

Mécanique des fluides et expérimentation

par Luc PETIT⁽¹⁾ et Nathalie FRAYSSE
Laboratoire de Physique de la Matière Condensée
Unité Mixte de Recherche du CNRS 6622
Université de Nice-Sophia Antipolis
Parc Valrose - 06108 Nice Cedex 2

RÉSUMÉ

Nous présentons quelques commentaires et compléments à propos d'un article paru dans le Bulletin de l'Union des Physiciens [1], rapportant des expériences de mécanique des fluides en Classes Préparatoires aux Grandes Écoles. Nous corrigeons la distinction à faire dans les deux types d'expériences présentées, selon le caractère dominant ou négligeable des effets directs de la viscosité du fluide et non sur le caractère laminaire ou turbulent des écoulements correspondants. Puis nous commentons les valeurs obtenues pour les coefficients de traînée d'une sphère en les rapprochant de valeurs tirées de la littérature. Nous précisons ensuite quantitativement les différents effets qui peuvent perturber les mesures de viscosité d'un fluide à partir d'une expérience de sédimentation : effets des parois, de la température du fluide, de sa composition. Nous terminons en complétant les références bibliographiques fournies.

INTRODUCTION

Le présent article a pour objet d'aller dans le sens d'un article paru dans un Bulletin de l'Union des Physiciens [1], destiné à montrer sur l'exemple de la mécanique des fluides «comment mettre du concret dans le programme de mécanique des fluides en classes préparatoires», en apportant toutefois quelques remarques et compléments qui manquent afin que le lecteur ait les idées plus claires sur le sujet après la lecture de l'article. C'est la raison pour laquelle nous nous permettons de porter un regard critique sur les résultats des manipulations présentées pour «dépasser les contradictions apparentes». En effet, il nous semble que l'analyse des résultats expérimentaux n'a pas été poussée

(1) Aussi : IUFM de Nice - Département de Physique-Chimie
89, Avenue George V - 06046 Nice Cedex 1.

Auteur à qui adresser toute correspondance (mél : petit@naxos.unice.fr).

assez loin par les auteurs pour éclairer suffisamment le lecteur et tirer tout le profit de ces expériences.

1. REMARQUES GÉNÉRALES

Les titres des deux paragraphes selon lesquels est articulé l'article, «Étude de régimes turbulents» et «Étude de régimes laminaires», ne sont pas bien adaptés et sont source de confusion. En effet, la distinction entre les deux types d'expériences présentées et entre les résultats obtenus est à faire en fonction du caractère dominant (paragraphe 1) ou négligeable (paragraphe 2) des effets dus à l'inertie du fluide devant ceux dus à sa viscosité. Cette comparaison conduit au nombre de Reynolds et c'est en étudiant si ce nombre est (très) supérieur ou (très) inférieur à l'unité que l'on pourra conclure dans quel domaine on se trouve et quel type d'approximation on pourra effectuer. En effet, pour le premier paragraphe, il s'agit d'expériences dans lesquelles on peut négliger «presque partout» les effets de la viscosité du fluide. Ce sera le cas pour des nombres de Reynolds assez grands devant l'unité, mais pas trop cependant pour ne pas atteindre une situation d'écoulement turbulent contrairement à ce qu'indique le titre du paragraphe «Étude de régimes turbulents» ! Les effets dus à la viscosité restent alors localisés dans des zones voisines des obstacles et de taille modérée devant les dimensions de ceux-ci (couches limites le long des obstacles, sillages en aval de ceux-ci). Dans le second paragraphe, au contraire, il s'agit d'écoulements pour lesquels les effets dus à la viscosité du fluide l'emportent très largement devant ceux dus à son inertie. Avec cette hypothèse, on peut étudier le mouvement du fluide en négligeant cette dernière. C'est dans cette hypothèse assez contraignante qu'est établie la formule de Stokes qui donne la force de résistance sur une sphère en mouvement uniforme dans un fluide visqueux (si le nombre de Reynolds n'est pas petit devant l'unité, on peut apporter une correction, dite d'Oseen, que les auteurs de l'article citent et sur laquelle nous reviendrons à la fin du paragraphe 2.2.).

