BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE

Plan incliné étudié avec un tableur

par Daniel BIBOUD
Lycée Marie Curie - 38435 Échirolles

RÉSUMÉ

Les ordinateurs ou les calculettes offrent avec leurs logiciels des possibilités de calculs rapides. Ils permettent aux scientifiques de se libérer des calculs fastidieux et répétitif et de consacrer plus de temps à l'interprétation des phénomènes.

Cet article propose l'utilisation d'un tableur pour l'étude de la vitesse, de l'accélération, de la conservation de l'énergie mécanique au cours du mouvement d'un palet autoporté sur un plan incliné.

1. INTRODUCTION

Je souhaiterais avancer des arguments afin d'inviter les collègues qui n'osent pas encore se servir de l'outil informatique et en particulier des tableurs, à envisager d'utiliser ce travail.

Ce sujet de travaux pratiques porte sur la décomposition du mouvement d'un palet autoporté sur une table à coussin d'air. Il est destiné à faire connaître aux élèves le maniement des tableurs et de faire étudier les équations obtenues lors d'un précédent exercice de cours.

Les élèves ont apprécié cet apprentissage et à la fin de ce travail ils sont unanimes à déclarer qu'ils envisagent d'utiliser les tableurs dans leurs prochains travaux pratiques.

BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE – BUP PRATIQUE

2. TEXTE PROPOSÉ AUX ÉLÈVES

MOUVEMENT D'UN PALET SUR UN PLAN INCLINÉ

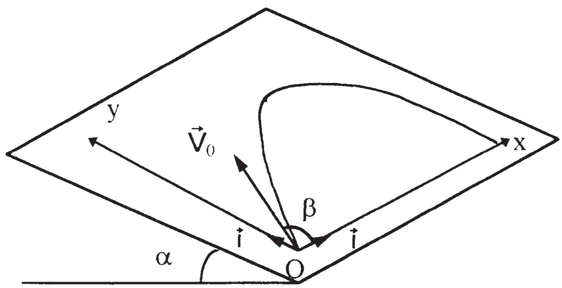
I - BUTS

– Étudier le mouvement.

– Vérifier le théorème du centre d'inertie et la conservation de l'énergie mécanique totale.

II - LE DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Sur une table à coussin d'air, inclinée d'un angle α (tel que $\sin \alpha = 1/62$) par rapport à l'horizontale, on lance un palet avec un angle β de l'ordre de 60° avec l'horizontale.



Un dispositif permet de marquer sur le papier d'enregistrement la position du mobile tous les dixièmes de seconde et ainsi de tracer la trajectoire du mobile.

III - EXPLOITATION DU DOCUMENT

1°) Détermination des vecteurs vitesses

Aux points M_i, i impair déterminer graphiquement le vecteur vitesse :

$$\vec{V}_i = \frac{\overrightarrow{M_{i-1} M_{i+1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$$

Représenter les vecteurs $\vec{V}_i$ avec l'échelle 1 cm $\Leftrightarrow$ 0,05 $m.s^{-1}$.

2°) Tracé de l'hodographe

Par un point quelconque du plan tracer des vecteurs équipollents aux vecteurs $\vec{V}_i$. Joindre les extrémités des vecteurs obtenus. Que constatez-vous ?

3°) Détermination de l'accélération

A partir de l'hodographe déterminer $\vec{a}_i = \dfrac{\overrightarrow{V_{i+1}} - \overrightarrow{V_{i-1}}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ conclusion ? Calculer l'accélération moyenne puis $a_{moyenne}$ / sin α et interpréter. Quelle est la nature du mouvement ?

4°) Étude de la trajectoire

Cette trajectoire présente un axe de symétrie *y'y*. On admettra que la droite déterminée au § ***III***.*2°*) est parallèle à l'axe de symétrie de la trajectoire. Par le point M_0 tracer la parallèle à cette direction ainsi que sa perpendiculaire. On obtient le repère M_0xy.

En utilisant le logiciel Excel® remplir le tableau proposé.

Tracer les courbes $V_x = f(t)$ et $V_y = g(t)$.
Déterminer a_y, a_x, $V_0 \sin \beta$, $V_0 \cos \beta$, V_0 et β.

Tracer les courbes $Ec = f'(t)$, $Ep = g'(t)$, $Em = Ec + Ep = h(t)$.
Déterminer a_y, a_x, $V_0 \sin \beta$, $V_0 \cos \beta$, V_0 et β.

