de raisonner sur des moyennes, avec ce que cela comporte de perte de précision dans l'expression du résultat final. Dans cet ordre d'idées, on peut affirmer que certaines expériences gagneraient à être refaites en électrons polarisés.

Les sources naturelles d'électrons (désintégration  $\beta$ ), dont le prototype est la dissociation du neutron non lié  $n$  en proton  $p$ , électron  $e^-$  et antineutrino électronique  $\bar{\nu}_e$  :



donnent des électrons polarisés longitudinalement (tous les moments magnétiques sont parallèles à la vitesse  $\vec{v}$  de l'électron par rapport au laboratoire). Mais leurs intensités sont faibles et le maniement peu rentable.

Les mêmes remarques s'appliquent aux autres particules, quand elles sont porteuses de dipôles magnétiques, de direction variable (exemples : molécule de dioxygène 16, noyau d'uranium 238). L'interaction avec la matière donne des renseignements plus riches et des résultats moins dispersés, quand le faisceau incident est parallèle, mono-énergétique et complètement polarisé suivant un vecteur unitaire donné.

Les renseignements sont de meilleure qualité quand la cible est, elle aussi, complètement polarisée.

Un projet de source artificielle d'électrons polarisés doit tenir compte de l'existence de la charge. C'est la présence de cette charge qui met en échec la technique originelle de mise en évidence de  $\mathcal{M}$  par l'aimant de Stern et Gerlach (SG), technique du type transversal (la largeur des deux raies de SG est supérieure à leur distance mutuelle), alors qu'elle réussit avec l'électron lié à une structure, globalement neutre, telle que l'atome d'argent.

La source décrite ici, du type SG longitudinal, permet de se mettre dans les conditions où l'influence de la charge est, par construction, éliminée (résultante des forces nulle) ou, tout au moins, rendue négligeable. Elle utilise des composants à usage courant (canon à électrons, solénoïde, barrière de potentiel) mais combinés de façon à les faire travailler dans un but assigné ; elle devra donc donner satisfaction quand elle sera soumise aux tests de laboratoire.

*Remarque* : L'électron magnétique est considéré ici, en vue de son utilisation comme corps d'épreuve. Quand Uhlenbeck et Goudsmit en proposèrent (en 1925) l'idée, leurs objectifs étaient différents. Ils cherchaient à débloquer la situation de crise où se trouvait, depuis longtemps, la physique ; on connaissait le tableau de Mendeleïev, les lois empiriques des spectres optiques, les divers magnétismes (para, ferro et ferri) mais on ne savait ni à quoi ni comment les relier. Un fait, s'il reste isolé, a peu d'importance scientifique, c'est tout au plus une curiosité, en attendant de lui assigner une place raisonnée dans le corps de nos connaissances, qu'il contribuera à rendre plus solide.

L'électron magnétique fut le chaînon manquant, ou le paramètre caché, permettant de décrypter le message des spectres optiques, et de reconstruire l'architecture des noyaux, atomes et molécules. *Exemple* : la nucléosynthèse fondamentale : neutron + proton  $\rightarrow$  deuton + photon de 2,3 Mev, n'a pas lieu si, au moment de leur rencontre,  $n$  et  $p$  ont des dipôles magnétiques antiparallèles.

### ***Rappels d'optique***

L'interféromètre de Pérot et Fabry (PF) optique est une lame d'air, ou de verre, dont les faces ont été rendues réfléchissantes (leur facteur de réflexion est  $R = 1 - T \approx 0,95$ )

par une métallisation de densité optique appropriée. Éclairée par un faisceau monochromatique qui lui est normal, la lame, utilisée surtout en transmission, donne à l'infini des franges fines, mieux définies que celles fournies par les interférences à deux ondes. Ce sont des interférences à ondes multiples. D'où des propriétés de sélection mises à profit en interférométrie et en spectrométrie, et de cohérence montrées par le laser, dont le PF est un élément constituant. Il est naturel de chercher à appliquer le principe du PF optique à la construction d'un PF pour ondes de De Broglie. Cela est possible, si on note que l'analogie de la lame semi-transparente est une barrière de potentiel. Je me bornerai à mettre en lumière quelques faits saillants, les plus caractéristiques, laissant au lecteur qui voudra confirmation des propriétés invoquées ou leur approfondissement, le soin de recourir aux documents que je signale en référence.

