Concours Général

Session de 1999 - Classe de terminale S

COMPOSITION DE PHYSIQUE-CHIMIE

Durée : 5 heures

ÉNONCÉ

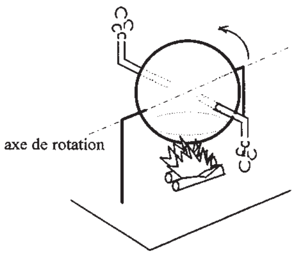
Il sera tenu compte de la clarté et de la concision de la rédaction.

Ce problème, composé de 5 parties, traite de quelques aspects quantitatifs des moteurs thermiques et, par un cheminement inspiré de la démarche historique, aborde quelques notions de thermodynamique comme la température et la chaleur qui ont été longues à établir. L'étude des moteurs thermiques fut l'une de leurs premières applications.

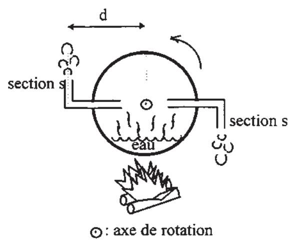
On donne l'équation d'état du gaz parfait : $p\ V = n\ R\ (t + 273)$. Dans cette équation, p et V sont respectivement la pression et le volume des n moles de gaz considéré ; t est la température du gaz exprimée en degrés Celsius ; R est la constante des gaz parfaits : $R = 8{,}31$ USI avec p exprimée en pascals (Pa ou $N.m^{-2}$) et V en mètres cubes (m^3).

1. La première machine thermique

Héron d'Alexandrie mit au point 200 ans avant Jésus-Christ la première machine thermique. Cette machine tournante est constituée d'une sphère qui contient de l'eau, chauffée par un feu de bois ; la vapeur s'échappe par deux tuyaux coudés à angles droits, ce qui provoque la rotation de la sphère, selon le schéma donné ci-après.

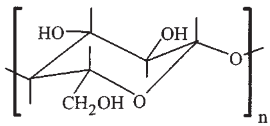


vue en perspective



vue en coupe orthogonale
à l'axe de rotation

Le bois est essentiellement constitué de cellulose, qui est un polymère à structure linéaire, que l'on notera $(C_6H_{10}O_5)_n$, avec $n = 5{,}0 \times 10^3$ en moyenne.



1.1. Combustion du bois

1.1.1. Donner l'équation bilan de la combustion d'une mole de cellulose, $(C_6H_{10}O_5)_n$, sachant que les produits de combustion sont de l'eau et du dioxyde de carbone.
1.1.2. Déterminer la masse molaire d'une molécule de cellulose avec $n = 5{,}0 \times 10^3$ sachant que les masses molaires de C, O, H sont respectivement de 12, 16 et 1,0 $g.mol^{-1}$.

1.1.3. Calculer la chaleur molaire de réaction Q_r correspondant à la combustion de la cellulose sous la pression atmosphérique, en supposant que $n = 5{,}0 \times 10^3$ et que les molécules de cellulose sont à l'état gazeux.
On donne les énergies de liaison des liaisons concernées par une telle combustion : $D(C{=}O) = 0{,}80 \times 10^3$ kJ/mol ; $D(C{-}C) = 0{,}35 \times 10^3$ kJ/mol ; $D(O{=}O) = 0{,}50 \times 10^3$ kJ/mol ;

$D(C{-}O) = 0{,}36 \times 10^3$ kJ/mol ; $D(O{-}H) = 0{,}46 \times 10^3$ kJ/mol ; $D(C{-}H) = 0{,}41 \times 10^3$ kJ/mol.

1.1.4. La chaleur molaire de réaction réellement observée pour la cellulose du bois est plus faible que la quantité Q_r calculée ci-dessous. Pouvez-vous en expliquer la cause ? Connaissez-vous le type de liaisons qui assemble les molécules de cellulose du bois ?
1.1.5. On suppose que du bois sec est totalement constitué de cellulose. Donner, en utilisant la valeur Q_r de la question 1.1.3, l'ordre de grandeur de l'énergie dégagée par 1 m^3 (un stère) de bois sec qui brûle sous la pression atmosphérique. On prendra pour masse volumique du bois celle du chêne soit $\mu_B = 0{,}80 \times 10^3$ kg/m^3.