3. RÉSULTATS ET COMMENTAIRES DU TRAVAIL DEMANDÉ DANS LE TABLEUR

3.1. Partie graphique

Les élèves mesurent les longueurs $M_{i-1}\ M_{i+1}$ sur le document distribué (figure 1) et les reportent dans le tableau (figures 3 et 4). Ils font calculer par le tableur les vitesses V_{Mi}. Ils tracent $\vec{V}_{Mi}$ et construisent l'hodographe (figure 2).

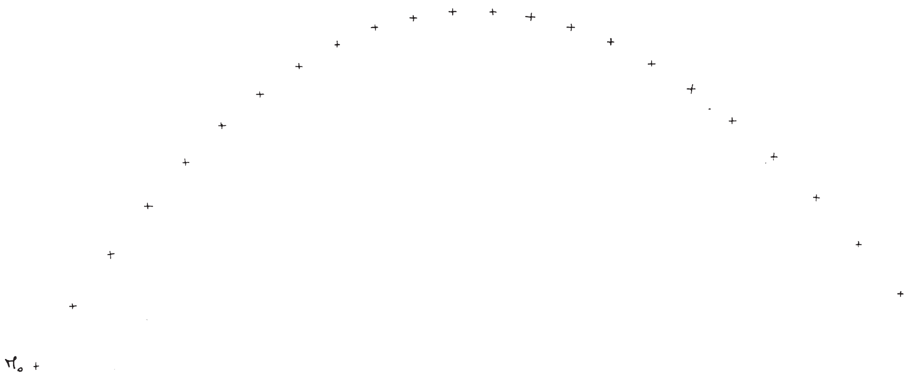


Figure 1

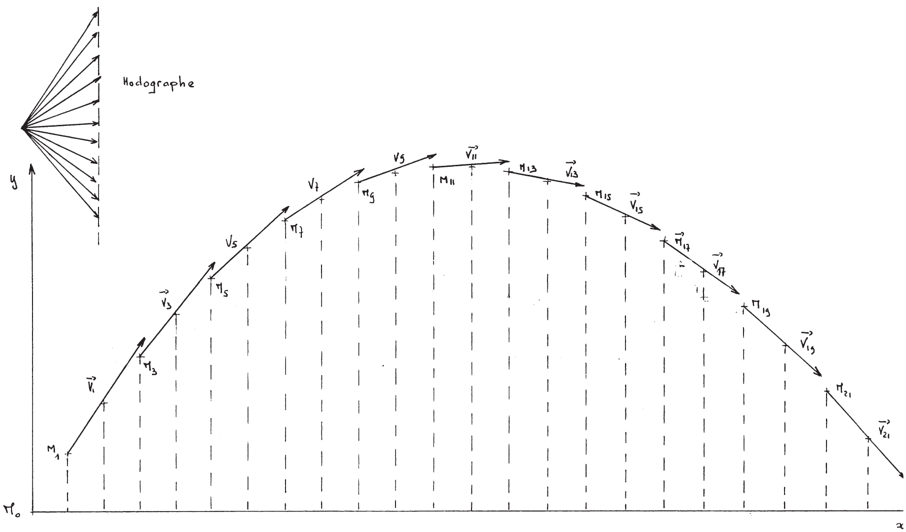


Figure 2

ti (s)	Mi – 1 Mi – 1 (m)	VMi (m/s)	XMi (m)	ΔX (m)	Vx(Mi) (m/s)	YMi (m)	ΔY (m)	Vy(Mi) (m/s)	VMi (m/s)	%VMi
0			0			0				
0,1	0,0445	0,2225	0,012	0,024	0,12	0,019	0,037	0,185	0,221	1
0,2			0,024	0,024	0,12	0,037	0,034	0,17	0,208	
0,3	0,039	0,195	0,036	0,024	0,12	0,053	0,03	0,15	0,192	2
0,4			0,048	0,024	0,12	0,067	0,0265	0,1325	0,179	
0,5	0,034	0,17	0,06	0,0245	0,1225	0,0795	0,024	0,12	0,171	1
0,6			0,0725	0,0245	0,1225	0,091	0,0205	0,1025	0,160	
0,7	0,03	0,15	0,0845	0,0245	0,1225	0,1	0,0165	0,0825	0,148	2
0,8			0,097	0,0245	0,1225	0,1075	0,0135	0,0675	0,140	
0,9	0,0265	0,1325	0,109	0,024	0,12	0,1135	0,0105	0,0525	0,131	1
1			0,121	0,024	0,12	0,118	0,007	0,035	0,125	
1,1	0,0245	0,1225	0,133	0,024	0,12	0,1205	0,004	0,02	0,122	1
1,2			0,145	0,024	0,12	0,122	0,001	0,005	0,120	
1,3	0,0245	0,1225	0,157	0,024	0,12	0,1215	– 0,003	– 0,015	0,121	1
1,4			0,169	0,024	0,12	0,119	– 0,0055	– 0,0275	0,123	
1,5	0,026	0,13	0,181	0,024	0,12	0,116	– 0,0085	– 0,0425	0,127	2
1,6			0,193	0,024	0,12	0,1105	– 0,0125	– 0,0625	0,135	
1,7	0,029	0,145	0,205	0,024	0,12	0,1035	– 0,015	– 0,075	0,142	2
1,8			0,217	0,0245	0,1225	0,0955	– 0,018	– 0,09	0,152	
1,9	0,033	0,165	0,2295	0,0245	0,1225	0,0855	– 0,0215	– 0,1075	0,163	1
2			0,2415	0,0245	0,1225	0,074	– 0,0245	– 0,1225	0,173	
2,1	0,038	0,19	0,254	0,025	0,125	0,061	– 0,0275	– 0,1375	0,186	2
2,2			0,2665	0,025	0,125	0,0465	– 0,031	– 0,155	0,199	
