Aux confins de la mécanique et de la thermodynamique à travers l'expérience de Rüchardt

par André DEIBER et Jean-Pierre SIMOND,
Lycée Fustel de Coulanges, Strasbourg
G.R.E.S.E.P Groupe de Recherche de l'IUFM d'Alsace
et de l'Université Louis Pasteur

RÉSUMÉ

L'expérience de RÜCHARDT permet de déterminer $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ *en analysant des oscillations mécaniques. En se situant aux confins de la mécanique et de la thermodynamique, elle présente de ce fait une grande richesse pédagogique largement sous estimée à notre sens. Et ce d'autant plus, que le suivi informatique de l'expérience permet de démonter totalement son mécanisme et donc d'aller beaucoup plus loin qu'une simple détermination de* γ*. C'est une situation pédagogique que l'on peut qualifier d'ouverte dans le sens où plusieurs hypothèses sont également plausibles a priori. La recherche du meilleur modèle possible pour l'expérience nécessite une démarche active de la part des élèves.*

1. EXPÉRIENCE DE RÜCHARDT

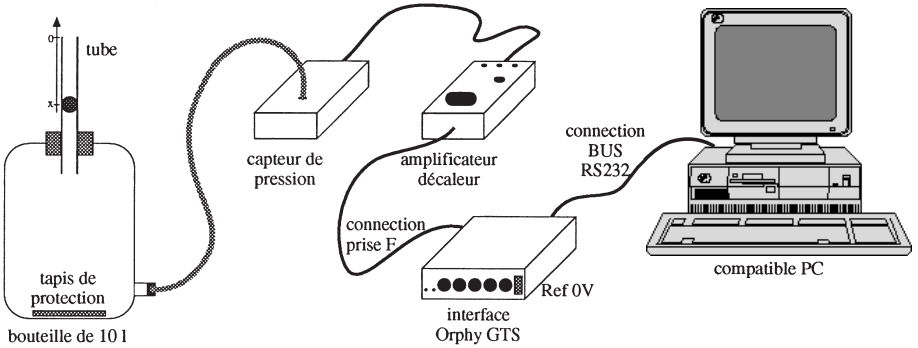
1.1. **Matériel**

L'expérience nécessite :

- Regressi ;
- Ordinateur ;
- Carte d'acquisition Orphy GTS ;
- Appareil Leybold pour l'expérience de Rüchardt ;
- Capteur de pression Micrelec 0-1,5 bar ;
- Ampli différentiel Micrelec ;

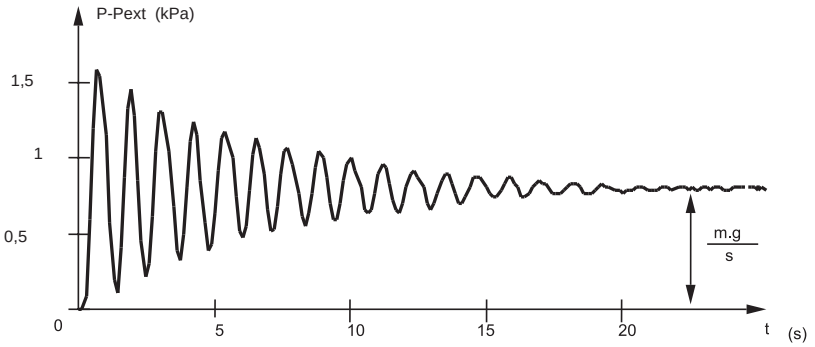
1.2. **Montage**

Une bille en fer peut coulisser dans un tube de verre calibré de diamètre égal à celui de la bille. Le tube est fixé sur un récipient de volume 10 L. La bille introduite au sommet du tube va effectuer des oscillations de grande amplitude (plusieurs décimètres).



Dans une première approximation, le gaz enfermé dans le récipient à paroi mobile va évoluer de manière adiabatique, ce qui permet de déterminer le rapport γ soit par mesure de la période (méthode de RÜCHARDT) soit par mesure de l'amplitude (Méthode de RINKEL).