1.2 Fonctionnement de la machine (éolipyle) de Héron d'Alexandrie

Le bois n'est pas exclusivement constitué de cellulose ; les molécules de cellulose ne sont pas libres et, de plus, la combustion du bois n'est pas totale : on prendra donc pour cette question une valeur plus réaliste de chaleur dégagée par unité de volume de bois sec brûlé, soit :

$$Q_v = 5{,}0 \times 10^9 \ J.m^{-3}.$$

En régime permanent, la machine de Héron d'Alexandrie fonctionne en brûlant, par heure, $\rho = 2{,}0 \times 10^{-2}$ m^3 de bois.

1.2.1. On estime que seule 10% de l'énergie dégagée par la combustion du bois sert à vaporiser l'eau de la machine. Déterminer la masse d'eau, D, vaporisée par unité de temps.

Donnée : chaleur latente de vaporisation de l'eau : $L_V = 2,3 \times 10^3$ kJ.kg^{-1}.

1.2.2. Quel est le volume de vapeur d'eau produit pendant une seconde, sachant que l'on peut assimiler ici la vapeur d'eau à un gaz parfait à la température de 100°C sous une pression de 1bar, soit $1,0 \times 10^5$ Pa.

1.2.3. Déterminer la vitesse d'éjection de la vapeur d'eau, notée u, par rapport aux tuyaux d'échappement. On prendra la section de chaque ouverture, s, égale à 2,0 cm^2.

1.2.4. Initialement, le réservoir est immobile ; la vitesse angulaire de rotation suit ensuite une loi exponentielle asymptotique $\omega(t)$ de constante de temps τ. La vitesse angulaire de rotation limite est ω_{lim}. Donner la forme mathématique de $\omega(t)$ et sa représentation graphique.

1.2.5. De quel(s) paramètre(s) la constante τ peut-elle dépendre ?

1.2.6. La longueur des tuyaux d'éjection de la vapeur d'eau, après les coudes, est faible devant la distance d entre chaque coude et l'axe de rotation de la machine ; on admet donc qu'en régime permanent, si on néglige les frottements, la vapeur d'eau est éjectée avec une vitesse nulle par rapport au référentiel terrestre. Dans ces conditions, déterminer la vitesse angulaire ω_{lim} de rotation limite de la machine, que l'on exprimera en tours par minute, pour d = 1,0 m.

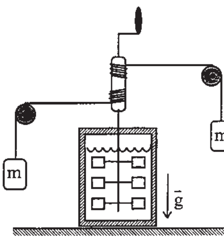
2. L'équivalence chaleur-travail

Jusqu'au début du XIX^e siècle, les notions de travail et de chaleur étaient distinctes. Certains physiciens postulaient alors que la chaleur était un fluide, le “calorique”, qui se conservait et qui s'écoulait dans le sens des températures décroissantes. La notion de température paraissait arbitraire : comme on avait observé qu'une variation de température implique souvent une variation de volume, la température d'un corps était obtenue en mesurant un volume V de mercure en équilibre thermique avec ce corps et en posant $t = 100 \dfrac{V - V_0}{V_1 - V_0}$. Dans cette expression, V_0 est le volume de la même quantité de mercure en équilibre avec de la glace fondante et V_1 son volume lorsqu'elle est en équilibre avec de la vapeur d'eau bouillante à la pression atmosphérique. La température t ainsi définie est exprimée en degrés centigrades (proches des degrés Celsius actuels si bien que, dans la suite, nous confondrons les deux). Des thermomètres très précis ont alors été construits : grâce à de tels thermomètres, Joule a pu montrer que la chaleur et le travail sont deux grandeurs de même nature.

La calorie était la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température d'un gramme d'eau de 1°C. Les expériences de Joule ont permis de déterminer l'équivalent en unités de travail de la calorie. Nous prendrons pour unité de travail l'unité actuelle d'énergie : le joule.