2. DESCRIPTION DU MONTAGE

Le pinceau incident est parallèle à l'axe  $x'Ox$ . Provenant de la gauche (figure 1) à la vitesse  $\vec{v}$ , il a été rendu monokinétique par passage préalable à travers un monochromateur. On se place dans le cas où  $v / c \ll 1$ , de sorte qu'il est licite d'utiliser l'expression classique de l'énergie cinétique  $\mathcal{E} = 1/2 mv^2$ . La longueur d'onde de De Broglie asso-

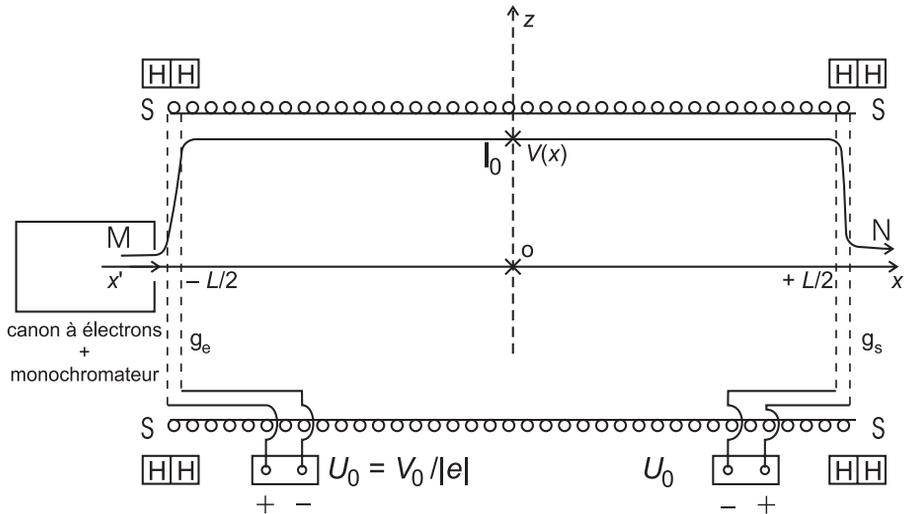


Figure 1 : Coupe d'un PF polariseur d'électrons par un plan passant par l'axe de révolution  $x'Ox$  du solénoïde SS. L'ensemble de l'appareil est dans une enceinte vidée d'air ;  $g_e$  et  $g_s$  sont les bigrilles d'entrée et de sortie.

ciée au pinceau en découle :  $\lambda = 2 \pi \hbar / \sqrt{2 m \mathcal{E}}$ . Ces deux grandeurs sont les mêmes à l'entrée du côté des  $x$  négatifs et à la sortie du PF. On prend  $\hbar \approx 10^{-34}$  J.s.

Le PF est de symétrie de révolution autour de  $x'Ox$ . Il est centré sur  $O$ . Afin de définir géométriquement le pinceau, il contient deux diaphragmes placés l'un à la suite de l'autre, ayant pour axe celui du montage  $x'Ox$ . L'interféromètre se compose essentiellement d'un solénoïde de même axe de révolution, de longueur  $L$  créant, en un point du pinceau, un champ magnétique  $\vec{B}$ , sans action sur la charge électrique  $e < 0$  d'un électron puisque sa vitesse  $\vec{v}$  est parallèle à  $\vec{B}$ . On se place dans l'approximation où le module  $B$  de  $\vec{B}$  est constant dans l'intervalle  $[-L/2, +L/2]$  et zéro ailleurs. Un bon PF doit avoir des extrémités à pouvoir réflecteur élevé, tout en ayant une certaine transparence. Cela nécessite une apodisation de  $\vec{B}$  que l'on obtient en plaçant à l'entrée et à la sortie du solénoïde, une double boucle circulaire de même axe  $x'Ox$ , parcourue par un courant dont l'intensité change de sens quand on passe d'une boucle à la voisine (voir figure 1 et note 5).

Le moment cinétique  $\vec{\sigma}$  de l'électron est d'origine orbitale ou intrinsèque (spin). Si le montage est conçu de façon à rendre négligeable la contribution du mouvement orbital, comme dans l'expérience de SG avec l'atome d'argent [8],  $\vec{\sigma}$  est dû au spin. Or, l'effet Barnett montre qu'un corps ferromagnétique désaimanté qui tourne, donc possédant un moment cinétique, s'aimante ; on explique ce résultat de la physique macroscopique par le comportement de l'électron :  $\vec{\mathcal{M}}_x$  est proportionnel à la projection  $\vec{\sigma}_x$  de  $\vec{\sigma}$  sur  $x'Ox$ . On désigne par  $\gamma$  le facteur de proportionnalité, appelé aussi rapport gyromagnétique réel de l'électron [3] :

$$\vec{\mathcal{M}}_x = \gamma \vec{\sigma}_x$$

Les expériences s'interprètent en posant ( $\vec{a}$  étant le vecteur unitaire porté par  $x'Ox$ ) :

$$\vec{\sigma}_x = \begin{cases} + (\hbar / 2) \vec{a} & \text{avec la probabilité } r_+ \\ - (\hbar / 2) \vec{a} & \text{avec la probabilité } r_- \end{cases}$$

Si on prend comme unité de rapport gyromagnétique celui du mouvement orbital  $e / (2m)$ ,  $\gamma$  vaut le facteur de Landé  $g = \gamma / [e / (2m)]$ . Les mesures, corroborées par des calculs de mécanique quantique, donnent  $g \cong 2,0$ .

