

# La densité des lignes augmente-t-elle avec le champ ?

par Fatou GAYÉ  
École Normale Supérieure - Bamako - Mali

---

## RÉSUMÉ

*Dans cet article, on examine d'un point de vue critique les diagrammes utilisant des lignes de force. Plusieurs représentations sont proposées pour introduire de manière imagée la physique des champs. L'enseignant utilise couramment la «propriété» que les lignes sont d'autant plus serrées que la norme du champ est grande. Mais, sauf dans quelques cas très particuliers, cette condition est impossible à respecter.*

## INTRODUCTION

Tous les étudiants ne succombent pas également au charme des belles équations. On cite le cas d'un physicien, à qui je dois l'inspiration de cet article, qui rêvait que les lois s'expriment «en langage commun de manière tout aussi complète, claire et définitive que dans des formules mathématiques [1]». Mon expérience des dernières années suggère que certaines équations électrodynamiques rébarbatives outrageusement traduites dans les hiéroglyphes d'une analyse vectorielle hermétique contribuent à ternir l'image de leur auteur dans la mémoire hésitante de nombreux étudiants de DEUG. Quant à ceux que la nature a dotés de ce fidèle outil, son potentiel, érodé ou absorbé par l'austère assimilation du métalangage, ne leur donne pas la «force» nécessaire pour aborder la physique. On oublie parfois que le responsable [2] de ces équations n'a pas négligé de les illustrer par de beaux schémas [3, 13] de «lignes de force» - tracées à la main - que je n'ai pas la prétention d'égalier sur la Figure 7.

Autrefois, les moyens étaient autres, et l'étudiante curieuse que je fus s'émerveilla devant le dessin facétieux des spectres magnétiques. À présent, la mode est à la simulation ; l'enseignante paresseuse que je suis ne peut résister à l'attrait de la réalité virtuelle.

Cela m'a réservé quelques surprises. Je me permets de vous les conter sous une forme imagée, vous priant de m'excuser pour les métaphores - peu audacieuses - extérieures à la pensée scientifique. J'espère que celles-ci, après cet avertissement, pourront

rester innocentes : le lecteur compréhensif admettra que l'éveil d'une Science africaine s'accompagne d'une part de mystique.

## CHAMP DE FARCES

Comment s'étaient-ils rencontrés ? Au hasard du chemin. À quelle tribu appartenaient-ils ? Que vous importe ? Comment s'appelaient-ils ? Ils auraient pu s'appeler Ngolo, Bayiri, Tieman ou Karounga, mais pour vous ils seront simplement Jacques et son maître<sup>1</sup>. Que cherchaient-ils dans le Sahel, où allaient-ils ? Lecteur, à vous parler franchement, ils allaient je ne sais où chercher je ne sais quoi. Le maître ne disait rien et Jacques disait que son Griot [4] disait que la vie est une ligne tracée par la Parole<sup>2</sup>, comme une ligne de force sur un diagramme de potentiel.

**Le maître.** - C'est une belle Parole que cela.

**Jacques.** - Il disait aussi que toute découverte était gérée par des lois et des théorèmes scientifiques dont l'assimilation est gage de sagesse.

**Le maître.** - Combien raisonnable est ce précepte !

Je dois vous présenter encore le personnage principal, qui est l'âne de Jacques. Il le tenait d'un vieux dioula nommé SORIBA<sup>3</sup>, qui s'en était défait pour une poignée de dollars, parce qu'il s'abreuvait d'hydromel. Certes le baudet était capricieux, mais Jacques, qui se munissait toujours d'une petite calebasse de miel, le tenait en haute estime, prétendant que ce sage mammifère le conduisait invariablement vers la source la plus proche. Son usage était de le laisser aller à sa fantaisie ; car il trouvait autant d'inconvénients à l'arrêter quand il galopait qu'à le presser quand il marchait autrement. Nous croyons conduire la Parole, mais c'est elle qui nous mène.

Comme ils sont partis fort tard de Bouctoubon, la chaleur les surprend au milieu du désert et les voilà fourvoyés.