2,3	0,0425	0,2125	0,279	0,025	0,125	0,03	-0,034	– 0,17	0,211	1
2,4			0,2915			0,0125				
Moyennes					0,121					

Figure 3

ay (m/s2)	g (m/s2)	%g	Ec(Mi) (J)	Ep(Mi) (J)	Em = Ec + Ep	%Em	ΔEc (J)	W(F) (J)	%ΔEc/W (F)
			0,02431	0,00300	0,0273	1,9			
– 0,148	9,2	6,4	0,02165	0,00585	0,0275	2,6	– 0,00266	– 0,00285	6,6
– 0,172	10,7	9,1	0,01845	0,00838	0,0268	0,1	– 0,00586	– 0,00538	9,0
– 0,174	10,8	9,8	0,01598	0,01059	0,0266	0,9	– 0,00833	– 0,00759	9,8
– 0,164	10,2	3,7	0,01470	0,01257	0,0273	1,8	– 0,00961	– 0,00957	0,4
– 0,165	10,2	4,2	0,01276	0,01438	0,0271	1,3	– 0,01155	– 0,01138	1,5
– 0,169	10,5	7,1	0,01091	0,01581	0,0267	0,3	– 0,01340	– 0,01281	4,7
– 0,168	10,4	6,0	0,00978	0,01699	0,0268	0,1	– 0,01453	– 0,01399	3,8
– 0,167	10,3	5,3	0,00858	0,01794	0,0265	1,1	– 0,01573	– 0,01494	5,3
– 0,167	10,3	5,4	0,00781	0,01865	0,0265	1,3	– 0,01650	– 0,01565	5,4
– 0,167	10,3	5,4	0,00740	0,01905	0,0264	1,3	– 0,01691	– 0,01605	5,4
– 0,166	10,3	5,0	0,00721	0,01928	0,0265	1,1	– 0,01710	– 0,01628	5,0
– 0,166	10,3	4,9	0,00731	0,01920	0,0265	1,1	– 0,01700	– 0,01620	4,9
– 0,167	10,4	5,9	0,00758	0,01881	0,0264	1,5	– 0,01673	– 0,01581	5,8
– 0,167	10,4	5,7	0,00810	0,01834	0,0264	1,3	– 0,01621	– 0,01534	5,7
– 0,166	10,3	4,8	0,00915	0,01747	0,0266	0,7	– 0,01516	– 0,01447	4,8
– 0,169	10,5	7,1	0,01001	0,01636	0,0264	1,6	– 0,01430	– 0,01336	7,0
– 0,171	10,6	8,0	0,01155	0,01510	0,0266	0,6	– 0,01276	– 0,01210	5,5
– 0,170	10,6	7,8	0,01328	0,01351	0,0268	0,0	– 0,01103	– 0,01051	4,9
– 0,175	10,8	10,5	0,01501	0,01170	0,0267	0,4	– 0,00930	– 0,00870	7,0
			0,01727	0,00964	0,0269	0,4	– 0,00704	– 0,00664	6,1
			0,01983	0,00735	0,0272	1,4	– 0,00448	– 0,00435	3,1
			0,02226	0,00474	0,0270	0,8			
– 0,167	10,4				0,0267				

Figure 4

L'hodographe permet de montrer que l'accélération $\vec{a}$ est un vecteur constant :