Pour notre part, nous mesurons la pression à l'aide d'un capteur couplé à l'ordinateur via l'interface ORPHY-GTS, dans la perspective d'une analyse de l'évolution temporelle de l'expérience. Nous constatons que le signal est amorti et que l'on ne peut déterminer qu'une pseudo-période voisine de la période propre puisque le signal est faiblement amorti.



Courbe expérimentale P(t)

L'amplificateur différentiel permet de mesurer une tension proportionnelle à $P - P_0$.

Les variations de pression étant faibles ($\approx 10^3$ *Pa*), il est nécessaire d'amplifier pour avoir un signal suffisamment précis : La tension à la sortie est alors : $V_s = A\,(P - P_0)$. On utilisera les voies *EA2* ou *EA3*.

Avant chaque expérience, il faut nettoyer soigneusement le tube avec de l'acétone, pour éliminer toute poussière qui pourrait bloquer la bille.

Lorsque l'on lâche la bille, on observe des oscillations. La condition essentielle de l'exactitude de la détermination de γ est en premier lieu la mesure exacte de la durée des oscillations θ obtenue en mesurant la durée de plusieurs oscillations. Pour cela, on enregistre pendant 25 secondes.

2. MODÈLE SIMPLIFIÉ : DÉTERMINATION DE γ

Nous adopterons les notations suivantes, en n'abordant pas l'étude des incertitudes :

m = masse de la bille	= *16,6 g*
d = diamètre du tube	= *16 mm*
s = section du tube calibré	$= 2 \cdot 10^{-4}\ m^2$
S = surface latérale du système	$= 0{,}23\ m^2$
V_0 = volume avec le tube	= *10,14 L*
p_0 = pression atmosphérique	$= 10^5\ Pa$
p = pression régnant dans le flacon	
g = accélération de la pesanteur	$= 9{,}81\ m.s^{-2}$
C_p = capacité calorifique molaire à pression constante	$= \frac{7}{2} R$
C_v= capacité calorifique molaire à volume constant	$= \frac{5}{2} R$
n = quantité de matière	
$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	$= \frac{7}{5}$
T_0 = la température ambiante	= 293 K
T = la température à un instant donné du gaz situé dans le récipient	
x = la position de la bille à un instant donné $(x < 0)$	

La bille se trouve en équilibre quand la pression P régnant dans le flacon compense la pression atmosphérique et la pression produite par le poids de la bille :

$$p_e = p_0 + \frac{mg}{s} \tag{1}$$

Dans une situation hors équilibre, une force s'exerce sur la bille qui a une accélération $\frac{dx^2}{dt^2}$. On a donc, en appliquant la relation fondamentale, l'équation :

$$s\left(p - p_0\right) - mg = m\,\frac{d^2x}{dt^2} \tag{2}$$

D'un point de vue thermodynamique, le phénomène peut être considéré comme pratiquement quasistatique et adiabatique. On fera l'hypothèse que la loi de Laplace s'applique :

$$pV^{\gamma} = cte \tag{3}$$

Notons $\delta p = p - p_0$ et $\delta V = V - V_0$

Par différenciation, on obtient :

$$V^{\gamma}\, dp + p\gamma V^{(\gamma-1)}\, dV = 0 \tag{4}$$

d'où :

$$p - p_0 = \delta p \approx -\frac{\gamma P_0}{V_0}\,\delta V \tag{5}$$

car l'écart en pression est très faible.

Quand la bille se déplace de x dans le tube :

$$\delta V = V - V_0 = s\,x \leq 0$$

$$p - p_0 = \delta p = -\frac{\gamma x p_0\, s}{V_0} \tag{6}$$

il s'ensuit :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0} x = -g \tag{7}$$

Comme, $p - p_0 = -\frac{\gamma x p_0 s}{V_0}$, $p - p_0$ est proportionnel à x donc :

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + \frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0}\left(p - p_0 - \frac{mg}{s}\right) = 0 \tag{8}$$

On obtient par conséquent l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, dont on tire la pulsation :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0}} \tag{9}$$

et la période θ_0 des oscillations harmoniques exécutées par la bille :

$$\theta_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{mV_0}{\gamma p_0 s^2}} \tag{10}$$