Quant au caractère turbulent ou laminaire d'un écoulement, il sera à apprécier à partir de la valeur du nombre de Reynolds (lorsque c'est ce paramètre qui contrôle l'apparition de la turbulence dans une expérience). Cette valeur sera à comparer à des nombres assez grands devant l'unité et qui dépendent du type d'écoulement. A titre d'exemple, l'écoulement laminaire entre deux plans devient instable et turbulent à partir d'une valeur du nombre de Reynolds de 2300.

2. REMARQUES PARTICULIÈRES

2.1. Paragraphe 1 de l'article

«Étude de régimes turbulents» (qu'il aurait donc convenu d'intituler plutôt «Étude d'écoulements pour lesquels l'inertie du fluide est dominante»)

Dans l'analyse des résultats les auteurs écrivent : «Nous n'obtenons pas $C \approx 1$ aux deux premières vitesses...» ; il n'y a pas de raison, a priori, d'obtenir pour le coefficient de traînée C une valeur égale à l'unité pour une certaine forme géométrique (ici sphère) dans un intervalle donné du nombre de Reynolds : la normalisation de la force de résistance par la quantité $(1/2)\rho S U^2$ est dimensionnelle et ne préjuge pas a priori de la valeur du préfacteur sans dimension qui est le coefficient $C^{(2)}$. La valeur $C = 1$ serait celle obtenue pour un disque circulaire placé perpendiculairement à un écoulement uniforme de vitesse U loin du disque si on supposait que la pression sur la face amont avait partout la valeur $p_s = p_0 + (1/2) \rho U^2$ au point de stagnation (point où la vitesse est nulle) sur l'axe (figure 1) et qu'elle avait sur la face aval partout la valeur p_0 dans l'écoulement non perturbé.

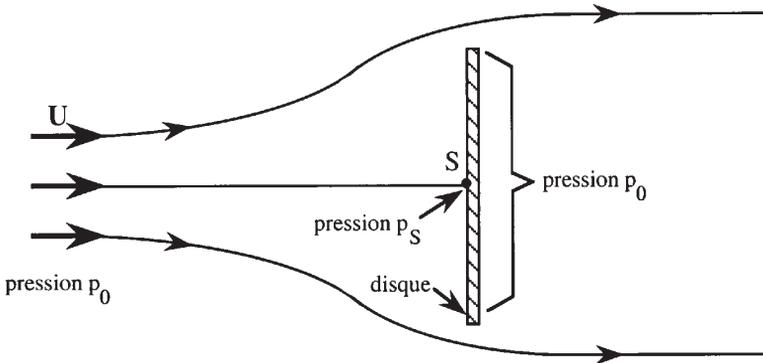


Figure 1 : Point de stagnation S dans l'écoulement d'un fluide autour d'un disque placé perpendiculairement à la vitesse U d'un écoulement uniforme loin du disque.

Expérimentalement, il apparaît que pour le cas du disque circulaire, le coefficient de traînée vaut environ 1,1 dans la gamme de nombres de Reynolds de $3 \cdot 10^3$ à 10^7 , comme on peut le voir sur la figure 2 (tirée de la référence [2]). On voit aussi sur cette

(2) Ce coefficient est habituellement noté C_x , car il correspond à la composante de la force dans la direction de la vitesse. C'est cette dénomination qui est à l'origine du nom donné au véhicule automobile de marque Citroën qui avait, à l'époque, un «bon» C_x de l'ordre de 0,35.

même figure les mesures obtenues pour un cylindre circulaire et une sphère. Intéressons-nous de plus près au cas de la sphère qui correspond à la présente discussion. On remarque que :

- Le coefficient de traînée n'est pas voisin de 1 dans le domaine des nombres de Reynolds qui correspond à l'expérience du paragraphe en discussion, c'est-à-dire des valeurs de ce nombre un peu supérieures à 10^4 .
- Le coefficient de traînée n'est pas constant dès que la gamme de variation du nombre de Reynolds est suffisamment importante (typiquement plus d'une décade).