– la norme de $\vec{a}$ permet de calculer $a_{moyenne}$, on trouve :

$$a_{moyenne} = -\frac{6{,}55 \times 0{,}05}{10 \times 0{,}2} = -0{,}164\ m.s^{-2}\ ;\ g_{moyen} = -\frac{a_{moyenne}}{\sin\alpha} = 0{,}164 \times 62 = 10{,}2\ m.s^{-2}$$

soit une erreur de 4 % ;

– la direction de $\vec{a}$ permet de déterminer la direction de plus grande pente c'est-à-dire l'axe des ordonnées ;

– une fois le repère M_0xy tracé, les élèves reportent dans le tableau les cordonnées des différents points.

3.2. Exploitation des mesures avec le tableur

Si les élèves avaient à faire ces calculs pour remplir le tableau, ils passeraient beaucoup trop de temps et cela serait fastidieux. Avec le tableur, il suffit de rentrer la formule dans la première case de la colonne et de tirer vers le bas pour que les différentes valeurs de la colonne se calculent instantanément. Ainsi ils calculent :

$$\Delta X = X(M_{i+1}) - X(M_{i-1}) \quad ; \quad V_x(M_i) = \Delta X\ /\ 0{,}2 \quad ;$$

$$\Delta Y = Y(M_{i+1}) - Y(M_{i-1}) \quad ; \quad V_y(M_i) = \Delta Y\ /\ 0{,}2 \quad ;$$

$$V'(M_i) = \left(V^2{}_x(M_i) + V^2{}_y(M_i)\right)^{1/2} \quad ; \quad \%V(M_i) = \left|[1 - V'(M_i)\ /\ V(M_i)] * 100\right| \quad ;$$

$$a_y = \frac{v_y^2(M_i) - valeur^2\ de\ v_y(M_1)}{2\left[y(M_i) - valeur\ de\ y(M_1)\right]} \quad ; \quad g = \frac{a_y}{\sin\alpha} = 62 \times a_y \quad ;$$

$$\%\ g = \left|(1 - g\ /\ 9{,}8) * 100\right| \quad ;$$

$$Ec(M_i) = 0{,}5.m.V^2(M_i) \quad ; \quad Ep(M_i) = m.g.Y(M_i).\sin\alpha \quad ;$$

$$Em(M_i) = Ec(M_i) + Ep(M_i) \quad ; \quad \%\ Em = \left|\left(1 - Em(M_i)\ /\ moyenne\ de\ Em\right) * 100\right| \quad ;$$

$$\Delta Ec = Ec(M_i) - Ec(M_1) \quad ; \quad W(\vec{F}) = Ep(M_1) - Ep(M_i) \quad ;$$

$$\%\ \Delta Ec\ /\ W(\vec{F}) = \left|\left(1 - \Delta Ec\ /\ W(\vec{F})\right) * 100\right|.$$

3.3. Tracés et utilisations des graphes

Avec le logiciel il est possible de tracer les courbes souhaitées (figure 5).

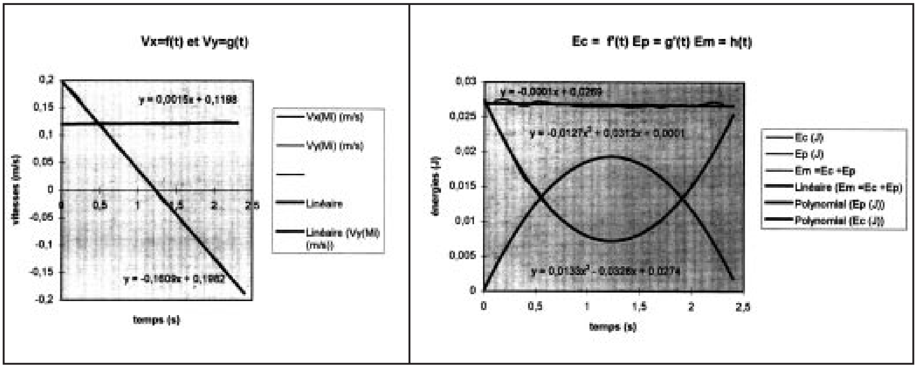


Figure 5

a) $Vx = f(t)$ et $Vy = g(t)$

$Vx = f(t)$ et $Vy = g(t)$ sont tracées avec l'assistant graphique du bandeau. En effectuant des régressions linéaires et en demandant les équations de ces régressions une exploitation peut être faite :