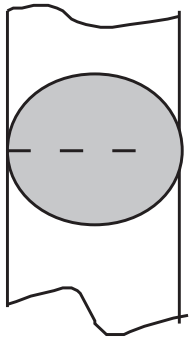
La pseudo-période vaut 1,12s, ce qui donne $\gamma = \frac{4\pi^2 mV_0}{s^2 p_0 \theta_0^2} = 1{,}3$. Dans le cadre de ce modèle, la période des oscillations de pression est égale à la période des oscillations de la bille (donc du volume). On peut être déçu de la valeur peu précise de γ, mais l'intérêt de cette expérience réside justement dans une analyse critique des sources d'erreurs, qui induit une réflexion physique centrée davantage sur l'expérience que sur son résultat.

Remarque : Quoiqu'étant un modèle non amorti, on conçoit aisément que la prise en compte d'un frottement fluide faible devrait aboutir à $x_e = -\frac{mgV_0}{\gamma s^2 p_0}$. L'application numérique donne – 28,5 cm en totale contradiction avec l'expérience. En plaçant une règle à côté du tube, on trouve en effet $x_e = -41\ cm$. Cette contradiction est normale car dans ce modèle, l'échange thermique est supposé nul, la température finale est donc différente de la valeur extérieure, ce qui est peu probable. On doit avoir à la fois l'équilibre thermique et mécanique.

3. TRANSFORMATION «RÉELLE» : ORIGINE DE L'AMORTISSEMENT

Le modèle étudié plus haut ne peut rendre compte de l'amortissement de la bille. Nous allons considérer différentes hypothèses complémentaires.

3.1. Existence de forces de frottements



Cette hypothèse est la première à venir à l'esprit. La forme de la fonction *p(t)* milite en faveur d'un amortissement fluide à introduire dans l'équation mécanique. Ceci est déjà surprenant dans la mesure où un frottement solide semblerait s'imposer pour un contact solide-solide. Toutefois, la surface de contact étant très faible (contact au niveau d'un diamètre), on peut le négliger pour un tube propre.

De plus, l'enveloppe des amortissements serait linéaire, ce qui n'est pas confirmé expérimentalement.

a) Analyse théorique

Nous allons considérer un amortissement du type visqueux : L'expérience montre qu'un corps solide en mouvement dans un fluide réel, c'est-à-dire présentant de la viscosité, subit de la part de ce fluide une force $f = -6\pi r\eta v$ où r est le rayon de la bille, η la viscosité (Formule de Stokes).

En écrivant la relation fondamentale et en tenant compte des approximations précédentes :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{6\pi r\eta}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0}x = -g$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\lambda\frac{dx}{dt} + \omega_0{}^2x = -g$$

On retrouve des oscillations du type pseudo-périodique qui semble compatible avec l'expérience. Toutefois, pour l'air, les tables donnent $\eta \approx 10^{-4}$ Pa.s et $2\lambda = \frac{6\pi r\eta}{m} = 9\cdot 10^{-4} s^{-1}$. Expérimentalement, on trouve $\lambda = 0{,}167 s^{-1}$: La viscosité du gaz ne saurait expliquer le résultat obtenu. De plus, il faut souligner que de toutes fa-

çons, ce mouvement ne correspond pas au domaine d'application de la relation de Stokes : le fluide ne s'écoule pas autour de la bille. On peut donc sensibiliser l'élève à l'existence d'un domaine d'application associé à une loi physique.

b) Analyse expérimentale

Des arguments physiques simples montrent que cette hypothèse débouche sur une impasse. En effet, les frottements constituent un phénomène local au niveau de la bille et du tube. La constante de temps de l'amortissement $\tau = \frac{1}{\lambda}$ qui en résulte devrait être indépendante du volume V_0. Comme le montre le tableau ci-dessous, ceci n'est pas vérifié par l'expérience. Le recours à une expérimentation complémentaire permet donc d'exclure les frottements, en tant que phénomène majeur dans l'expérience de Rüchardt.