Étant le rapport de deux grandeurs de même dimension,  $g$  est sans dimension. En résumé [6], [8], [9] :

$$\mathcal{M}_x = \pm \gamma \hbar / 2$$

avec  $\gamma \equiv \frac{e}{m} \cong -1,76 \cdot 10^{11}$  SI. On trouve, en posant  $\mu \cong 9,3 \cdot 10^{-24}$  A m<sup>2</sup> (magnéton de Bohr) :

$$\mathcal{M}_x \equiv \pm \mu$$

On désigne par  $B_x = \pm B$  la valeur algébrique de la projection  $B_x$  de  $\vec{B}$  sur  $x'Ox$ . Une quantité qui intervient naturellement dans ce problème est l'énergie potentielle magnétique du dipôle magnétique plongé dans  $\vec{B}$  ; son module est  $\varepsilon = |\mathcal{M}_x B_x|$ .

On trouve  $\varepsilon = |\gamma| \hbar B/2 \cong 5,5 \cdot 10^{-5}$  eV pour  $B = 1$  tesla. Le moment magnétique  $\vec{\mathcal{M}}$  de spin se projette en  $\mathcal{M}_x > 0$  (probabilité  $r_+$ ) ou en  $\mathcal{M}_x < 0$  (probabilité  $r_- = 1 - r_+$ ). Le signe de  $B_x \mathcal{M}_x$ , appelé ici **hélécité** du corpuscule, est désigné par  $\eta = \pm 1$ . Un électron d'abscisse  $x$  et d'hélécité  $\eta$  a pour énergie potentielle magnétique  $\varepsilon_\eta(x) = -\eta \varepsilon$  pour  $-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$  et zéro ailleurs.

Sur chaque extrémité de la bobine, on plaque une bigrille plane. La première, à gauche, fait passer l'énergie potentielle d'origine électrostatique de la charge  $e < 0$ , incidente, de 0 à  $V_0 = eU_0 > 0$  (figure 1). La deuxième bigrille, symétrique de la première par rapport au centre  $O$  de la bobine, fait tomber l'énergie potentielle électrostatique de  $V_0$  à 0, à la sortie du dispositif. Les deux bigrilles donnent, à l'électron qui les traverse, une énergie potentielle électrostatique  $V_0$  pour  $-L/2 < x < L/2$  et 0 ailleurs.

En résumé, l'énergie potentielle  $V_\eta(x)$  d'un électron d'hélécité  $\eta$  et d'abscisse  $x$ , s'écrit  $V_\eta(x) = V_0 - \eta \varepsilon$  ou plus explicitement :

$$V_\eta(x) = \begin{cases} V_-(x) = V_0 + \varepsilon \\ V_+(x) = V_0 - \varepsilon \end{cases} \quad \text{pour } -L/2 < x < L/2$$

$$V_\eta(x) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

Le montage nous ramène au cas d'une décomposition du niveau  $V_\eta(x)$  en deux sous-niveaux Zeeman. Le comportement du pinceau est décrit par la fonction d'onde  $\psi(x)$ , solution de l'équation de Schrodinger relative au choc d'un pinceau d'électrons sur la barrière de potentiel  $V_\eta(x)$ .

Le pinceau incident est supposé complètement dépolarisé. Quand on mesure  $\mathcal{M}_x$  de cent électrons on trouve, aux fluctuations statistiques près, 50  $\mathcal{M}_x > 0$  et 50  $\mathcal{M}_x < 0$ . À un instant ultérieur, on trouve la même proportion, mais rien n'indique, parce que

c'est invérifiable (les électrons n'étant pas marqués), que les électrons  $\mathcal{M}_x > 0$  sont les mêmes à ces deux instants.

De toute façon, on admet que le pinceau incident est un mélange de deux populations d'hélicités  $+1$  ou  $-1$  à parts égales. Le passage à travers la bobine peut les transmettre différemment. On désigne par  $T_\eta$  le coefficient de transmission. Si on s'arrange pour que  $T_+ \neq T_-$ , on aura un pinceau de sortie de structure spinorielle différente : il sera plus ou moins polarisé. À l'intérieur de la bobine, la population d'hélicité  $\eta$  a sa propre longueur d'onde  $\lambda_\eta = 2\pi \hbar / \sqrt{2m(E - V_\eta)}$  où  $E$  désigne l'énergie mécanique d'un de ses électrons (voir note 1, figure 2).