Rappels :

$$\vec{a} = 0.\vec{i} - a_y.\vec{j} \ (a_y = -\ g.\sin\beta) \quad ; \quad \vec{v} = V_0 \cos\beta.\vec{i} + (a_y\ t + V_0 \sin\beta).\vec{j} \quad ;$$

$$\overrightarrow{OM} = (V_0 \cos\beta)t.\vec{i} + \left(½\ a_y\ t^2 + (V_0 \sin\beta)t\right).\vec{j} \quad ;$$

$$V^2 = V^2{}_x + V^2{}_y = a_y\ t^2 + 2(a_y\ .V_0.\sin\beta)\ t + V^2{}_0$$

Les coefficients des équations permettent de calculer :

$$a_y = -\ 0{,}161\ m.s^{-2} \quad ; \quad a_x = 0{,}0013\ m.s^{-2} \sim 0\ m.s^{-2} \text{ à } 1\ \%$$

$$V_0 \sin\beta = 0{,}198\ m.s^{-1} \quad ; \quad V_0 \cos\beta = 0{,}120\ m.s^{-1} \quad ;$$

$$V_0 = (0{,}198^2 + 0{,}120^2)^{½} = 0{,}232\ m.s^{-1}$$

$$\beta = \arccos\ (0{,}120\ /\ 0{,}232) = 59°$$

(en mesurant sur le document la tangente à l'origine on trouve $\beta = 59°$).

b) $Ec = f'(t)$, $Ep = g'(t)$ et $Em = h(t)$

$Ec = f'(t)$, $Ep = g'(t)$ et $Em = h(t)$ sont tracées avec l'assistant graphique du bandeau. En effectuant une régression linéaire pour *Em*, une régression polynomiale d'ordre 2 pour *Ec* et *Ep* et en demandant les équations de ces régressions une exploitation peut être faite :

Rappels :

$$m = 1\ kg,\ \sin\ \alpha = 1/\ 62 \quad ;$$

$$Ep = m.g.\ y(M_i).\sin\alpha = m.g.\sin\alpha\left(½\ a_y\ t^2 + (V_0\ \sin\ \beta)\ t\right)$$

$$= ½\ (m.g.a_y.\sin\alpha)\ t^2 + (m.g.V_0.\sin\beta.\sin\alpha)\ t$$

$$Ec = ½\ mv^2 = ½\ m.a^2{}_y\ t^2 + (m.a_y.V_0.\sin\beta)\ t + (½\ m.V^2{}_0)$$

- **De $Ep = g'(t)$**

$$½\ g.a_y.\sin\alpha = -\ 0{,}0127 \quad\Rightarrow\quad a_y = -\ 0{,}0127 * 2 * 62/9{,}8 = -\ 0{,}161\ m.s^{-2} \quad ;$$

$$g = -\ a_y\ /\ \sin\alpha = 0{,}161 * 62 = 10\ m.s^{-2} \quad \text{soit } 9{,}8 \text{ à } 2\ \%$$

$$V_0.g.\sin\beta.\sin\alpha = 0{,}0312 \quad\Rightarrow\quad V_0.\sin\beta = 0{,}0312 * 62/9{,}8 = 0{,}190\ m.s^{-2}$$

soit à 4 % avec la valeur précédente.

- **De $Ec = f'(t)$**

$$a_y = \pm\ (0{,}0133 * 2)^{½} = \pm\ 0{,}163 \quad\Rightarrow\quad a_y = -\ 0{,}163\ m.s^{-2}$$

soit à 1 % avec la valeur précédente.

$$a_y.V_0.\sin\beta = -\ 0{,}0328 \quad\Rightarrow\quad V_0.\sin\beta = -\ 0{,}0328/-\ 0{,}163 = 0{,}201\ m.s^{-1}$$

soit à 1,5 % avec la valeur précédente.

$$½\ V^2{}_0 = 0{,}0274 \quad\Rightarrow\quad V_0 = \pm\ (2 * 0{,}0274)^{½} = \pm\ 0{,}234 \quad\Rightarrow\quad 0{,}234\ m.s^{-1}$$

soit à 1 % avec la valeur précédente.

$$\beta = \arcsin\,(0{,}201 / 0{,}234) = 59°$$

- **De $Em = h(t)$**

  Em est une constante égale à 0,0269 J à 0,4 % près.

CONCLUSION

Compte tenu de la souplesse d'utilisation des tableurs et de la précision des résultats obtenus, il me paraît intéressant de proposer ce travail aux élèves. Bien entendu, toutes les critiques de cette proposition de travaux pratiques seront les bien venues.