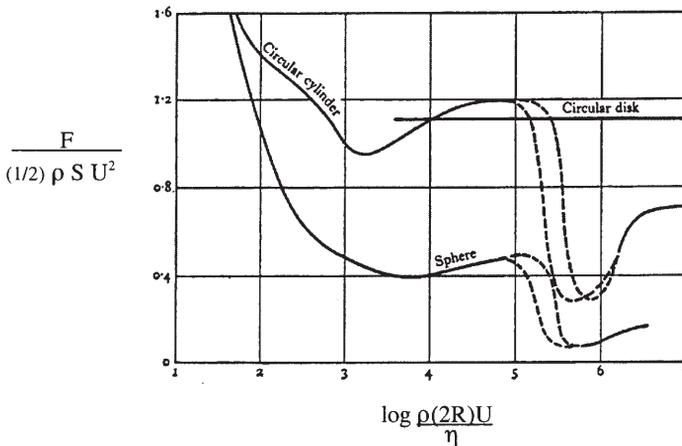


Figure 2 : Force de résistance F sur trois obstacles différents (disque perpendiculaire à l'écoulement, cylindre et sphère) en fonction du logarithme du nombre de Reynolds de l'écoulement de vitesse U loin de l'obstacle. La force de résistance est normalisée par $(1/2)\rho U^2 S$, où S est la surface de l'objet dans la direction de la vitesse en amont de l'obstacle. Le nombre de Reynolds est calculé à partir du diamètre $2R$ de l'obstacle (figure tirée de la référence [2]).

Si on revient aux résultats des expériences présentées dans l'article, on se trouve dans une gamme de nombres de Reynolds (assez réduite pour des raisons expérimentales) de 2 à $2,8 \cdot 10^4$ (valeurs doubles de celles données dans l'article car le nombre de Reynolds défini dans la référence [2] est construit sur le *diamètre* de la sphère et non sur son rayon). Pour ces valeurs, le coefficient de traînée de la sphère est de l'ordre de 0,45. Donc, les deux valeurs de coefficient de traînée obtenues (0,7 et 0,76) pour les deux valeurs plus élevées de la vitesse sont d'une part plus proches l'une de l'autre, d'autre part plus proches de la valeur ci-dessus de 0,45 que la valeur obtenue (0,94) pour la vitesse la plus faible. Donc, contrairement à ce qu'indiquent les auteurs, le résultat expérimental s'écartant le plus de la valeur «attendue» est celui qui correspond à

$C = 0,94$. Cependant, de manière générale il est difficile de déterminer expérimentalement un coefficient de traînée à mieux que 10 % près (voire plus) sans moyens de mesure suffisamment adaptés, en rapport avec ceux mis en œuvre pour établir les valeurs indiquées sur la figure 2 : par exemple, comme le font remarquer les auteurs, la « mesure » de la vitesse avec le tube de Pitot « maison » (mais qui est une idée originale et intéressante, et qui montre bien le principe de cette mesure) est certainement entachée d'une « grande » imprécision (signalons à ce propos qu'il serait opportun de ne pas faire apparaître dans le tableau des mesures un nombre de décimales sans rapport avec la précision qu'on peut raisonnablement attendre de la mesure).

Signalons pour finir sur ce premier paragraphe qu'il existe d'autres moyens de visualisation d'écoulements dans les gaz que l'utilisation de la fumée de cigarette : par exemple, un fil métallique chauffé à l'aide d'un courant électrique sur lequel on dépose goutte à goutte de l'huile de paraffine est une bonne méthode, économique et facile à mettre en œuvre pour produire une fumée assez dense [3].

2.2. Paragraphe 2 de l'article

« Étude de régimes laminaires » (à intituler plutôt
« Étude d'écoulements pour lesquels la viscosité du fluide est dominante »)

Dans l'expérience de détermination de la viscosité à partir de la mesure de la vitesse de chute de billes dans un fluide visqueux, il faut prendre garde à ce que le diamètre du tube contenant le fluide soit suffisamment grand devant le diamètre de la bille. En effet, la correction dominante à apporter à la formule de Stokes dans le cas où le fluide baignant la bille ne s'étend pas à l'infini est du premier ordre vis-à-vis du rapport du diamètre de la particule à celui du tube. Dans le cas d'une particule sphérique de rayon R en mouvement à vitesse constante U le long de l'axe d'un tube cylindrique de rayon r_0 rempli d'un fluide de viscosité η , la force de résistance s'écrit, au premier ordre en R/r_0 [4] :