Les calculs donnent [1] :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_\eta = \frac{1}{1 + \frac{V_\eta^2}{4E(E - V_\eta)} \sin^2 \sqrt{2m(E - V_\eta)} L / \hbar} \quad (\text{si } E > V_\eta) \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_\eta = \frac{1}{1 + \frac{V_\eta^2}{4E(V_\eta - E)} \text{sh}^2 \sqrt{2m(V_\eta - E)} L / \hbar} \quad (\text{si } E < V_\eta) \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_\eta = \frac{1}{1 + (E / 4 \hbar^2) 2mL^2} \quad (\text{si } E = V_\eta) \end{array} \right. \quad (3)$$

### 3. FONCTIONNEMENT DU PF

On veut que le pinceau de sortie soit complètement polarisé, par exemple d'hélicité positive  $\eta = +1$ . Il faut régler  $U_o$  et  $\varepsilon$  de façon à satisfaire aux deux conditions : (note 1, figure 2) :

$$V_+ < E < V_-$$

$E < V_-$  signifie, d'après l'équation (2) que l'électron  $\eta = -1$  ne peut être transmis que par effet tunnel, ici négligeable à cause des dimensions macroscopiques du solénoïde :  $L = 20$  cm.

Restent les électrons d'hélicité  $\eta = +1$  qui sont transmis avec la probabilité 1, ou encore un coefficient de transmission  $T_+ = 1$ , s'ils satisfont à la condition de résonance  $2L = p_+ \lambda_+$ , où  $p_+$  est un entier (résultat extrait de la formule (1) applicable à ces électrons puisque  $V_+ < E$ ). Concrètement il y a réflexion sur les extrémités d'abscisses  $x = \mp L/2$  du solénoïde d'où établissement, comme dans un tuyau sonore, d'ondes stationnaires

donnant par interférences constructives une valeur appréciable au module  $|\psi_+(x)|$  de la fonction d'onde au point d'abscisse  $x$ .

La résonance étant aiguë, dès que  $2L \neq p_+ \lambda_+$  le même mécanisme intervient pour donner à  $|\psi_+(x)|$  une valeur négligeable : le PF est opaque pour cet électron.

Remarques :

- Dans le cas où  $V_+ < E = V_-$  (note 1, figure 2), la formule (3) s'applique à l'électron d'hélicité négative et donne un coefficient de transmission  $T_-$  négligeable. La longueur d'onde  $\lambda_-$  associée à cet électron tend vers l'infini. Du point de vue de la mécanique classique, l'énergie cinétique de l'électron, quand il est dans la bobine, est nulle ; il est au repos. Il est piégé par le dispositif, qu'il électrise, jusqu'à ce qu'il soit absorbé par l'alimentation des bigrilles.

- Autres exemples du même raisonnement :

a) Le PF d'axe  $x'Ox$  trie classe et sépare les électrons suivant le signe de  $\vec{\mathcal{M}}_x$ . Il fait le travail du démon de Maxwell.

b) La section efficace de collision  $\sigma$  d'un neutron sur les atomes d'un noyau de fer doux, d'une bobine excitée, d'axe  $x'Ox$  dépend de l'hélicité du neutron incident de vitesse parallèle à l'axe :  $\sigma_+ \neq \sigma_-$ . Les neutrons de sortie sont longitudinaux. La méthode de production des neutrons transversaux est décrite dans [5].

#### 4. MODE OPÉRATOIRE

##### 4.1. On fait $\varepsilon = 0$

Il y a dégénérescence du niveau d'énergie de l'électron à l'intérieur de la bobine.

On choisit  $V_0$  de façon à avoir un maximum de transmission, et on pose  $E - V_0 = \mathcal{E}_0$  ; il faut pour cela que la condition de résonance soit vérifiée :  $p_0^2 = (2mL^2 / \hbar^2 \pi^2) \mathcal{E}_0$ , où  $p_0$  est le numéro d'ordre du maximum choisi. On donne à  $\mathcal{E}_0$  la valeur  $5,5 \cdot 10^{-5}$  eV prise par  $\varepsilon$  quand  $B = 1$  tesla (ou une valeur voisine).

##### 4.2. On fait $\varepsilon \neq 0$ avec $B_x > 0$

On augmente progressivement  $\varepsilon$  en agissant sur  $B$ . Interviennent alors les longueurs d'ondes  $\lambda_{\pm} = 2\pi \hbar / \sqrt{2m(\mathcal{E}_0 \pm \varepsilon)}$  associées aux maxima numéro  $p_+$  et  $p_-$  :

$$p_+^2 = (2mL^2 / \pi^2 \hbar^2) (\mathcal{E}_0 + \varepsilon) \quad ; \quad p_-^2 = (2mL^2 / \pi^2 \hbar^2) (\mathcal{E}_0 - \varepsilon)$$

(pour  $\varepsilon = 0$ , on a les identités  $p_+ \equiv p_- \equiv p_0$ ). Quand on augmente  $\varepsilon$  à partir de 0,  $p_+$  augmente et  $p_-$  diminue. Il arrive un moment où  $\varepsilon = \mathcal{E}_0$ . Alors  $p_- = 0$  et  $|dp_- / d\varepsilon|$  devient infiniment grand. Autrement dit, on est prévenu que l'on a atteint  $\varepsilon = \mathcal{E}_0$ , lorsqu'on constate un maximum aigu dans la vitesse à laquelle se succèdent les maxima de transmission. On a alors  $\lambda_- \rightarrow \infty$ . La bobine est opaque pour ces électrons, à hélicité négative, et elle le reste pour  $\varepsilon > \mathcal{E}_0$ , car ces électrons sont maintenant sujets à l'effet tunnel, toutefois négligeable, parce que  $L$  a été choisi suffisamment grand ( $L = 20$  cm).

