

Des expériences de physique en classe de mathématiques et de sciences physiques

Exemples d'exploitation pluridisciplinaire

par Adrian OLDKNOW
King's College - London
a_oldknow@compuserve.com
Dominique COURTILLOT
Lycée Jean Baptiste Dumas - 30100 Ales
docourtia@aol.com
et Jean WINTHER
Lycée Raspail - 75014 Paris
jwinther@club-internet.fr

RÉSUMÉ

Cet article est un extrait d'une conférence faite le 2 septembre 1998 par Adrian OLDKNOW, professeur au King's College de Londres, à l'École Supérieure d'Électricité, dans la région parisienne, à des professeurs de sciences physiques et de mathématiques membres de T³ (Teachers Teaching with Technology). La conférence voulait montrer comment en Grande-Bretagne des professeurs de mathématiques utilisent les expériences de physique pour introduire et développer des concepts mathématiques.

Le texte qui suit, a été écrit directement en français, par Adrian OLDKNOW. A sa demande, nous l'avons repris pour en améliorer la grammaire et la syntaxe.

1. INTRODUCTION : EXPÉRIENCES DE MÉCANIQUES DANS DES CLASSES ANGLAISES, LE MATÉRIEL

En Angleterre Adrian OLDKNOW s'occupe des projets ministériels et régionaux d'intégration des outils informatiques portables dans l'enseignement, au niveau du collège, du lycée et de l'université. Les expériences qui vont être présentées concernent plusieurs de ces niveaux. Dans cette expérimentation il a utilisé des calculatrices graphiques de type Texas Instruments 83 avec une tablette de rétroprojection et des connexions si nécessaire avec des micro-ordinateurs. Les programmes en ROM de la TI-83 sont assez puissants pour faire des représentations graphiques, des modélisations algébriques et statistiques. Pour la saisie des mesures en mécanique, les classes ont utilisé le capteur de distance CBR¹ (*Calculator Based Ranger*) piloté par la TI-83 et le logiciel

RANGER intégré au capteur. Grâce à cette chaîne de mesures (calculatrice et capteur), il est possible d'afficher sur l'écran de la calculatrice, en temps réel ou non, la courbe de variation d'une distance, d'une vitesse ou d'une accélération en fonction du temps.

Pour les mesures en électricité, en acoustique ou autres, les classes ont utilisé le CBL² (*Calculator Based Laboratory*) qui est un système d'acquisition à plusieurs voies permettant le branchement de capteurs analogiques, pour la mesure de tension électrique, de luminance, de température, etc. Une voie est réservée au capteur de distance, le «sonic», analogue au CBR et deux voies numériques permettent l'une, l'entrée d'informations binaires, l'autre la sortie pour contrôler, par exemple, des moteurs ou des systèmes automatisés.

2. PREMIÈRE SÉRIE D'EXPÉRIENCES DE MÉCANIQUE : MARCHER DEVANT LE CAPTEUR DE DISTANCE (CBR)

L'objectif de cette séance est l'analyse et la construction de diagrammes temporels. Cette leçon a été faite devant des élèves, âgés d'environ quatorze ans, qui commencent en mathématiques l'étude des fonctions linéaires, affines, carrés... Les élèves vont découvrir expérimentalement ces fonctions et appliquer les techniques mathématiques à l'analyse physique.

Première question

Après avoir expliqué le principe de la saisie de mesures et avoir obtenu quelques diagrammes, avec les élèves se déplaçant devant le capteur, le professeur propose les images suivantes (cf. figure 1) et demande aux élèves de marcher devant le capteur, de façon à reproduire l'allure de ces représentations graphiques :

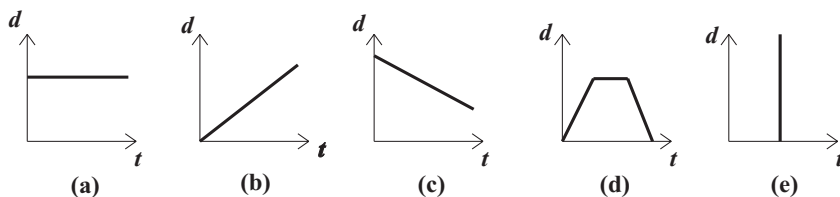


Figure 1

1. CBR est une interface associée à un émetteur - récepteur d'ultrasons, connectable à une calculatrice.
2. CBL est une interface possédant trois entrées analogiques : une entrée «sonic», une entrée numérique et une sortie numérique connectable à une calculatrice.