$$F = -6\pi \eta R U \left(1 + 2,1 \frac{R}{r_0} \right)$$

Le coefficient du terme correctif (ici de 2,1) dépend de la position de la sphère par rapport à l'axe du tube. On peut comprendre l'origine d'une correction au premier ordre de la manière suivante : la vitesse induite dans le fluide par la sphère en mouvement à vitesse U , à une distance r de son centre vaut :

$$u = \alpha U \frac{R}{r}$$

où α est un facteur numérique de l'ordre de l'unité, qui dépend de l'orientation entre \mathbf{r} et \mathbf{U} (figure 3(a)). Cet écoulement de vitesse \mathbf{u} induit par la sphère correspond physiquement à l'effet d'entraînement du fluide par la sphère. Si une paroi (paroi du cylindre par exemple) est à distance *finie* de la sphère, alors la condition de non glissement du fluide à la paroi impose à la vitesse d'être nulle en ce point. On peut considérer que, par rapport au cas sans paroi, tout se passe comme si la vitesse de la sphère devait être réduite de telle sorte que la vitesse à la paroi soit nulle, soit (figure 3(b)) :

$$U_{\text{sphère avec paroi}} = U_{\text{sphère sans paroi}} - \mathbf{u} = U - \alpha U \frac{R}{r_0} = U \left(1 - \alpha \frac{R}{r_0} \right)$$

La force de résistance est alors augmentée dans la même proportion qu'est diminuée la vitesse de la sphère, soit, au premier ordre en R/r_0 :

$$F = -6\pi \eta R \frac{U}{\left(1 - \alpha \frac{R}{r_0} \right)} \approx -6\pi \eta R U \left(1 + \alpha \frac{R}{r_0} \right)$$

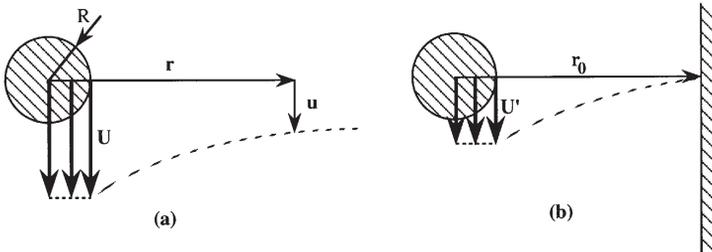


Figure 3

(a) Vitesse \mathbf{u} induite par une sphère en mouvement à vitesse constante \mathbf{U} dans un fluide au repos loin de la sphère. La perturbation de vitesse décroît avec la distance r au centre de la sphère comme $1/r$.

(b) Ralentissement de la sphère induit par la présence d'une paroi à une distance r_0 du centre de la sphère. La diminution de vitesse par rapport au cas sans paroi est proportionnelle au rapport R/r_0 .

Dans les expériences présentées dans l'article, le paramètre (R/r_0) varie entre 0,07 et 0,125, soit une correction sur la valeur théorique de la vitesse de l'ordre de 15 % à 25 % dans le cas où la sphère est sur l'axe du tube. Donc une erreur par excès sur l'évaluation de la viscosité du même ordre de grandeur, ce qui n'est pas négligeable, du moins avec le degré de précision que les auteurs semblent attendre de leurs mesures si l'on en juge par la discussion assez détaillée qui suit sur l'effet de la température.

Compte tenu de cette correction due au diamètre fini du tube, les valeurs corrigées de la viscosité η sont $\eta_{\text{calibre } 2} \approx 1,35 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ⁽³⁾ et $\eta_{\text{calibre } 9} \approx 1,11 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Ceci rapproche très nettement les deux séries de mesures présentées.

Pour que la comparaison entre ces deux valeurs ait un sens, il faut également tenir compte de la dépendance de la viscosité avec la température, qui est, comme très justement indiqué par les auteurs, une source de variation non négligeable de la viscosité ; à titre indicatif, la viscosité de l'eau et des liquides «simples» comme le glycérol a des variations relatives autour de la température ambiante de l'ordre de plusieurs pour-cent par degré. On obtient alors $\eta_{\text{calibre } 2} = 1,27 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, à comparer à $\eta_{\text{calibre } 9} = 1,11 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, ces deux valeurs étant ramenées à la même température de 21,4°C. Avec une incertitude sur les différentes mesures (que les auteurs auraient dû évaluer et qui est au minimum de 15 %), on constate que les intervalles de confiance de ces deux mesures se recouvrent largement.