L'intérêt de ce dépassement est qu'il permet d'atteindre la condition de résonance  $2L = p_+ \lambda_+$  pour les électrons à hélicité positive, avec  $\lambda_+ \cong 2\pi \hbar / \sqrt{4m \mathcal{E}_0} \cong 1000 \text{ \AA}$ , les seuls susceptibles d'être transmis. On a gardé tout au long du réglage  $B_x > 0$ , de sorte qu'en définitive, la bobine fournit un pinceau de sortie complètement polarisé avec  $\mathcal{M}_x > 0$  ou encore  $r_+ = 1$  et  $r_- = 0$ .

Ce pinceau n'est pas transmis par une deuxième bobine (analyseur), identique à la première, de même axe  $x'Ox$ , réglée de la même façon, à ceci près que  $B_x < 0$ ; en effet, le pinceau voit son hélicité passer de  $+1$  à  $-1$ .

Le rendement de ce polariseur est le meilleur qu'on puisse espérer, puisque le pinceau de sortie, totalement polarisé, contient la moitié du flux d'entrée (à comparer aux quelques pour-cent donnés par la diffusion élastique sur une feuille d'or [4]).

On a pris  $\mathcal{E}_0 = 5,5 \cdot 10^{-5}$  eV quand  $B = 1$  tesla, pour fixer les idées. Ce choix n'est pas imposé par la nature du montage : on a  $E = V_0 + \mathcal{E}_0$  quand  $\varepsilon = 0$ .

Le vecteur polarisation  $\vec{P}$  est un vecteur [7] de l'espace physique de composantes :  $P_x = r_+ - r_-$ , etc. Le module  $P$  de  $\vec{P}$ , soit  $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}$ , est compris entre 0 et 1. A l'entrée du PF polariseur, il vaut 0 ; à la sortie,  $\vec{P}$  est porté par  $x'Ox$  et son module vaut :  $P = P_x = 1$  (cas pur).

## 5. ACTION D'UN FILTRE DE WIEN (FW) INTRODUIT ENTRE POLARISEUR ET ANALYSEUR CROISÉS [2]

L'état d'extinction peut être maintenu si on crée, entre les deux appareils, un champ magnétique  $\vec{B}_0$ , homogène, normal à  $x'Ox$  qui écarte de l'analyseur les électrons du pinceau. Des lamelles conductrices, parallèles au plan défini par les axes  $x'Ox$  et  $\vec{B}_0$ , peuvent être considérées comme les armatures d'un condensateur plan de capacité  $C$ .

Parallèlement à  $x'Ox$ , leur dimension est  $L_0$ . C'est aussi la distance qui sépare l'analyseur du polariseur.

Si  $L_0$  est quelconque, l'extinction cesse : le condensateur se charge jusqu'à ce que la force de Coulomb équilibre la force de Lorentz, annulant ainsi la déviation des électrons. Si  $\vec{E}_0$  est le champ électrique (champ de Hall) on a :  $E_0 = B_0 v$ . À l'entrée du FW,  $\vec{P}$  est porté par  $x'Ox$ , dans le sens positif. À la sortie, il a tourné dans le plan perpendiculaire à  $\vec{B}_0$  d'un angle  $\alpha = -\gamma \cdot B_0 \cdot (L_0 / v)$  où  $v$  est donnée par la formule :

$$(1/2) m v^2 = E = eU$$

$U$  étant la tension accélératrice du pinceau d'entrée. D'ailleurs  $v = 6 \cdot 10^5 \sqrt{U} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1/2}$ . Pour rétablir la totalité du pinceau, il faut qu'à l'entrée du PF analyseur, il ait une hélicité positive, ce qui implique  $\alpha = \pm \pi$ . On utilise le champ géomagnétique :  $B_0 = 3 \cdot 10^{-5}$  tesla. D'où  $L_0 = 35 \text{ cm}$ , si on prend  $v = 6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  correspondant à  $U = 1 \text{ volt}$  et  $E = 1 \text{ eV}$ .

D'une façon générale, quand  $\vec{P}$  tourne de  $\alpha$  à  $2k\pi$  près, la portion  $\sin^2(\alpha/2)$  du pinceau sortant du FW est polarisée et d'hélicité positive, par rapport au PF analyseur il y a rétablissement partiel du pinceau final.