C'est l'image (e) qui a provoqué le plus de débats, en mathématiques, comme en physique, la droite verticale a un rôle à part ! Cet exercice permet de bien faire comprendre, par une expérimentation concrète qui associe les concepts abstraits à un vécu des élèves, que la représentation graphique, dans l'espace (temps - distance t/d), n'est pas une représentation d'une trajectoire physique dans l'espace x/y . C'est une des premières difficultés que rencontrent les élèves quand ils passent des cours de mathématiques où les axes sont presque toujours dans l'espace x/y à ceux de physique qui commencent par l'espace t/d .

Seconde question : une petite colle...

L'écran suivant (cf. figure 2) a été obtenu avec le CBR, essayez de le reproduire.

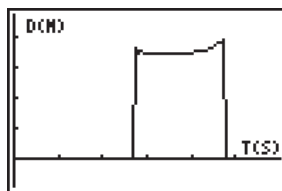


Figure 2

Pour ce faire, il faut analyser les caractéristiques du capteur. Il fonctionne entre 0,5 m et 5 m, possède un cône de «vision» et affiche 0 si aucun objet n'est dans son champ de vision. Ainsi l'image précédente est obtenue en se déplaçant latéralement (et non pas dans la direction du capteur). Cet exercice est important pour montrer qu'il faut connaître le matériel d'acquisition avant de faire une analyse graphique des résultats. Il est particulièrement le bienvenu après l'analyse de la courbe (e) proposée précédemment.

Idée d'un groupe d'élèves : marcher pour obtenir une représentation parabolique, recherche d'une forme canonique

Cette idée vient facilement aux élèves qui entendent parler de paraboles en mathématiques, souvent avant le cours de physique.

Sur le diagramme obtenu (cf. figures 3), il y a quelques points aberrants qui sont dus aux échos parasites que le capteur prend en compte quand l'élève est trop proche du capteur. Rappelons que l'élève se déplace en ligne droite devant le capteur et notons qu'il faut bien s'entraîner pour arriver à cette «allure parabolique».

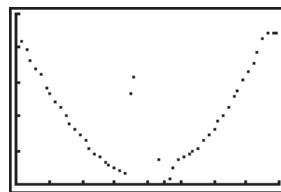


Figure 3

La courbe est projetée à la classe grâce à la tablette de rétroprojection, le professeur va ensuite tenter de modéliser la courbe en proposant la forme classique :

$$y = k \cdot (x - a)^2$$

Les élèves n'ont pas encore entendu parler de modélisation statistique. Les coordonnées du point minimal sont (4;0), la forme de la fonction est donc :

$$y = k \cdot (x - 4)^2$$

On trouve une valeur pour k par tâtonnement (à ce point les élèves ne connaissent pas les modèles statistiques de régression). On trace la fonction Y1 proposée que l'on superpose aux données expérimentales. Voici ce qui a été obtenu (cf. figure 4).

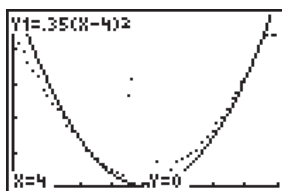


Figure 4

3. LES REBONDS D'UN BALLON

Cette expérience est faite à des élèves de lycées qui ont déjà vu en sciences physiques les divers types de modélisation.

• L'expérience

Le programme *RANGER* du CBR prévoit une application qui s'appelle «*Ball Bounce*» : un ballon est lâché en dessous du capteur, le système enregistre la distance en fonction du temps et affiche le graphe t/d .

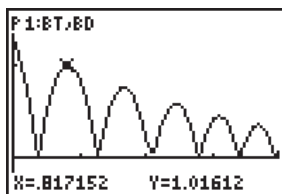


Figure 5

Modélisation d'un rebond

Le programme RANGER offre la possibilité de sélectionner une partie des mesures, partie qui va être ensuite modélisée par la calculatrice. A la sortie du programme, les temps et les distances sont en listes³ BT et BD pour l'ensemble des rebonds et BT1, BD1 pour la partie sélectionnée.