Tableau comparant des paramètres expérimentaux de deux expériences

V_0 (l)	$S\,(cm^3)$	$\lambda\,(s^{-1})$	$\omega_0\,(rad.s^{-1})$	$\frac{\lambda V_0}{S}$	$V_0 \cdot {\omega_0}^2$
0,69	490	0,56	20,9	$7{,}8 \cdot 10^{-4}$	301
10	2300	0,17	5,59	$7{,}2 \cdot 10^{-4}$	312

Les deux grandeurs des deux dernières colonnes seront justifiées plus loin.

3.2. **Forces de viscosité dans le gaz**

Cette expérience est très proche de certaines situations idéalisées étudiées classiquement dans les manuels de thermodynamique. L'amortissement de la bille (ou du piston) est souvent attribué à des forces de viscosité qui produisent de l'entropie au sein du gaz. En oscillant, la bille va engendrer une onde sonore qui serait absorbée par le gaz. Ce dernier verrait sa température augmenter, au cours de l'amortissement de la bille. Il ne s'agit donc plus d'un phénomène de viscosité au niveau d'une surface solide mais bien de forces visqueuses internes au gaz. L'absorption du son due à la viscosité du gaz découle de l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho\,(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{grad}) \cdot \boldsymbol{v} = -\ \boldsymbol{grad}\,(p) + \eta\,\Delta\,v \qquad (1)$$

où v désigne le champ de vitesse du gaz, et de l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\, div\,(\boldsymbol{v}) = 0 \qquad (2)$$

(fluide incompressible)

En notant ρ_o, p_0 et v_0 les valeurs moyennes de ρ, p et v et ρ', p' et v' les écarts par rapport à ces moyennes, on obtient : $\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} = - \, grad\,(p') + \eta \, \Delta v'$ en négligeant les termes du second ordre

soit :

$$\rho_0 \frac{\partial \left(div\,(v') \right)}{\partial t} = - \, \Delta\,(p') + \eta \, div\,(\Delta v') \tag{3}$$

et :

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \, div\,(v') = 0 \tag{4}$$

Il en résulte :

$$- \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial \left(div(v') \right)}{\partial t} = - \, \Delta \, p' + \eta \, \Delta \left[- \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \right] \tag{5}$$

en notant que : $div(\Delta\, v) = \Delta \; div(v)$,

soit :

$$- \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = - \, \Delta \, p' - \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\partial \Delta \rho'}{\partial t}$$

Alors, les échanges thermiques avec l'extérieur étant nuls, $\gamma \; - \frac{\rho'}{\rho_0} = \frac{p'}{p_0}$

et :

$$\rho' = \frac{\rho_0 \, p'}{\gamma \; p_0}$$

soit :

$$- \frac{\rho_0}{\gamma \; p_0} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = - \, \Delta \, p' - \frac{\eta}{\rho_0} \frac{\rho_0}{\gamma \; p_0} \frac{\partial \Delta \rho'}{\partial t}$$

Posons $c^2 = \dfrac{\gamma\, p_0}{\rho_0}$ et $\dfrac{\eta}{c^2\,\rho_0} = \tau'$, homogène à un temps. c est la vitesse du son dans l'air à 293 K soit $c = 341\ m \cdot s^{-1}$.

Finalement, on obtient l'équation de propagation avec influence de la viscosité :

$$\Delta\, p' + \tau \frac{\partial \Delta\, \mathrm{p}'}{\partial \mathrm{t}} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0$$

En recherchant des solutions oscillantes du type $p' = p'_0\, e^{\left(i(kx - \omega t)\right)}$, on trouve :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(\frac{1}{1 - i\,\omega\,\tau'}\right) \text{avec } \tau' = \frac{\eta}{\rho_0\, c^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-10}$$

Aux très basses fréquences, on a :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 + i\,\omega\,\tau'\right) \text{ et } k = \frac{\omega}{c}\left(1 + i\frac{\omega\,\tau'}{2}\right) = \frac{\omega}{c} + i\frac{\eta\omega^2}{2\,\rho_0\, c^3}$$

L'onde sonore est donc amortie sur une échelle de temps de l'ordre de $\dfrac{\rho_0\, c^2}{\eta\,\omega^2} = \dfrac{1}{\omega^2\,\tau'}$. Comme la fréquence est de l'ordre du Hertz et $\eta = 10^{-4}\ Pa.s$, $\dfrac{\rho_0\, c^2}{\eta\omega^2} \approx 10^8 s$, on constate que les forces de viscosité ne peuvent expliquer l'amortissement de la bille. C'est donc l'hypothèse d'adiabaticité qui doit être remise en cause.