Si  $\alpha = 2k\pi$ , l'extinction est rétablie. Comme rotateur de polarisation, le filtre de Wien a donc une seule ligne neutre, la demi-droite  $Ox$  contrairement à la lame mince biréfringente qui possède deux lignes neutres, faisant entre elles un angle égal à  $90^\circ$ .

Alvarez et Bloch ont utilisé [5] des neutrons transversaux, dans leur expérience de résonance magnétique. Le cas d'un montage utilisant des neutrons longitudinaux vient d'être traité ; le condensateur  $C$  et le champ tournant sont alors inutiles. Noter que  $\gamma_{\text{neutron}} = -1,0 \cdot 10^{+8} \text{ SI}$ .

*Remarque* : Pour séparer une mole d'électrons, l'opérateur doit fournir un travail dont on peut calculer la limite inférieure  $W$  en traitant la séparation comme une transformation **monotherme** de la mole en contact avec le thermostat à la température  $T$  du laboratoire. Au cours de cette opération  $W$  est transformé en chaleur, cédée au thermostat. D'où une autre expression  $T \Delta S$  de  $W$  ;  $\Delta S$  est la diminution d'entropie de la mole, consécutive à la séparation. Comme  $S$  est une fonction d'état de la mole et que  $\Delta S = R \ln 2$ , on obtient  $W = R T \ln 2$ . Pour  $R \cong 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$  et  $T = 300 \text{ K}$  on a :  $W \cong 1743 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ . À la fin de la séparation, cette énergie se retrouve sous forme de chaleur dans le thermostat.

## REMERCIEMENTS

Ce travail est une version révisée d'un texte proposé au BUP. J'y ai introduit des améliorations recommandées par le bureau éditorial. Qu'il en soit sincèrement remercié.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.D. EVANS, *The Atomic Nucleus*, Mc Graw Hill Book Cy. Inc. New. Y. Lon. Tok., 1955, p. 858.
- [2] J. KESSLER, *Polarised Electrons*, sec Edi. Springer Verlag Ber. Heid. New Y. Tok., p. 232.
- [3] J.-P. PÉREZ, R. CARLES et R. FLECKINGER, *Électromagnétisme*, 3<sup>e</sup> édition, Masson, Paris, 1997, p. 473.
- [4] B. CAGNAC et J.-C. PEBAY PEYROULA, *Physique atomique*, Maîtrise de physique, C3, Dunod Université, Paris, Tome I, 1971, p. 288.
- [5] *Ibid.* Tome II, p. 415.
- [6] J.-L. BASDEVANT, *Mécanique quantique*, École Polytechnique, Ellipses, Paris, 1986, p. 498.
- [7] A. TELLEZ ARENAS, *Mécanique quantique*, Travaux dirigés, Masson, Paris, 1975, p. 168, Exercice 4b.
- [8] C. COHEN-TANNOUJJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique quantique*, Hermann, Paris, Tome I, 1973, p. 393.

## POUR EN SAVOIR PLUS...

Vous pouvez consulter :

- F. LONDON et E. BAUER, *La théorie de l'observation en mécanique quantique*, Hermann, Paris, 1939.
- F. BERTEIN, *Bases de l'électronique quantique*, Librairie Eyrolles, Paris, Tomes I et II, 1964.
- L. DE BROGLIE, *La théorie de la mesure en mécanique ondulatoire*, Gauthiers-Villars, Paris, 1957.
- J.-M. LÉVY-LEBLOND et F. BALIBAR, *Quantique rudiments*, InterEditions, Paris.
- G. BRUHAT, *Optique*, Librairie Masson, Paris, 1947.
- L. TARASSOF, *Physique quantique et opérateurs linéaires*, Éditions Mir, Moscou, Traduit du russe par S. MEDVEDEV, Réimpression, 1984.

- E. BAUER, *Introduction à la théorie des groupes et à ses applications à la physique quantique*, Les presses universitaires de France, Paris, 1933.
- Ch. RUHLA, *La physique du hasard*, Liaisons scientifiques, Collection dirigée par R. OMNES et H. GIÉ, Hachette, Paris, 1999.

## Annexe

---

### Note 1 - Compléments à la légende de la figure 1

HH sont les coupes des bobines de Helmholtz à champ non homogène. On n'a pas représenté l'alimentation du solénoïde SS.

Quand seules les grilles sont attaquées par les sources de tension  $U_0 = V_0 / |e|$  l'énergie potentielle d'un électron d'abscisse  $x$  s'écrit :

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{pour } -L/2 < x < L/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La courbe représentative de  $V(x)$  est  $MI_0N$  qui est pratiquement un rectangle de hauteur  $OI_0 = V_0$  et de largeur  $L$ .

Quand les bigrilles et le solénoïde sont mis ensemble sous tension, l'énergie potentielle d'un électron d'hélicité  $\eta$ , d'abscisse  $x$ , est donnée dans le texte :  $V_\eta(x)$ .