**Le maître.** - Jacques, tu es un mauvais guide, nous sommes perdus.

**Jacques.** - Que mon bon maître ne s'inquiète pas, c'était dicté par la Parole, et nous n'y pouvons rien changer. Interrogeons la gourde. (*Celle-ci est, hélas, presque vide...*)

1 Le lecteur reconnaîtra là une allusion à une œuvre classique du siècle des Lumières.

2 Scientifique, cela va de soi.

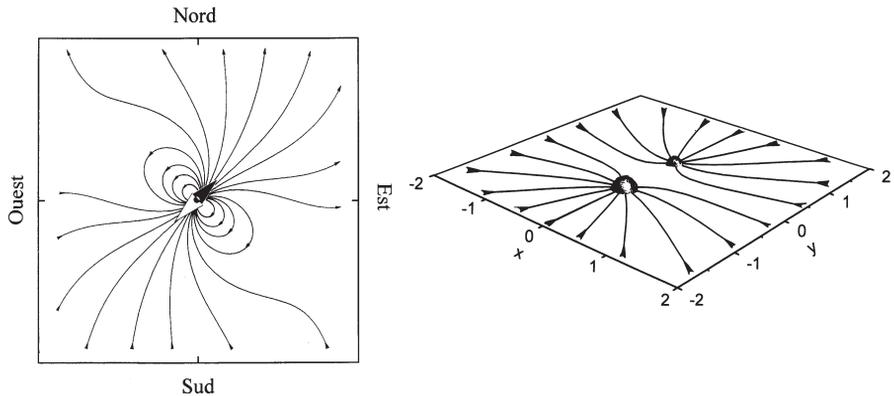
3 A.H.BÂ, L'étrange destin de Wangrin (Ed. Union générale d'éditions Paris 1973).

**Le maître.** - Si nous trouvions au moins une boussole «dans ces sables d'Afrique, on n'oserait dire sérieusement que le hasard l'a formée dans ces lieux déserts<sup>4</sup>».

A ces mots historiques l'âne s'arrête, lâche une pétarade et refuse de continuer en piaffant sur le sol.

**Jacques.** - Cet animal hydromérophile a encore trouvé un puits. Creusons.

Écartant les ossements de quelque explorateur égaré, Jacques découvre une boussole (Figure 1 à gauche) et une carte de la région qui aurait pu être utile. Mais l'animal affamé dévore le document avec appétit, avalant la boussole par la même occasion. Puis il engloutit le reste de l'eau avec le miel.



**Figure 1** - A Gauche : champ magnétique créé par la Terre et une aiguille aimantée orientée à  $45^\circ$  de la direction sud - nord. Les lignes de force tendent à ramener l'aiguille vers le sud magnétique. A droite : les lignes de force entre deux corps gravitationnels. Dans le plan de symétrie, 9 lignes d'un côté et 11 créées par deux masses dans le rapport  $(9/11)^2$ .

**Le maître.** - Tu vas encore me dire que...

**Jacques.** - ...la Parole décide que nous allons mourir de soif. En attendant qu'Elle nous guide vers le prochain puits, laissez-moi vous conter les amours de Flavio et Angela [5].

Il est dit, lecteur, que vous ne connaîtrez pas la fin de cette histoire, car l'âne, comme attiré par les lignes de force de la boussole les mène tout droit en vue de la

4 Boussole  $\Rightarrow$  Montre. Allusion à la célèbre citation de François DE SALIGNAC DE LA MOTHE FÉNELON.

chaîne des puits dont le plus haut, le fameux «Jafai-Mouilla» est connu pour être encore en activité.

**Jacques.** - Badouah <sup>5</sup> ! Nous sommes sauvés. Cet âne est vraiment capable de distinguer les larmes d'un crocodile des gouttes de l'eau dans laquelle il nage <sup>6</sup> !

L'animal tête s'élançait déjà et se met à grimper à toutes jambes. Arrivé à mi-hauteur il disparaît brutalement à *travers* le volcan.