2.1. Première expérience de Joule (1843)

On considère le montage ci-contre. Le calorimètre, parfaitement calorifugé (ou adiabatique, c'est à dire ne permettant aucun échange de chaleur) contient 0,50 litre d'eau. Le système mécanique, qui permet de transformer les mouvements de translation des masses m en mouvements de rotation des palettes dans l'eau, a un rendement énergétique de 45%. La manivelle permet de remonter les masses sans communiquer d'énergie à l'eau grâce à un découplage des palettes. La course des masses au cours d'une descente est h. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.



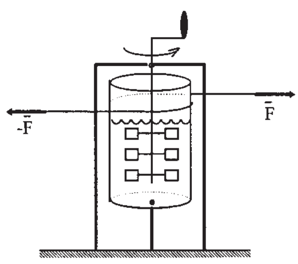
2.1.1. Exprimer la variation d'énergie potentielle d'une masse au cours d'une remontée.

2.1.2. Quelle est l'énergie reçue par l'eau au bout de n descentes ?

2.1.3. On admet qu'un litre d'eau a une masse de 1,0 kg ; pour m = 1,0 kg et h = 1,5 m, on constate qu'après n = 140 descentes, la température de l'eau s'élève de 0,89 °C. Déterminer la valeur en joules d'une calorie.

2.2. Deuxième expérience de Joule (1878)

L'opérateur entraîne directement les palettes avec une manivelle. Le calorimètre, cylindrique, peut tourner sans aucun frottement autour de son axe (fixe par rapport à la Terre), mais il est maintenu immobile en régime stationnaire grâce à une paire (ou un couple) de forces $(\vec{F}, -\vec{F})$ antiparallèles et dont les droites d'action sont tangentes au calorimètre. L'opérateur exerce alors un couple antagoniste de moment M. Les forces $\vec{F}$ et $-\vec{F}$ agissent sur le calorimètre par l'intermédiaire de cordelettes enroulées autour de ce dernier.



On note F la norme de $\vec{F}$ tandis que le rayon du calorimètre est R.

2.2.1. Déterminer le moment du couple exercé en régime stationnaire par les deux cordelettes sur le calorimètre.

2.2.2. En déduire la valeur absolue du moment M du couple exercé par l'opérateur.

2.2.3. Exprimer le travail fourni à l'eau par l'opérateur au bout de n tours de manivelle en fonction de n, R et F.

2.2.4. Au bout de $n = 400$ tours de manivelle, on constate une élévation de température de 1,2 °C du litre d'eau placé dans le calorimètre. En déduire la valeur en joules d'une calorie.

On prendra. F = 10 N, R = 10 cm.

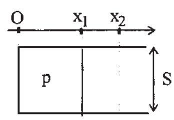
Joule a ainsi pu mettre quantitativement en évidence qu'une action mécanique peut augmenter la température d'un système, liée à son énergie microscopique (ou interne). Ainsi, il a été posé que tout système possède une énergie interne ne dépendant que de son état, c'est-à-dire des valeurs de sa pression, de son volume et de sa température ; cette énergie interne U peut varier par apport de travail W ou/et de chaleur Q : c'est le premier principe de la thermodynamique.

La partie 3 va permettre de définir une température absolue.

3. Les cycles de Carnot

3.1. Travail des forces de pression

On considère un cylindre de section S fermé par un piston parfaitement mobile. Initialement, le piston est en x_1, ce qui définit un volume V_1 pour le cylindre. Finalement, le piston est en x_2 correspondant à V_2. A une position x quelconque du piston correspond un volume du cylindre noté V. On suppose qu'à l'intérieur du cylindre se trouve un fluide au sein duquel règne une pression uniforme p.



3.1.1. Quel est la relation entre la pression p et la force subie par le piston de la part de l'intérieur du cylindre ?

3.1.2. Tandis que la position du piston passe de x à la position infiniment voisine x + dx, on suppose que la pression p est constante ; déterminer le travail élémentaire δW exercé par le fluide intérieur au cylindre lors de ce déplacement.