Dans la figure 2, on a représenté les diverses énergies : cinétique  $\mathcal{E}$  et potentielle  $V_\eta$  d'un électron d'hélicité  $\eta$  et d'abscisse  $x$ , quand on met en marche tous les composants du PF. L'énergie mécanique  $E$  est indépendante de  $\eta$  et de  $x$ . Puisque  $\bar{v}$  désigne la vitesse d'un électron à l'extérieur de la bobine, elle vaut  $\frac{1}{2} m \bar{v}^2$  (ordonnée  $OJ = E$  de la droite  $AJB$  représentative de l'énergie mécanique). On note que :

$$E = \mathcal{E} + V_\eta$$

$$\text{où : } \begin{cases} V_\eta(x) = \begin{cases} V_0 - \eta\varepsilon & \text{pour } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \\ \mathcal{E} = E - V_\eta \begin{cases} E - (V_0 - \eta\varepsilon) & \text{pour } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ E & \text{ailleurs} \end{cases} \end{cases}$$

On a dessiné les graphes, rectangulaires, des diverses énergies potentielles d'ordonnées sur le graphe (figure 2) :

$$\begin{cases} O I_0 = V_0 \\ O I_+ = V_0 - \varepsilon \\ O I_- = V_0 + \varepsilon \\ I_0 J \equiv \mathcal{E}_0 \equiv E - V_0 \end{cases}$$

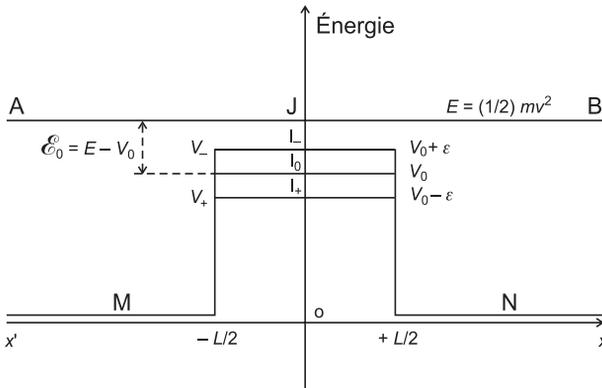
Sans champ magnétique, on a :

$$V_\eta(x) = \begin{cases} V_0 & \text{pour } -\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

d'ordonnée  $O I_0 = V_0$ .

Le champ magnétique décompose  $I_0$  en  $I_+$  et  $I_-$ . Il y a maintenant deux énergies potentielles, l'une de hauteur sur le graphe  $O I_+ = V_0 - \varepsilon$  pour les électrons d'hélicité  $\eta = + 1$ , et l'autre de hauteur  $O I_- = V_0 + \varepsilon$  pour  $\eta = - 1$ .

A la sortie du PF, on obtient des électrons complètement polarisés et d'hélicité + 1, si l'opérateur place  $I_-$  au-dessus de  $J (V_0 + \varepsilon > E)$ .



**Figure 2 :** Diverses énergies d'un électron d'hélicité  $\eta = \pm 1$  en fonction de  $x$ .

*Exemple :* On lit sur la figure 2, pour l'électron d'hélicité  $\eta = - 1$ , à l'intérieur du solénoïde :  $\mathcal{E} = I_- J = E - (V_0 + \varepsilon)$ .

*Remarque* : le vecteur moyen  $\langle \vec{M}_x \rangle$  porté par  $x'Ox$ , de composante  $\mu (r_+ - r_-)$  pouvant varier continûment de  $-\mu$  à  $+\mu$ , peut être représenté par un vecteur de l'espace physique. On notera que  $\langle \vec{M}_x \rangle$  est le produit de  $\mu$ , propriété intrinsèque de l'électron, par  $(r_+ - r_-)$  qui dépend de l'orientation de  $x'Ox$ .

**Note 2 - Apodisation du champ à l'extrémité O d'un solénoïde d'axe Ox**

L'augmentation du champ  $B(x)$  de zéro à  $B_0$ , quand on passe de l'extérieur  $x < 0$  à l'intérieur  $x > 0$  du solénoïde (figure 3), a lieu dans une région d'épaisseur  $M_0 N_0$ , appelée le pied du champ  $B(x)$ . Les performances du PF sont améliorées quand on passe de  $O$  à  $B_0$  le plus brusquement possible. C'est l'apodisation consistant à tenter d'annuler l'épaisseur  $M_0 N_0$  du pied, ou tout au moins à la comprimer en  $MN < M_0 N_0$ . On y parvient en superposant, au niveau  $O$  de l'entrée, un champ  $b(x)$  créé par deux bobines d'Helmholtz, d'axes  $x'Ox$  à champ non homogène, et représenté par la courbe  $IOJ$  ; on obtient la courbe en pointillés  $A \Omega B$ .