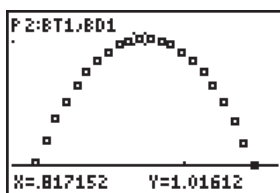


Figure 6

Si les coordonnées du point maximal sont (X ; Y) on a la fonction :

$$y = Y - k \cdot (x - X)^2$$

Dans cet exemple on trouve le point maximal (0,835;1,016) et le physicien sait bien que la valeur $k = 5$ doit bien «coller» à l'«ouverture» de la parabole, puisque le modèle prévoit g , accélération de la pesanteur qui vaut environ 10 m.s^{-2} .

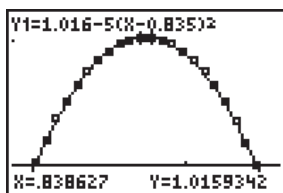


Figure 7

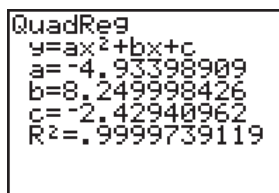


Figure 8

En utilisant d'autre part une régression quadratique proposée par les calculs statistiques intégrés dans la calculatrice, on trouve un accord remarquable.

Modélisation des hauteurs maximales après chaque rebond : modèle du choc mou

Ici les valeurs des distances maximales sont stockées dans d'autres listes LBT2, LBD2, voici un exemple de valeurs représentées sur l'écran suivant (cf. figure 9).

3. Les calculatrices possèdent des tableaux de valeurs numériques appelés des LISTES. L'interface stocke les données de l'expérience dans des listes.

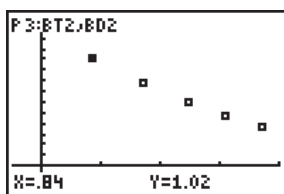


Figure 9

N	x_n (s)	y_n (m)
0	0,00	1,30
1	0,84	1,02
2	1,68	0,78
3	2,45	0,60
4	3,10	0,46
5	3,69	0,37

Est-il encore raisonnable de faire encore une régression quadratique ?

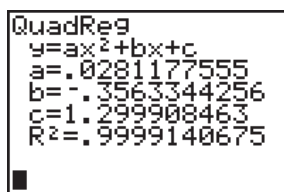


Figure 10

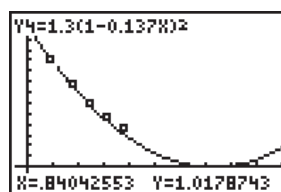


Figure 11

Le coefficient de corrélation est encore fantastique ! L'équation du second degré est :

$$y \approx 0,028 x^2 - 0,356 x + 1,300 \approx 1,300 (1 - 0,137 x)^2$$

En changeant la fenêtre graphique on constate que seule une partie de cette fonction est utilisable pour la modélisation, en effet quand les rebonds diminuent, ils ne peuvent pas augmenter à nouveau. On voit donc la nécessité de définir un domaine pour une modélisation continue d'un phénomène discret.

D'autre part le minimum de l'équation de régression se produit pour t de l'ordre de 7,3 secondes, nous allons essayer de retrouver un tel résultat par l'analyse.

Modèle du choc mou, suite géométrique pour les maxima

Supposons le choc mou et que le coefficient de restitution de l'énergie cinétique ($\alpha > 0$ et < 1) soit constant après chaque rebond, ce qui signifie que l'énergie cinétique juste après le rebond n (Ec') est le produit de l'énergie cinétique juste avant le rebond (Ec) multipliée par α , soit : $E'c = \alpha Ec$. Posons $\alpha = p^2$, on obtient alors pour les vitesses algébriques avant et après le choc – v_n et $p \cdot v_n$, comme p est inférieur à 1, le maximum suivant (y_{n+1}) est inférieur (cf. figure 12).

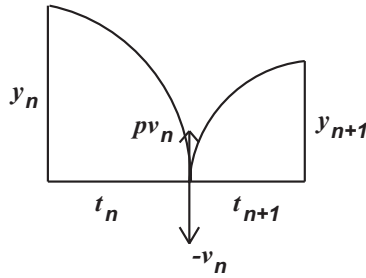


Figure 12

Appelons p le coefficient de restitution en vitesse. Les lois de la mécanique appliquées à la chute libre entre deux rebonds, en négligeant les frottements de l'air, conduisent aux relations :

$$m g y_n = \frac{1}{2} m v_n^2 \quad \text{et} \quad y_n = \frac{1}{2} v_n^2 / g$$

$$m g y_{n+1} = \frac{1}{2} m v_{n+1}^2 = \frac{1}{2} m p^2 v_n^2$$

ainsi :

$$y_{n+1} = p^2 y_n$$

Ainsi l'hypothèse du choc mou conduit à une suite géométrique de raison p^2 pour les maxima successifs.