3.1.3. Exprimer δW en fonction de p et de la variation élémentaire dV du volume du cylindre.

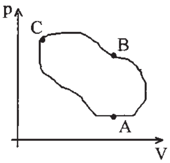
3.1.4. Montrer que dans le cas où p est une fonction de V, lorsque le volume du cylindre passe de V_1 à V_2, le travail W fourni par le fluide intérieur est donné par :

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \Pi(V_2) - \Pi(V_1)$$

où $\Pi(V)$ est une primitive de $p(V)$.

3.2. Cycles

On considère une machine fonctionnant avec un fluide enfermé dans un cylindre et qui subit au cours de son fonctionnement une transformation telle que le système, partant d'un état A, se retrouve dans ce même état en fin de transformation : ce type de transformation est nommé "cycle". On suppose également que la transformation subie par le fluide est suffisamment lente pour qu'à chaque instant la pression dans le fluide, notée p, soit égale à la pression extérieure p_e.



3.2.1. Quelle est la variation d'énergie interne U du fluide au cours d'un cycle ?

3.2.2. C'est dans un système d'axes (p,V) qu'on suit l'état du fluide au cours d'un cycle par la représentation de sa pression p en fonction de son volume V. On obtient alors une courbe fermée décrite une fois par cycle dans un certain sens, par exemple le sens ABCA pour la courbe fermée représentée ci-dessus (en chaque point de la courbe, la température du fluide est parfaitement définie par l'équation d'état de ce dernier).

Montrer qu'il existe une relation simple entre le travail fourni par les forces de pression du fluide au cours d'un cycle et l'aire de la courbe fermée obtenue dans le système (p,V).

3.2.3. Dans quel sens (ABCA ou ACBA) le cycle doit-il être parcouru pour que la machine soit un moteur, c'est-à-dire pour le fluide, après un cycle complet, fournisse globalement un travail W > 0 à l'extérieur ?

3.3. Cycle de Carnot

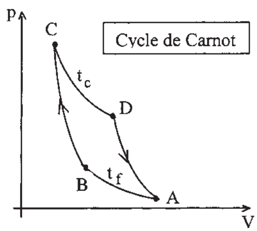
"*Il ne suffit pas, pour donner naissance à la puissance motrice, de produire de la chaleur : il faut encore se procurer du froid*", écrivait Sadi Carnot dans son livre *Réflexion sur la puissance motrice du feu* parue en 1824. En d'autres termes un moteur thermique nécessite la présence de deux sources de chaleur : l'une chaude (de température t_c) et l'autre froide (de température t_f). La source chaude peut être simulée par une combustion ; la source froide est souvent l'atmosphère. Carnot démontra, grâce à un raisonnement basé sur l'impossibilité du mouvement perpétuel (posée par Galilée), que le rendement maximal, ρ_m, d'une machine thermique basée sur le fonctionnement cyclique d'un fluide, est obtenu pour un cycle constitué de deux transformations isothermes (transformations où la température du fluide reste constante) et de deux transformations adiabatiques (transformations au cours desquelles aucune énergie n'est échangée sous forme de chaleur).

Ces transformations (isothermes et adiabatiques) doivent, de plus, être “réversibles” : à ce titre, le fluide et le milieu extérieur sont toujours infiniment proches d’un état d’équilibre. Dans ces conditions, le rendement maximal, ρ_m, ne dépend que des températures t_f et t_c, et non du fluide :

$$\rho_m = \rho_m(t_c, t_f).$$

Un tel cycle (ABCDA) est représenté ci-contre.

Les transformations isothermes correspondent aux courbes AB et CD.



Au cours de l’isotherme AB, le fluide, qui possède la même température t_f que la source froide, fournit à cette dernière l’énergie Q_f sous forme de chaleur. Pendant l’isotherme CD, il a même température t_c que la source chaude et reçoit de cette dernière la chaleur Q_c.

Les transformations adiabatiques correspondent aux courbes BC et DA.