3.3. **Échanges thermiques au niveau de la paroi**

La conductivité thermique du verre est nettement supérieure à celle du gaz. Il est de même en ce qui concerne la capacité calorifique. Par ailleurs, l'évolution de la bille est assez lente pour que la pression et la température soient uniformes dans le gaz. En ce qui concerne la température il est délicat d'estimer la constante de temps des transferts thermiques interne aux gaz, vu les remous provoqués par le mouvement de la bille. L'hypothèse d'uniformité de T au sein du gaz est donc une hypothèse de base du modèle. On peut donc modéliser le récipient comme une source de chaleur à la température T_0 qui échange de l'énergie avec le gaz à la température T. Cet échange suit la loi de Newton $\delta Q = -\ hS\ (T - T_0)\, dt$ en notant que la différence de température reste faible. Prenons comme système, le gaz enfermé dans le récipient.

Le bilan mécanique reste le même :

$$s(p - p_0) - mg = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (1)$$

De plus, on a l'équation d'état : $p\,V = n\,R\,T$.

Comme les variations restent faibles, $\frac{p - p_0}{p_0} << 1; \frac{V - V_0}{V_0} << 1;$

et :

$$\frac{T - T_0}{T_0} << 1$$

alors :

$$\frac{p - p_0}{p_0} + \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{T - T_0}{T_0}$$

soit :

$$\frac{p - p_0}{p_0} + \frac{sx}{V_0} = \frac{T - T_0}{T_0} \qquad (2)$$

On suppose les transformations quasistatiques.

$$\delta Q = n C_p\, dT - V\, dp = -\, hS(T - T_0)\, dt \qquad (3)$$

De la relation (2) , $\frac{1}{p_0}\frac{d^2p}{dt^2} + \frac{1}{V_0}\frac{d^2T}{dt^2}\, car \frac{1}{V_0}\frac{d^2V}{dt^2} = \frac{s}{V_0}\frac{d^2x}{dt^2}$

De la relation (3) , $nC_p\frac{dT}{dt} - V_0\frac{dp}{dt} = -\, hS\,(T - T_0)$ si on se limite au premier ordre.

En dérivant, il vient : $\frac{d^2T}{dt^2} = \frac{V_0}{nC_p}\frac{d^2p}{dt^2} - \frac{hSV_0}{(nCp)^2}\frac{dp}{dt} + \frac{h^2S^2}{(nCp)^2}(T - T_0)$

De la relation fondamentale, $\frac{s}{V_0}\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{T_0}\frac{d^2T}{dt^2} - \frac{1}{p_0}\frac{d^2p}{dt^2} = \frac{s^2}{mV_0}(p - p_e)$

Il en résulte : $\frac{d^2p}{dt^2} + \frac{hS\,(\gamma - 1)}{nC_p}\,\frac{dp}{dt} + \left(\frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0}\right)(p - p_e) = \frac{h^2S^2}{nC_p\,V_0}\,(T - T_0)(\gamma - 1)$

On peut remarquer que les équilibres thermiques et mécaniques vont de pair :

$$(\forall t, p = p_e \quad \Rightarrow \quad T = T_0)$$

Alors, posons $\omega_0{}^2 = \frac{\gamma p_0 s^2}{mV_0}$ *et* $\lambda = \frac{hS\,T_0\,(\gamma - 1)^2}{2\gamma\,p_0 V_0} = \frac{hS\,(\gamma - 1)^2}{2\gamma\,nR}$

il vient :

$$\frac{d^2p}{dt^2} + 2\lambda\,\frac{dp}{dt} + \omega_0{}^2\,(p - p_e) = \frac{h^2S^2}{nC_p\,V_0}\,(T - T_0)$$

On voit que la prise en compte des échanges thermiques introduit un terme d'amortissement dans l'équation différentielle homogène que vérifie *p(t)*. Le second terme reste un terme correctif. Expérimentalement,

$$\lambda = 0{,}167\,s^{-1},\ S = 0{,}232\ m^2,\ T_0 = 293\ K,\ \gamma = 1{,}4$$

On trouve :

$$h \approx 43\ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$$

En pratique, ce cœfficient dépend fortement de l'agitation du gaz. On admet, que pour l'air peu agité en contact avec du verre, *h* est compris entre 6 et 30 $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$. La valeur déterminée expérimentalement est un bon ordre de grandeur.