Quant à la valeur «réelle» de la viscosité du glycérol (il s'agit d'une valeur tabulée, obtenue *expérimentalement* en laboratoire), les auteurs rapportent une valeur $\eta_{18,6^\circ\text{C}} = 1,69 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, valeur nettement supérieure à celle que nous avons trouvée dans la littérature : le «Handbook» [5] donne $\eta_{\text{glycérol pur à } 25^\circ\text{C}} = 0,934 \text{ Pa} \cdot \text{s}$. Par une modélisation exponentielle des variations de la viscosité avec la température et un ajustement avec les données expérimentales tabulées, on obtient $\eta_{\text{glycérol pur à } 21,4^\circ\text{C}} = 1,14 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ à comparer aux valeurs 1,27 Pa · s et 1,11 Pa · s trouvées par les auteurs, une fois ramenées à cette même température. Compte tenu d'une incertitude sur leur détermination expérimentale de l'ordre de 15 %, l'accord est tout à fait satisfaisant.

Au niveau des corrections à apporter aux valeurs mesurées, les auteurs citent également celle d'Oseen. Précisons que cette correction vise à prendre en compte les effets d'inertie du fluide qui sont totalement négligés dans les calculs qui conduisent à la formule de traînée (formule de Stokes) utilisée ici dans l'analyse du mouvement de la sphère dans le liquide. Mais dans le cas des expériences présentées, cette correction est de l'ordre de 2,5 % pour la première série de mesures et de 0,5 % pour la deuxième. Ces corrections sont donc tout à fait négligeables devant l'incertitude sur la détermination de la viscosité.

Dans le cadre de l'analyse des causes pouvant expliquer un écart entre les mesures de viscosité et les valeurs attendues, les auteurs citent enfin «les effets de bords (qui

(3) Dans l'article, l'unité de viscosité est omise dans le tableau, et indiquée en Poiseuille (symbole P1) dans le texte, unité «désuète» (bien qu'identique en valeur au Pascal-seconde) et qui a comme inconvénient majeur pour les élèves de ne pas faire apparaître explicitement le système d'unités utilisé.

prédominant et aboutissent à une surestimation de la viscosité» en ajoutant «un modèle simple prenant en compte la recirculation de la glycérine entre la bille et les parois ne l'explique pas...». Précisons un peu ceci : l'effet de «bords» dont parlent les auteurs est un effet dû à la présence d'une paroi *horizontale* à l'extrémité inférieure du tube. C'est cette paroi qui impose à du fluide de remonter dans le tube lorsque la bille descend par suite de la conservation du débit du fluide. Cet effet de ralentissement dû à ce contre-écoulement est donc lié au rapport de la section de la particule à celle du cylindre, donc au *carré* du rapport des rayons correspondants. Il s'agit donc d'une correction sur la vitesse de sédimentation, du *deuxième* ordre vis-à-vis du rapport du rayon de la particule à celui du tube. Elle est donc négligeable devant celle (du premier ordre) due à la proximité des parois *latérales* du tube et dont nous avons parlé plus haut.

2.3. A propos des références données dans l'article

Nous souhaitons enfin souligner que les références données dans l'article semblent quelque peu insuffisantes, voire peu adaptées ou peu utilisables pour certaines d'entre elles.

En effet, quelques références de base mais de niveau suffisamment avancé sur le sujet devraient être fournies au lecteur [2, 6, 7, 8, 9]. Précisons que l'un des auteurs de la présente note est coauteur de l'une de ces références, qui a précisément été écrite pour fournir des éléments de connaissance aux personnes intéressées par la mécanique des fluides et désirant s'y initier ou acquérir des connaissances complémentaires dans ce domaine, notamment dans le but de l'enseigner à l'occasion du renouvellement des programmes des Classes Préparatoires aux Grandes Écoles mis en place il y a maintenant trois ans.

En revanche, la référence [6] donnée dans l'article ne présente pas beaucoup d'intérêt s'il ne s'agit que de l'énoncé d'un sujet de concours (outre la difficulté à se procurer une telle référence par les moyens habituels). Sur ce point, il existe nombre de références traitant du problème de la masse ajoutée [2, 6, 7, 8, 9].