Au cours de l’ensemble du cycle, le fluide fournit le travail W au milieu extérieur.

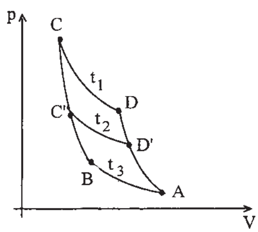
On souhaite déterminer l’expression du rendement ρ_m.

3.3.1. Propriété d’un cycle moteur de Carnot.

a) Justifier que le rendement du moteur s’exprime par $\rho_m = \dfrac{W}{Q_c}$.

b) Quelle relation existe-t-il entre les grandeurs énergétiques W, Q_c et Q_f ?

3.3.2. On considère trois sources ($t_1 > t_2 > t_3$) entre lesquelles fonctionnent trois machines de Carnot. Les fluides des machines peuvent recevoir Q_1 de la part de la source la plus chaude, recevoir Q_2 (dans le sens C’D’) de la part de la source de température intermédiaire ou fournir Q_2 (dans le sens D’C’) à cette source, et enfin fournir Q_3 à la source la plus froide. Les travaux fournis par le fluide seront notés W_{12} pour le moteur fonctionnant entre t_1 et t_2, W_{23} pour le moteur fonctionnant entre t_2 et t_3, et W_{13} pour le moteur fonctionnant entre t_1 et t_3.



a) Quelle relation existe-t-il entre W_{12}, W_{23}, W_{13} ?

b) Définir les rendements ρ_{m12}, ρ_{m23} et ρ_{m13} de chaque moteur en fonction des grandeurs énergétiques échangées.

c) Sachant qu'il existe une relation entre les grandeurs énergétiques au cours d'un cycle, montrer que le rapport Q_1/Q_2 peut s'exprimer grâce à une fonction $f(t_1, t_2)$. Déterminer la fonction f en fonction de $\rho_m(t_1, t_2)$.

d) De même, déterminer les rapports Q_1/Q_3 et Q_2/Q_3 en fonction de f.

e) En déduire une expression de $f(t_1, t_2)$ en fonction de $f(t_2, t_3)$ et $f(t_1, t_3)$. Montrer alors que $f(t_1, t_2)$ peut s'écrire comme un rapport ayant la forme $\frac{\varphi(t_1)}{\varphi(t_2)}$, où $\varphi(t)$ est une fonction de t.

f) On peut définir la température absolue T en posant $T = \varphi(t)$, soit $T_1 = \varphi(t_1)$, etc.

Montrer que pour un cycle (moteur) de Carnot entre deux sources de températures absolues T_c et T_f on peut écrire : $\frac{Q_c}{Q_f} = \frac{T_c}{T_f}$ et $\rho_m = \frac{T_c - T_f}{T_c}$.

3.3.3. Discuter la forme du rendement ρ_m.

Nous allons montrer maintenant que la température absolue T*, qui s'exprime en kelvins, est liée à la température Celsius,* t*, par la relation* $T = 273 + t$.

4. Le cycle de Carnot pour un gaz parfait

4.1. Représentation du cycle

Les travaux de Boyle et Mariotte (XVII^e siècle), puis ceux de Charles (XVIII^e siècle) et de Gay-Lussac (XIX^e sisiècle) ont permis d'établir l'équation d'état d'un gaz : c'est celle qui a été citée en introduction du problème : $p\,V = n\,R\,(t + 273)$.

On souhaite représenter p en fonction de V pour un gaz parfait dans les cas d'isothermes réversibles et d'adiabatiques réversibles.

4.1.1. Isothermes réversibles.

a) Représenter l'allure de p en fonction de V lorsque le gaz subit une transformation à température t_1 fixée (isotherme t_1).

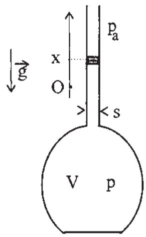
b) Comment se situe une isotherme t_2 par rapport à l'isotherme t_1, si $t_2 < t_1$?