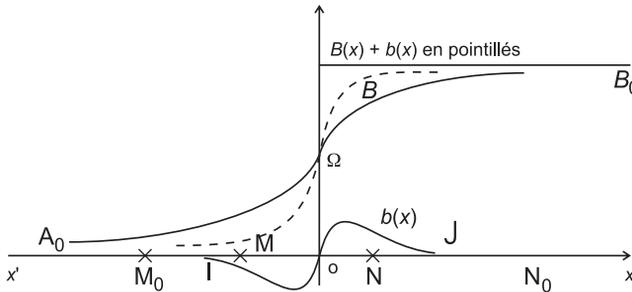


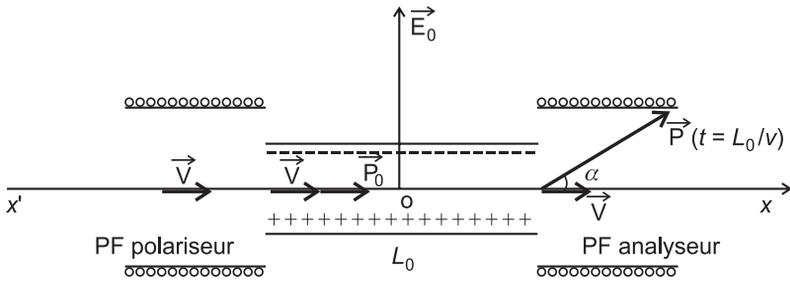
Figure 3

Les caractéristiques géométriques (nombres de spires, diamètre) et électrique (intensité du courant qui doit les parcourir) des bobines d'Helmholtz sont choisies de façon à rendre  $b(x) + B(x)$  voisin de 0 pour  $x < 0$  et égal à une constante  $B_0$  pour  $x > 0$  (figure 3).

**Note 3 - Filtre de Wien (FW)**

Il s'agit ici d'un appareil délimitant un volume où règnent deux champs électrique  $\vec{E}_0$  et magnétique  $\vec{B}_0$  croisés, de façon telle que les trois vecteurs  $\vec{v}, \vec{E}_0, \vec{B}_0$  forment un trièdre trirectangle. On complète la description donnée, en notant que  $\vec{E}_0$  est normal aux

lamelles - armatures (figure 4). Le moment magnétique  $\vec{M}$  de l'électron de vitesse  $\vec{v}$ , porté par  $x'Ox$ , n'est soumis à aucun gradient de champ, donc à aucune force. En revanche sur la charge  $e$  s'exercent la force de Coulomb  $e\vec{E}_0$  et la force de Lorentz  $e\vec{v} \wedge \vec{B}_0$ . Leur résultante s'annule quand  $E_0 = B_0 v$ . Il s'ensuit que le passage d'un électron à travers le présent FW, ne modifie pas sa trajectoire qui reste rectiligne, mais fait tourner le vecteur polarisation  $\vec{P}$  dans le plan normal à  $\vec{B}_0$ , d'un angle  $\alpha$ , que l'on peut calculer à partir de l'équation d'évolution dans le temps  $t$ , de  $P(t)$ , soit :  $\frac{dP(t)}{dt} = -\gamma \vec{B}_0 \wedge P(t)$ . À l'instant initial, i.e. quand l'électron sort du PF polariseur,  $\vec{P}(t)$  vaut  $\vec{P}_0$  parallèle à  $\vec{v}$ . Il atteint l'entrée du PF analyseur, au bout d'une durée  $t = L_0 / v$ .



**Figure 4 :** Quand  $E_0 = v \cdot B_0$ , l'électron qui se présente à l'entrée du FW garde sa trajectoire rectiligne avec la vitesse  $\vec{v}$ , mais la traversée du FW, qui dure  $L_0 / v$  fait tourner son vecteur polarisation initialement colinéaire à  $\vec{v}$  de l'angle  $\alpha = \omega (L_0 / v)$ . Le champ magnétique  $\vec{B}_0$  est normal au plan de la figure défini par  $\vec{v}$  et  $\vec{E}_0$ .

D'où la formule donnée :  $\alpha(t) = -\gamma B_0 t$ .

*Remarque :* Quand, dans les circonstances précédentes,  $\vec{P}$  a tourné de l'angle  $\alpha$ , sa composante  $P_x$  s'écrit  $P_x = \cos \alpha$ ; d'où les probabilités  $r_+$  et  $r_-$  que  $\mathcal{M}_x > 0$  et  $\mathcal{M}_x < 0$ :

$$\begin{cases} r_+ = (1 + P_x) / 2 = \cos^2 (\alpha / 2) \\ r_- = (1 - P_x) / 2 = \sin^2 (\alpha / 2) \end{cases}$$

Le PF analyseur transmet le pinceau, ainsi préparé par le FW, avec la probabilité  $r_-$ .