**Le maître.** - Jacques, as-tu vu ?

**Jacques.** - Où croyez-vous qu'il soit allé ?

**Le maître.** - Tu ne vas pas me dire qu'il est dans le puits [6] ?

**Jacques.** - La Parole «nous fait connaître que tout ce qui est incroyable n'est pas faux <sup>7</sup>». Écoutez plutôt à l'intérieur...

On entend au fond des chocs sourds. Jacques et son maître escaladent la crête de GAMOW. Hélas, le puits est vide ! Dans le cratère, à l'emplacement du marigot desséché, le baudet court en tous sens. Il se jette obstinément contre les parois abruptes au risque de se rompre les os. Ils essaient en vain de l'extraire. Au bout d'un nombre incalculable d'essais, l'animal disparaît d'un coup comme aspiré par le mur rocheux, et on le voit derechef galoper dans le désert.

**Le maître.** - Ton âne hydroméophile s'est enfui. Nous sommes bien avancés...

**Jacques.** - Nous n'y pouvons rien, tout est déterminé à l'avance par la Parole. Voyez cette pierre qui roule. «Elle ne se meut point, elle est mue ; elle n'agit en rien, elle est seulement agie, s'il m'est permis de parler de la sorte <sup>8</sup>».

**Le maître.** - Quel diable d'homme es-tu !

---

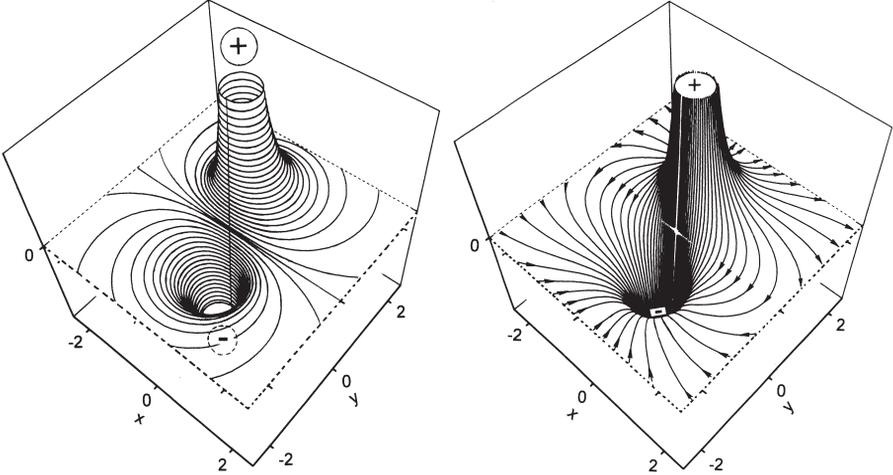
5 Exclamation locale marquant l'enthousiasme.

6 Proverbe bambara.

7 La Parole ⇒ La Science. Inspiré d'une célèbre citation de J.F.P. DE GONDI, Cardinal de Retz.

8 FÉNELON.

Jacques croyait qu'un homme s'acheminait aussi nécessairement à la gloire ou l'ignominie qu'une charge «qui aurait la conscience d'elle-même suit la pente d'une montagne<sup>9</sup>» (Figure 2)



**Figure 2** - Représentation d'un écoulement potentiel stationnaire d'un fluide d'une source vers un puits. A gauche, équipotentiels des vitesses. A droite, les lignes de courant (ou de force) représentées à trois dimensions, le potentiel étant la cote. Dans le cas d'un écoulement stationnaire, ces lignes coïncident avec les trajectoires des particules de fluide.

**Le maître.** - Quand connaîtrai-je la suite des amours de Flavio et Angela ?

**Jacques.** - Il était dit que le pouvoir de l'aimant ferait merveille. Alors que leur appartenance à des castes différentes semblait les séparer sans espoir, l'amoureux marqueteur tira ses lignes de force<sup>10</sup> (Figure 1) de la petite pierre noire : il se mit à creuser frénétiquement un bloc de buis et...