4.1.2. Adiabatiques réversibles.

Lorsqu'une masse donnée de fluide subit une transformation adiabatique réversible, sa pression p et son volume V sont liés par la relation $p = \frac{K}{V^\gamma}$, où K et γ sont deux constantes.

L'expérience de Rückhart permet de déterminer la constante γ pour l'air, considéré comme un gaz parfait :

Un tube vertical de section s est lié à un réservoir contenant de l'air. Un petit piston de masse m peut coulisser sans frottement dans le tube tout en obstruant de manière étanche la partie inférieure du tube.



A l'équilibre, la pression dans le réservoir est p_0, tandis que le volume de l'air est V_0. La pression atmosphérique est p_a et la température $t_a = 25°C$.

En mouvement, la position du piston est repérée par son abscisse x comptée à partir de la position d'équilibre. Initialement, le piston ayant une abscisse h, on le lâche sans vitesse initiale : il oscille alors dans le tube autour de la position d'abscisse nulle.

On suppose qu'au cours de l'expérience la pression p et la température t sont uniformes dans le réservoir et la partie inférieure du tube et que les échanges de chaleur n'ont pas le temps de se faire : la loi $p = \frac{K}{V^\gamma}$ s'applique donc, V étant le volume total occupé par l'air.

a) Déterminer p_0 en fonction de m, g, s et p_a.

b) Exprimer K (pour cette expérience) en fonction de p_0 et V_0.

c) Exprimer V en fonction de V_0, x et s.

d) Sachant que le produit x s est petit devant V_0, proposer une expression littérale approchée de la pression dans le réservoir au cours du mouvement.

On pourra utiliser l'approximation : $\frac{1}{(a+y)^n} \cong \frac{1}{a^n}\left(1 - n\frac{y}{a}\right)$ valable si y est petit devant a.

e) Ecrire la $2^{ème}$ loi de Newton (principe fondamental de la dynamique) pour le piston.

f) Exprimer la pulsation ω_0 des oscillations en fonction de γ.

g) Calculer le coefficient γ pour l'air, sachant que pour m = 17 g, $s = 2{,}0\times10^{-4}$ m^2 et $V_0 = 10$ litres, on mesure une période des oscillations de 1,1 s lorsque $p_a = 0{,}99\times10^5$ Pa.

h) Représenter l'allure d'une transformation adiabatique réversible pour un gaz parfait dans le diagramme (p, V).

i) Montrer qu'au cours d'une telle transformation, le produit $(t + 273)\, V^{\gamma-1}$ est constant.

j) Dans quel sens évolue la température d'un gaz parfait au cours d'une compression adiabatique réversible ?

4.2. Exploitation du cycle de Carnot d'un gaz parfait

Une mole de gaz parfait suit un cycle de Carnot (cycle moteur), et, pour analyser ce cycle, on reprend les notations de la question 3.3, page 7.

Les phases BC et DA sont les adiabatiques réversibles pour lesquelles les expressions pV^{γ} et $(t + 273)V^{\gamma-1}$ sont égales à des constantes. On prend $\gamma = 7/5$.

Une propriété importante du gaz parfait est que son énergie interne U ne dépend que de sa température. Ainsi, pour un gaz parfait, $U = C\,t + U_0$, où C est la capacité thermique molaire du gaz parfait, t est la température du gaz en degrés Celsius et U_0 est une constante.

On note V_A, V_B, V_C, et V_D les volumes respectifs en A, B, C et D. On rappelle que lorsque son volume passe de V_1 à V_2, le gaz fournit le travail : $W = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$.

4.2.1. Montrer qu'en A, les pentes de l'adiabatique et de l'isotherme sont dans le rapport γ.

4.2.2. Calcul du rendement du cycle.

a) Exprimer le rendement $\rho = \dfrac{W}{Q_c}$ du cycle en fonction de Q_c et Q_f.

b) Quelle est la variation d'énergie interne du gaz au cours des phases AB et CD ?

c) Calculer le travail W_{AB} fourni par le gaz au cours de la phase isotherme AB en fonction de t_f, V_A et V_B ; en déduire l'expression de la chaleur Q_f fournie par le gaz au cours de cette phase en fonction de ces mêmes variables.

d) Déterminer également le travail W_{CD} fourni par le gaz au cours de la phase CD en fonction de t_C, V_C et V_D. En déduire la chaleur Q_c reçue par le gaz au cours de cette phase.

e) Etablir une relation entre V_C, V_B, t_c et t_f, puis une autre entre V_D, V_A, t_c et t_f.