Le tableau précédent conduit pour les différentes valeurs de $n = 0, 1, 2, 3, 4$ à la liste $\{0,886 ; 0,874 ; 0,877 ; 0,876 ; 0,897\}$ pour les rapports $\sqrt{(y_{n+1} / y_n)}$. On obtient ainsi $p \approx 0,88$, soit $\alpha = p^2 = 0,77$, soit une restitution de 77 % de l'énergie à chaque rebond, c'est un ballon très élastique qui rebondit sur un sol de marbre !

Calculs théoriques : études des maxima, durée des rebonds **Somme des termes d'une suite géométrique**

Considérons la suite des divers rebonds. Les lois de la chute libre donnent la relation entre la durée d'une montée (t_n) et la valeur du maximum :

$$t_n = \sqrt{(2 y_n / g)}$$

qui conduit à :

$$t_{n+1} = p t_n$$

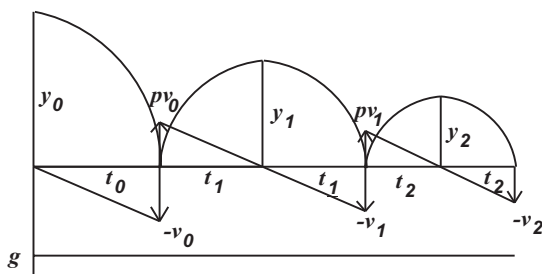


Figure 13

Soit x_n la durée totale de la chute au $n^{\text{ème}}$ rebond :

$$x_n = t_0 + 2 t_1 + 2 t_2 + \dots + 2 t_{n-1} + t_n = (1 + 2p + 2p^2 + \dots + 2p^{n-1} + p^n) t_0$$

$$= (1 + p) (1 + p + p^2 + \dots + p^{n-2} + p^{n-1}) t_0 = (1 + p) \left(\frac{1 - p^n}{1 - p} \right) t_0$$

Or nous avons $y_n = p^{2n} y_0$, l'élimination de p^n donne, avec $k = \frac{1-p}{1+p} \sqrt{\frac{g}{2y_0}}$:

$y_n = y_0 (1 - k x_n)^2$ on retrouve bien le modèle quadratique des maxima.

Calcul de la durée totale de la chute

Elle est donnée par :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{1+p}{1-p} \sqrt{\frac{2y_0}{g}} = \frac{1}{k}$$

En remplaçant par les valeurs numériques : $p = 0,88$, $g = 9,81$ et $y_0 = 1,3$ on obtient une durée de 8,1 s, c'est de l'ordre de grandeur de la valeur 7,1 trouvée par extrapolation de la courbe quadratique modélisant les maxima des rebonds. D'autre part on trouve bien $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ m, le ballon finit bien par s'immobiliser !

Conclusion : le rebond du ballon est un exemple d'interprétation pluridisciplinaire mathématiques et sciences physiques

Cette expérience très simple à réaliser a permis, à partir des lois physiques, de mettre en pratique l'étude mathématique des fonctions quadratiques, des suites géométriques, des courbes paramétrées, des processus infinis et leurs limites... Mais il faut être

vigilant quant aux analyses des résultats et faire attention aux unités, aux modèles discrets ou continus...

D'autres exemples

• En mécanique

Avec le même matériel (TI-83 rétroprojectable et CBR) on peut faire beaucoup d'expériences de mécanique : pendules, ressorts, etc. L'exemple suivant (cf. figures 14 à 16) correspond à un ressort auquel est suspendue une masse qui oscille au-dessus d'un CBR. Le premier modèle proposé est de la forme : $y = a + b \sin(cx + d)$.

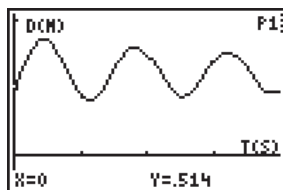


Figure 14

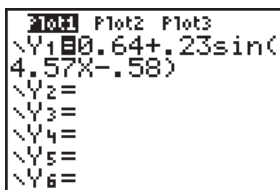


Figure 15

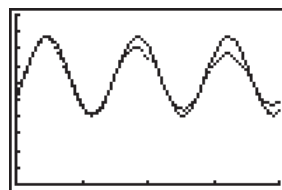


Figure 16

Pour avoir un modèle plus raffiné, l'amplitude, b , est une fonction exponentielle de x pour tenir compte de l'amortissement, soit en $b_0 e^{-kx}$.