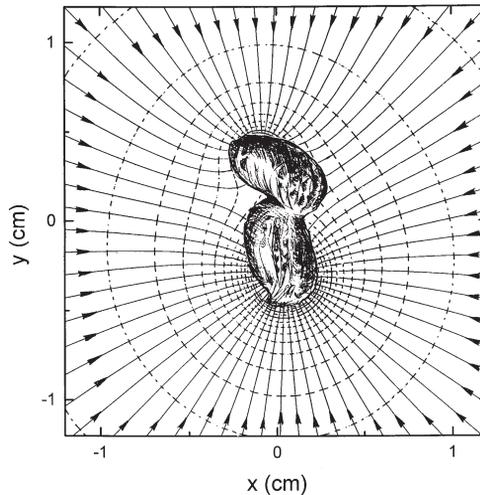
Mais Jacques s'interrompt : son maître dort debout. Le soir tombe, il urge de trouver un gîte.

<sup>9</sup> D. DIDEROT, Jacques le fataliste.

<sup>10</sup> A.H.BÂ sur les «portes du corps» et les lignes de force correspondantes. Selon la Tradition, les lignes de force jouent un rôle considérable dans la vie. La femme est supérieure à l'homme car elle possède onze lignes de force, alors que l'homme n'en possède que neuf. A.H.BÂ, Petit bodiel et autres contes de la savane (Ed. Stock Paris 1994).

Un braiment joyeux dans le lointain attire leur attention vers une falaise qu'ils reconnaissent comme celle de Diagamamba. Là, attablé devant un canari d'hydromel, maître baudet se rafraîchit bruyamment. Jacques et son maître sont respectueusement introduits dans la case de passage, puis rendent visite à leur hôte. Celui-ci, fort cérémonieux et très digne, siège à l'écart dans une salle de terre battue. À cette allure singulière, Jacques déchiffre le vieux sage Micromégotemméli, grand spécialiste de biorthophysico-théosochimilophie.

Celui-ci décide d'initier le maître de Jacques à la nouvelle cosmolonigologie<sup>11</sup> qu'il a acquise par une observation scientifique méticuleuse de la graine du sorgho femelle, reprojctée sur Sirius C, étoile encore méconnue des astronomes [7]. Analysant le radiosignal reçu de l'onde spatiale «Proximimum» déviée de  $0,00002^\circ$ , il trace sur le sable les lignes de forces de KK8, un micro-astéroïde [8] de première importance pour l'humanité. Il contiendrait les restes probables de la glande pituitaire du Nommo sacrifié. Le Savant démontre au maître de Jacques étonné la présence de vacuités dans sa masse (Figure 3).



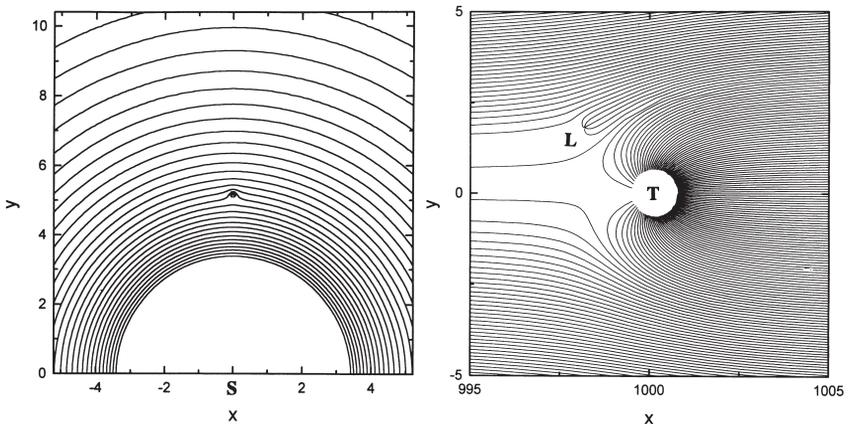
**Figure 3** - En observant attentivement les lignes, on imagine si l'intérieur de l'astéroïde KK8 est plein ou vide. Les équipotentielles sont représentées en pointillés.