Comparer alors les rapports $\dfrac{V_A}{V_B}$ et $\dfrac{V_D}{V_C}$.

f) Déduire de ce qui précède la valeur du rapport Q_c / Q_f en fonction de t_c et t_f.

g) En utilisant le résultat de la question 3.3.2.f, établir la relation la plus simple entre la température absolue T et la température "ordinaire" t en degrés Celsius ?

5. Extraction du charbon

Il est intéressant d'extraire du charbon si le travail tiré de sa combustion est supérieur à celui que nécessite son extraction. C'est ce que voulons vérifier ici.

Pour cela, nous imaginons que c'est grâce à un moteur thermique utilisant un fluide effectuant des cycles de Carnot que du charbon est extrait d'une mine.

La chaudière au charbon de ce moteur est assimilée à une source chaude de température absolue T_c ; l'atmosphère joue le rôle de la source froide de température absolue T_f.

La température de l'atmosphère est $t_f = 25$ °C, celle de la chaudière $t_c = 1{,}0 \times 10^3$ °C.

On assimile le charbon à du carbone pur pour lequel la combustion complète d'un kilogramme dégage une quantité de chaleur $Q = 3{,}0 \times 10^7\ J.kg^{-1}$ (la teneur réelle du charbon en carbone varie entre 20% et 80% selon les gisements). Ainsi, pour une mole de carbone pur brûlé, le fluide reçoit la chaleur Q'_c de la source chaude et fournit la chaleur Q'_f à la source froide ; le moteur produit ainsi un travail W'.

On rappelle que pour une machine de Carnot, on a : $\rho = \frac{W'}{Q'_c} = \frac{T_c - T_f}{T_c}$ et $Q'_c = Q'_f + W'$.

5.1. Energie nécessaire à l'extraction

Exprimer le travail W_1 nécessaire à l'extraction d'un kilogramme de charbon situé à la profondeur h (on ne tient compte que du travail de montée du charbon au niveau du sol).
Application numérique : $g = c^{ste} = 9{,}8\ m.s^{-2}$; $h = 1{,}0$ km.

5.2. Fonctionnement du moteur thermique de Carnot

5.2.1. Ecrire la réaction de combustion complète d'une mole de carbone.

5.2.2. La combustion se faisant à l'air libre, quelle quantité approximative d'azote est mélangée au dioxyde de carbone pour une mole de carbone brûlée ?

5.2.3. On admet que le dioxyde de carbone produit par la combustion et l'azote de l'air nécessaire à celle-ci, initialement à 25 °C, sont portés, en fin de combustion, à la température $t_c = 1{,}0 \times 10^3$ °C et se retrouvent ainsi dans l'atmosphère. On considère donc que la chaleur correspondante ne participe pas à Q'_c. Déterminer la chaleur Q'_c réellement communiquée au fluide du moteur au cours de la combustion d'une mole de carbone.

On prendra pour capacités thermiques molaires de l'azote et du dioxyde de carbone, supposées indépendantes de la température, les valeurs suivantes :

$C_{pN_2} = 29\ J.mol^{-1}.K^{-1}$, $C_{pCO_2} = 37\ J.mol^{-1}.K^{-1}$; masse molaire du carbone $M_C = 12\ g.mol^{-1}$.

5.2.4. Déterminer la chaleur Q'_f restituée à l'atmosphère par le fluide du moteur pour une mole de carbone brûlée. En déduire le travail W' fourni par la machine de Carnot par mole de carbone brûlé.

5.2.5. Compte tenu des approximations du problème, déterminer la masse de charbon que l'on peut extraire avec 12 g de carbone brûlé.
Conclure sur la rentabilité de l'opération.