• En électricité

Charge et décharge d'un condensateur

Les temps sont stockés en liste L1, et la tension en liste L2. On peut manipuler les listes pour obtenir des estimations des taux d'accroissement de la tension et modéliser les courbes de charge et de décharge.

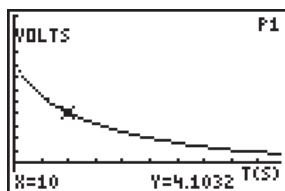


Figure 17

L1	L2	#3
0	8.338	-.9942
.5	7.8409	-.7952
1	7.4433	-.676
1.5	7.1053	-.5964
2	6.8071	-.517
2.5	6.5486	-.4772
3	6.31	-.4374
L3 = "2*ΔList(L2)"		

Figure 18

• En thermodynamique

Un exemple : refroidissement d'un capteur de température sorti d'un liquide chaud (en France on changera les températures des degrés Fahrenheit en degrés Celsius, il suffit de modifier un paramètre de CBL).

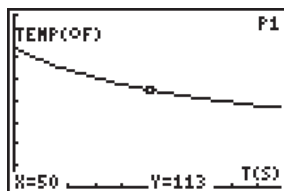


Figure 19

L1	L2	L3	# 3
0	161.89	72.16	
1	160.41	71.34	
2	158.34	70.19	
3	156.94	69.41	
4	155.46	68.59	
5	153.9	67.72	
6	152.46	66.92	

Figure 20

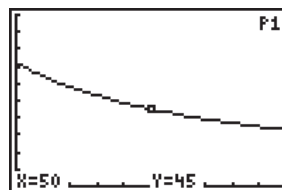


Figure 21

Autre exemple :

En classe les élèves âgés de douze à treize ans font une expérience qui débute par une question du professeur : «**pourquoi les pingouins se blottissent les uns contre les autres pour garder leur chaleur ?**».

Ils utilisent un CBL avec deux capteurs de température. L'un reste dans une éprouvette pleine d'eau chaude isolée, l'autre dans une éprouvette semblable, mais qui est entourée par six autres éprouvettes semblables. Ils obtiennent sur l'écran de TI-83 deux courbes qui commencent au même point mais qui possèdent les taux d'accroissement différents.

De telles expériences, et leurs représentations graphiques et numériques, font de très bonnes préparations pour le traitement théorique des fonctions exponentielles qui suivent au lycée.

• En optique

Étude de la lumière émise par un tube néon avec le capteur d'intensité lumineuse et le CBL (voir bibliographie). L'étude de la courbe permet de mesurer la période et de calculer la fréquence du signal : 100 Hz.

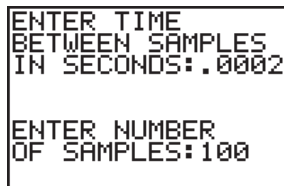


Figure 22

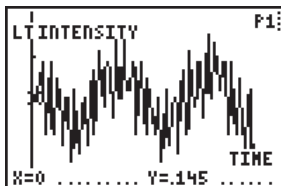


Figure 23

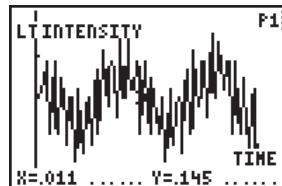


Figure 24

• *En acoustique*

Mesure de la vitesse du son en air. On utilise un capteur de son (un microphone) relié à CBL et placé à la sortie d'un tube plastique, d'une longueur de 2 m, dont une des extrémités est bouchée. On lance le programme et on tape dans les mains pour déclencher l'enregistrement. Quand l'exécution du programme est terminée, on a saisi dans l'exemple ci-dessous (cf. figures 25 à 27), cent valeurs dans un intervalle de 0,02 seconde. La représentation graphique montre deux sommets. Le premier, après environ 0,005 seconde, est le top et le second, après environ 0,017 seconde, est l'écho de l'onde sonore.