Remarques :

* Ce modèle permet d'expliquer la dépendance du facteur d'amortissement avec le volume V_0.

* On aurait pu essayer d'intégrer l'équation de la mécanique :

$$\frac{d^2V}{dt^2} = \frac{(p - p_0)s - mg}{m}\,s$$

En effet, la fonction *p(t)* étant connue expérimentalement, une double intégration par rapport au temps devrait donner le volume. Il n'en est rien ! La raison de ce paradoxe réside dans l'équation d'état. Le volume est une fonction de 2 variables *p* et *T*. La dépendance temporelle de *v* s'écrit $V = g\left(p(t), T(t)\right)$ ce qui implique que :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial p}\frac{dp}{dt} + \frac{\partial V}{\partial p}\frac{dT}{dt}.$$

En conséquence, l'intégration temporelle *V* d'un des termes donne une information incomplète. On peut s'en convaincre de manière intuitive en considérant la bille lors du passage par la pression d'équilibre à la date *t*. Entre *t* et *t* + *dt* (avec $dt << \theta$), la force est pratiquement nulle, mais la température du gaz diffère de celle de la source. Les échanges thermiques entre *t* et *t* + *dt* vont induire une variation de vitesse de la bille à cette date, en dépit de la nullité de la force globale de pression.

Le système composite bille gaz associe un système totalement mécanique (la bille) à un autre sous-système (le gaz) possédant des propriétés thermodynamiques. C'est la relation position de la bille /volume du gaz qui réalise le couplage mathématique et qui introduit ce terme d'amortissement dont l'origine n'est pas mécanique (du moins pas en totalité).

4. ÉTUDE DE LA TEMPÉRATURE

On se propose de calculer la température du gaz, en se basant sur l'équation d'état du gaz parfait et sur l'équation thermodynamique (à l'exclusion de la relation entre *V* et *x*) :

$$\delta Q = nC_p\, dT - V\, dp = -hS\,(T - T_0)dt$$

ce qui donne :

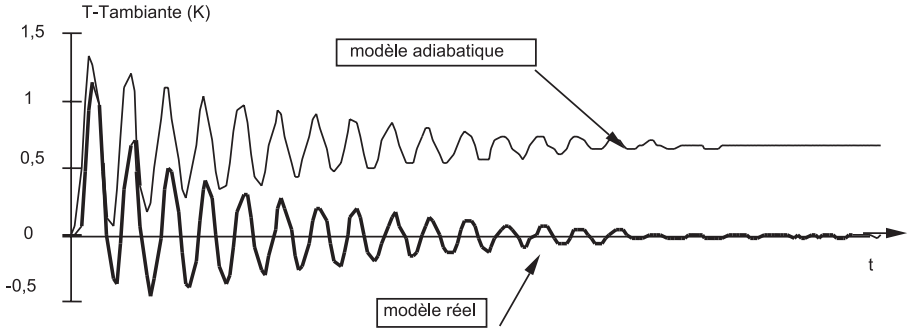
$$dT \approx \frac{R\,T_0}{C_0 P_0}\,dP - \frac{hS\,(T - T_0)}{n \cdot C_0}\,dt$$

En transformant, ce résultat sous forme de suite :

$$T_{n+1} = T_n + \frac{RT_0}{C_p\ P_0}\,(P_n - P_{n-1}) + \frac{hS}{nC_p}\,\Delta t\ (T_n - T_0)$$

où Δ t (avec $\Delta t << \theta$) représente le pas du calcul.

Les divers T_n calculés à l'aide d'un tableur classique (Excel5) donnent le graphe de la figure ci-dessus.



Comparaison des températures dans le cas réel et dans le cas adiabatique (résultat d'un calcul).