11 Terme utilisé par le grand VOLTAIRE dans *Candide*, à qui je me suis permis de faire un large emprunt (Micromégas).

Selon les dernières prévisions astrales, le potentiel de Jupiter (Figure 4 à gauche) prouve que les hommes sont de simples mites scientifiques se traînant sur un tas de boue ridicule dont on fait le tour en moins d'une heure et demie. D'ailleurs notre termythière n'échappe pas à l'universalité écrasante des lois cosmologologiques : ainsi la loi des déserts<sup>12</sup> fait qu'on tourne indéfiniment autour des puys sans jamais les atteindre. Il faut savoir vaincre les forces occultes de l'inertie pour suivre scrupuleusement une ligne qui, dit-il, conduit directement au fond (Figure 2). Après une nuit fort agitée, glorieusement illuminée par Kalo, le placenta céleste dont Ogo nous a gratifiés, Jacques et son maître repartent avant le jour, suivant inéluctablement la ligne de force guidant leurs destinées.

**Le maître.** - Où en étions-nous des amours de Flavio et Angela ?

**Jacques.** - Laissez-moi d'abord vous conter comment la Lune trompe le Soleil. Après treize jours de mariage, la Lune fait la «kalomina<sup>13</sup>» et s'éclipse, profitant d'une absence de son mari pour rendre visite à ses sept amants.



**Figure 4** - A gauche : équipotentiels du Soleil (S) perturbés par Jupiter. Les distances dans le plan de l'écliptique sont en unités astronomiques. Jupiter, c'est le petit «bouton» vers le milieu de la figure. La Terre est trop légère être visible. A droite : lignes de champ du Soleil, de la Terre et de la Lune en millièmes d'unités astronomiques. La Lune est représentée juste avant qu'elle ne rejoigne le «col» gravitationnel entre la Terre et le Soleil.

12 des aires...

13 Origine légendaire de l'éclipse. A.H.BA Petit bodiel...op.cit.

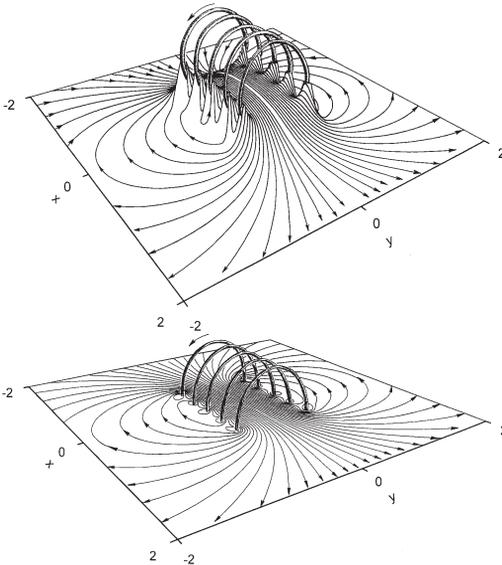
Jacques dessine sur le sable les lignes de force entre le Soleil, la Terre et la Lune (Figure 4 à droite).

**Jacques.** - Le Soleil jaloux entre dans une grande colère, mais la Terre s'interpose. La Lune essaie de revenir et croise le chemin de la Lumière. Cette position déclenche sur la Terre une obscurité dont tout laisse à penser qu'elle sera éternelle. Les hommes, envahis par la panique tentent de détourner l'attention du Soleil par un comportement ridicule <sup>14</sup>. Le temps d'un éclat de rire, distrait, celui-ci restitue une petite ligne de Lumière qui permet à la Lune de regagner incognito le domicile...

**Le maître.** - Si j'ai bien compris ton schéma et l'initiation du sage Micromégotemméli, il semble que la Lune quitte définitivement la Terre et passe par dessus le col séparant les pays de gravitation de la Terre et du Soleil.

**Jacques.** - Mon maître, si vous m'interrompez, je ne parle plus !

**Le maître.** - Je t'écoute, je t'écoute ; continue.



**Figure 5** - En bas, simulation du spectre magnétique de cinq spires identiques. Les lignes sont plus resserrées là où le champ est le plus grand. En haut une vue imaginaire de l'«écoulement» du flux magnétique. Comme les lignes sont fermées, tout ce qui sort par une extrémité du tuyau est aspiré par l'autre.