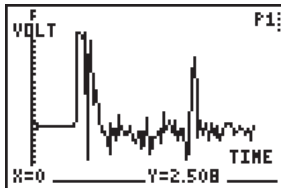


Figure 25

L1	L2	L3	1
.004	2.508		
.005	2.648		
.006	4.137		
.005	4.137		
.005	4.053		
.005	4.120		
.006	1.976		
L1(21) = .0047296			

Figure 26

L1	L2	L3	1
.016	1.948		
.016	2.133		
.017	3.409		
.017	3.722		
.017	2.972		
.017	2.351		
.017	2.603		
L1(74) = .0170112			

Figure 27

Sur la courbe on relève $t_1 = 0,0047296$ s, $t_2 = 0,0170112$ s. On peut donc calculer la vitesse du son : $v = d / (t_2 - t_1) = 4 / 0,122816 = 326$ m/s. Mais il faut faire une correction car la micro est à 4,5 cm de l'extrémité du tube. Donc, pour un aller et retour, la distance $d = 4,09$ m. La vitesse est maintenant $v = 333$ m/s. Cette valeur est vraiment incroyable ! Les sept chiffres de t_1 et t_2 sont aussi précis que la mesure de la longueur du tube, 2 m. On peut constater qu'un tout petit changement des valeurs de t_1 , t_2 ou d entraîne un changement important de la valeur de v .

6. UTILISER LE CBR OU D'AUTRES CAPTEURS DANS DIVERSES ACTIVITÉS SCOLAIRES

On peut aussi utiliser le CBR dans une salle de gymnastique, à côté des pistes de sport. A l'école on a, par exemple, utilisé un capteur cardiaque avec les élèves pour étudier leurs rythmes cardiaques avant et après l'exercice physique. Mais les possibilités les plus intéressantes sont développées dans les cours de technologie où on utilise les deux voies numériques du CBL «Dig In» et «Dig Out». En Angleterre on utilise des «kits» expérimentaux pour la «technologie des commandes numériques» qui permettent de réaliser des expériences de robotique.

Construction d'un robot

Nous avons construit un premier véhicule, le CBME (*Calculator Based Mars Explorer*). Son châssis est fabriqué avec des pièces de Mécano, un moteur de 6 V et des vitesses permettant un déplacement lent. Le châssis entraîne avec lui tout un équipe-

ment constitué d'un CBL, d'une TI-83 attachée par velcro et qui commande un capteur d'intensité lumineuse et un CBR. La voie numérique DIG OUT du CBL est branchée à une boîte de commande numérique avec quatre sorties, les deux premières lignes sont utilisées pour le contrôle d'un relais qui active le moteur en marche avant, marche arrière ou arrêt. La troisième ligne est pour la commande de l'ampoule, et la quatrième agit sur un «buzzer» (sonnerie). Le programme analyse d'abord les données saisies par le capteur d'intensité lumineuse. S'il n'y a pas assez d'intensité lumineuse, ce qui simule la nuit sur Mars, le CBME reste immobile. Dès qu'il y a suffisamment de lumière (comme le lever du Soleil) le moteur se met en marche et ce sont alors les mesures de distances saisies par le CBR qui sont analysées. Le CBME continue sa marche jusqu'à ce qu'il détecte un obstacle, comme un Martien ou un rocher, il s'arrête alors et l'ampoule se met à clignoter quelques secondes. Puis il se met en marche arrière quelques secondes en faisant sonner son «buzzer». C'est une simulation d'une situation qui peut être réelle.



CONCLUSION

Les professeurs des sciences physiques et de mathématiques ont trouvé très intéressant d'utiliser ce matériel, en particulier pour lier les différentes disciplines à plusieurs niveaux. Les expériences, avec ce matériel portable et facile à mettre en œuvre, ont suscité le même enthousiasme aussi bien des inspecteurs des écoles que des professeurs et des élèves qui ont participé à ce petit projet.

BIBLIOGRAPHIE

- A. OLDKNOW : Real data in the Mathematics Classroom, *Micromath*, **14**(2) (1998)
- A. OLDKNOW : The calculating kind, *The Times Educational Supplement* Friday, may 22 pp. 20-31 (1998).
- A. OLDKNOW & R. TAYLOR (eds) : *Data-capture and Modelling in Mathematics and Science*, BECTa, (1998).
- Benoît BRUDERT : «Son et Lumière avec CBL» - Hypothèses n° 13.