Ceci inspire plusieurs commentaires : Le gaz, après une perturbation de départ, se relaxe thermiquement vers la température ambiante avec des oscillations de faible amplitude. A certains instants, la température du gaz est inférieure à celle du vase. Mais l'écart moyen de température sur la durée de l'expérience est encore plus surprenant : moins d'un dixième de degré d'écart moyen sur la durée de l'expérience suffit pour amortir la bille.

Précisons encore qu'il s'agit là d'une grandeur calculée, et non mesurée. Il est clair qu'une mesure rapide et fiable d'une variation minime de température s'avère fort délicate.

A ce stade, on constate que l'ordinateur permet d'étayer une réflexion physique avec un minimum d'outils mathématiques. En particulier, on ne cherche pas à établir la sacro-sainte équation différentielle dont d'ailleurs, dans ce cas, la résolution ne pourrait être que numérique. C'est l'ordre de grandeur des paramètres qui importe et non la recherche d'une extrême précision.

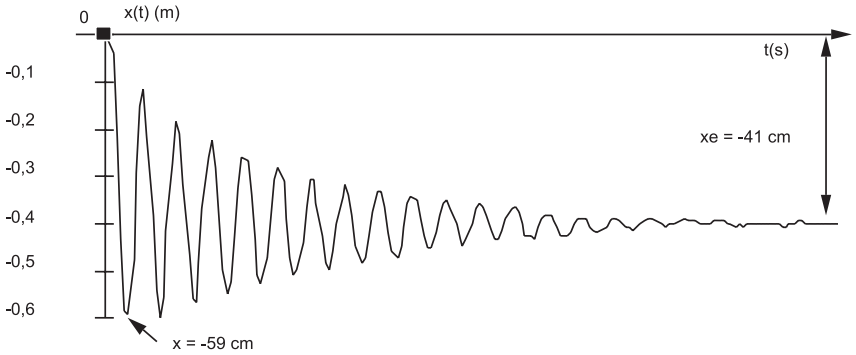
On peut enfin comparer au modèle adiabatique où la température finale est différente de la température ambiante, ce qui n'est pas possible. Au bout d'un temps très long, on doit avoir l'équilibre thermique.

5. RETOUR À L'EXPÉRIENCE : ÉTUDE DU VOLUME

L'équation d'état permet de calculer le volume

$$V(t) = V_0 \frac{p_0\, T(t)}{T_0\; p(t)} \text{ et } x(t) = \frac{V(t) - V_0}{s}$$

puis de comparer avec l'observation directe des deux positions extrêmes et de la position d'équilibre. On obtient un premier extremum à – 59,5 cm et la position d'équilibre à – 41 cm. La comparaison avec l'expérience est éloquente et valide l'ensemble des hypothèses de calcul retenue pour cette étude.



Évolution de la position

Notons que la position d'équilibre $x_e = -\,41\,cm$ nous montre deux choses. Cette valeur est en accord avec la loi de MARIOTTE car $T_{intérieur} = T_{ext}$. De plus, cet accord justifie la non prise en compte de fuites de gaz entre la bille et le tube. Nous avons donc là une occasion de montrer aux élèves, qu'un modèle théorique ne peut être validé qu'à travers des va-et-vient entre la théorie et l'expérience. De plus, un modèle doit permettre de prévoir le résultat d'autres expériences, comme c'est le cas pour l'évolution du volume dans cette expérience.

Remarques :

* La pression atmosphérique présente une influence non négligeable sur cette expérience. Une variation de plusieurs dizaines de millibar de la pression atmosphérique induit une variation de x_e supérieure au *cm*. Il faut relever la pression atmosphérique et la température le jour de l'expérience.

* On constate toutefois que pour un temps très long la bille continue très doucement à descendre dans le tube jusqu'au décrochement de la bille. En effet, l'ajustement de la bille au tube n'est pas parfait, il y a des fuites du gaz de la bouteille vers l'extérieur puisque la pression intérieure est plus élevée. Ce terme reste correctif et on l'a négligé.