CONCLUSION

En résumé, nous voudrions souligner les points suivants :

- Ne pas associer «laminaire» avec «visqueux» d'une part, et «turbulent» avec «inertiel» d'autre part.

- Ne pas envisager de faire des mesures précises de viscosité avec un dispositif à chute de billes sans un contrôle suffisant des différents paramètres expérimentaux :
 - choix de la taille des billes en fonction du rayon du tube (comme indiqué plus haut, l'utilisation de billes de diamètre dix fois plus petit que celui du tube conduit à une erreur systématique sur la détermination de la viscosité de l'ordre de 20 %) ;
 - contrôle de la position des billes par rapport à l'axe du tube (une exploitation plus avancée de ce dispositif expérimental peut être d'étudier l'influence des parois sur la vitesse de sédimentation des billes, en rapprochant celles-ci des parois du tube) ;
 - contrôle de la température du fluide (comme nous l'avons mentionné plus haut, des variations relatives de viscosité de plusieurs centièmes par degré de température sont courantes pour les liquides usuels au voisinage de la température ambiante) ;
 - contrôle de la composition du fluide, lorsqu'il s'agit de mélanges ou de fluides absorbant facilement de l'eau (c'est le cas notamment du glycérol dont la viscosité diminue de moitié pour une proportion d'eau en masse de 4 % seulement).

Il apparaît cependant que les résultats des expériences sur les mesures de viscosité présentées dans l'article peuvent être analysés quantitativement plus loin que ce qui a été fait.

Si l'on est conscient de ces limitations, alors ce type d'expérience est un bon moyen de mise en évidence expérimentale de la viscosité, tel qu'il est proposé dans certains manuels de classes préparatoires [10, 11]. Cette expérience permet également *d'évaluer* la viscosité d'un liquide. Elle présente l'avantage, comme indiqué dans l'article, de ne pas être trop coûteuse dans sa mise en œuvre, d'être bien illustratrice du phénomène de frottement visqueux et enfin de se prêter à une exploitation quantitative pas trop complexe une fois donnée l'expression de la force de résistance sur une sphère.

REMERCIEMENTS

Nous voudrions terminer en remerciant les auteurs de l'article pour leur contribution à l'introduction de l'expérimentation auprès des élèves de Classes Préparatoires, en particulier en mécanique des fluides, domaine difficile de la physique pour lequel la tendance est grande de se laisser entraîner dans un formalisme excessif.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] N. ABRAHAM, L. ANDRÉ, J. MARTY, A. MARTIN et G. REQUIN : «Expériences de mécanique des fluides *SPE PC et PSI*», BUP n° 801, vol. **92**, pp. 329-334 (1998).
- [2] G.K. BATCHELOR : «An Introduction to Fluid Dynamics», Chapitre 5, p. 341 (Cambridge University Press, 1967).
- [3] Méthode indiquée par C. BAUDET, Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon.
- [4] J. HAPPEL et H. BRENNER : «Low Reynolds Number Hydrodynamics», Chapitre 7, p. 318 (Martinus Nijhoff, 1983)
- [5] Handbook of Chemistry and Physics, pp. 6-246 (CRC Press, 1995). Il semble que les valeurs de viscosité rapportées dans des éditions plus anciennes du Handbook étaient plus grandes : à partir d'une édition de 1979, nous obtenons :
 $\eta_{\text{glycérol pur à } 21,4^{\circ}\text{C}} = 1,3 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.
- [6] E. GUYON, J.-P. HULIN, L. PETIT : «Hydrodynamique Physique» (Interéditions-CNRS Éditions, 1994)
- [7] L.D. LANDAU et E.M. LIFSHITZ : «Fluid Mechanics» (Pergamon Press, 1987) (référence donnée dans l'article, mais incomplète).
- [8] I.R. RYHMING : «Dynamique des fluides» (Presses Polytechniques Romandes, 1991).
- [9] M. RIEUTORD : «Une introduction à la dynamique des fluides» (Masson, 1997).
- [10] H. GIÉ, J.-P. SARMANT : «Mécanique 2^e année» (Technique et Documentation, 1996).
- [11] D. MEIER, O. KEMPF : «Mécanique des fluides» (Masson, 1996).