6. **BILAN ÉNERGÉTIQUE**

Considérons le système formé par le gaz et la bille : on ne tient pas compte des fuites de gaz. Le système échange du travail de pression avec l'extérieur à la pression p_0 et de la chaleur à travers la paroi latérale : en écrivant le premier principe généralisé :

$$\Delta E = W + Q \ soit \ \Delta E_e + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

La variation d'énergie du système est :

$$\Delta E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + mgx + \frac{P_0 V_0}{(\gamma - 1) T_0} (T - T_0)$$

Le travail reçu est :

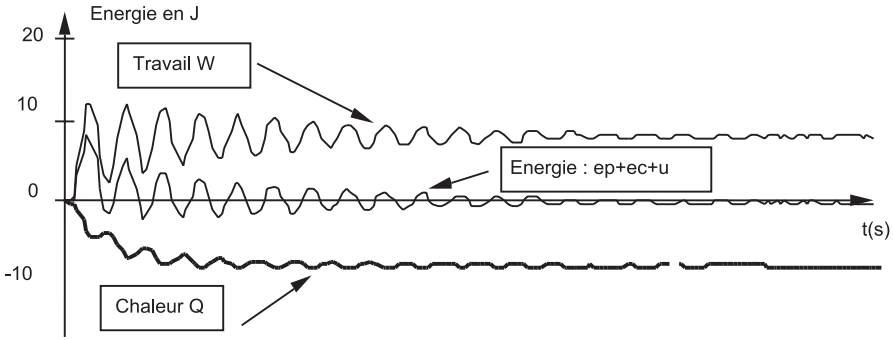
$$W = P_{ext} \ dV = - \ p_0 sx$$

La chaleur reçue est :

$$Q = \ - \int_0^t hS \ (T - T_0) \, dt$$

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + mgx + \frac{nR}{(\gamma - 1)} (T - T_0) = - \ p_0 sx - \int_0^t hS \ (T - T_0) \, dt$$

On doit vérifier la conservation de l'énergie, comme le montre le graphe de comparaison énergétique. A tout instant, $\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$



Remarque : Si le système est le gaz, le bilan énergétique est plus compliqué : la pression subie par le gaz n'est pas $p_0 + \frac{mg}{s}$ à cause de l'accélération de la bille.

Entre l'instant initial et final, il n'y a pas variation d'énergie cinétique ni de température :

$$\Delta E = mg x_e < 0 \quad \text{et} \quad W = - p_0 s x_e > 0$$

On peut noter que le terme ΔE est faible devant W.

$Q = \Delta E - W = (mg + p_0 s) x_e < 0$: le gaz cède de la chaleur à travers la paroi latérale.

Soulignons encore une fois que l'ensemble de cette étude pouvait être menée sans aucun calcul mathématique si ce n'est un traitement numérique simple à l'aide d'un tableur . En postulant l'équation thermodynamique :

$$\delta Q = nC_p \, dT - V dp = - hS (T - T_0) \, dt$$

ainsi que la conservation de l'énergie soit $Q = - W + \Delta E_p$ à la fin de l'expérience, on pouvait déterminer *h*.

Il suffit pour cela d'ajuster h de telle sorte que Q soit égale à la valeur calculée de $-W + \Delta E_p$ après avoir calculé les *Tn* par itération. Nous avons donc essayé de montrer tout au long de cet article la multiplicité des démarches possibles dans l'analyse de cette situation expérimentale.

7. **CONCLUSION**

Le traitement informatique des données expérimentales débouche souvent sur un situation paradoxale. Censé faciliter le travail des enseignants et des élèves lors de l'exploitation des courbes, il montre aussi les limites de nos hypothèses physiques de départ. En y regardant de près, dans certains cas, l'ordinateur pose plus de problème qu'il n'en résout. C'est dans ce domaine qu'il faudrait puiser notre inspiration pour construire des situations pédagogiques ouvertes. C'est la multiplicité des hypothèses réalistes et des démarches applicables qui permet d'approfondir la réflexion physique et de développer l'intuition. De surcroît, une utilisation raisonnable de l'ordinateur permet d'alléger considérablement l'aspect mathématique et donc de se focaliser sur des hypothèses physiques. Nous tenons vivement à remercier Monsieur l'Inspecteur Général Hubert GIÉ pour la relecture et ses suggestions théoriques.