Pendant que Jacques conte l'histoire des amours de la Lune et du Soleil, à moins que ce ne soit ceux de nos amants amalfitains, peu importe, l'âne dirige ses pas vers une espèce de tuyau <sup>15</sup>d'où sort un jet puissant (Figure 5).

14 Ils tapent comme des fous sur des kabédé et chantent sans arrêt : «Didro ye encyclo mina / Voltèrè ye don min fo ..».

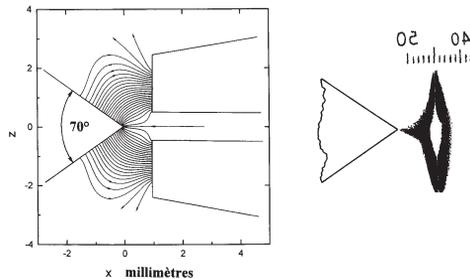
15 Tuyau  $\Rightarrow \sigma\omega\lambda\eta\nu$ .

**Jacques.** - Cet animal hydromérophile vient encore de découvrir une source ! Il fallait que cela fût, car cela était dicté par la Parole. Mais remplissons vite nos gourdes à cette fontaine qui tombe à pic.

Hélas leurs tentatives de rompre le flux s'avèrent vaines : le jet sortant par une extrémité du tuyau s'obstine à remonter par l'autre. Les malheureux repartent assoiffés tandis que l'âne passe son chemin imperturbable.

**Le maître.** - As-tu remarqué, on aurait dit que ton âne *savait* que cette fontaine était un *perpetuum mobile*. Il ne s'est même pas arrêté et n'a pas même cherché à boire.

C'est alors que, consultant son baudet, Jacques constate qu'il s'affole en oscillant dans toutes les directions, puis se précipite *illico* dans une mystérieuse caverne. Il est dit que nos voyageurs devaient s'y introduire et découvrir un spectacle insolite. Deux prêtres étranges [9] officient dans un silence mortel autour de deux bobines fumantes dans lesquelles s'engouffre en tourbillonnant un courant électrique brûlant recouvert d'un jet d'eau froide. Au cœur de l'autel, le champ sacrificiel chargé de symbole : la lame acérée d'un minuscule couteau pointe vers une fente où n'entrerait même pas un grain de fonio. Vont-ils enfin percer l'énigme du jet d'argent magnétisé plus fin qu'un fil d'araignée ? Et qui sont ces hommes demandez-vous ? Sorciers ou dieux, ingénus ou aborigènes, disciples de SCHADRACH, de MESCHECH ou d' ABDENEGO, ou simplement les représentants locaux de MAA NGALA, la Puissance Supérieure ? Vous n'en saurez rien. Ils observent avec grand intérêt une lamelle de verre tout à fait transparente : la goutte d'argent est bien tranchée en deux, mais *dans l'autre sens* (Figure 6) !



**Figure 6** - Illustration de l'expérience de Otto STERN et Walter GERLACH en 1921 pour mesurer le moment magnétique des atomes d'argent (voir photo 3 de la page 350 référence [9]). La figure représente une coupe transversale de l'entrefer de l'électro aimant : le pôle sud est un prisme de 3 cm de haut et d'angle au sommet  $70^\circ$ , le pôle Nord qui lui fait face présente deux armatures séparées par une gorge. A gauche : aspect des lignes de champ dans l'entrefer montrant l'inhomogénéité du champ magnétique. A droite : le jet d'atomes envoyé parallèlement à l'arête, à une fraction de mm de celle-ci se sépare en deux faisceaux d'autant mieux que le champ est plus inhomogène. On a représenté l'image agrandie de l'impact du jet après traversée des 3 cm de champ.

Que signifie cet oracle divin ? Je sais, lecteur, que vous aurez la patience d'attendre quatre longues années la révélation sacrée du *spin*. L'âne, tout joyeux et fort attentionné, s'empresse autour des deux hommes, leur fait fête, mille caresses et démonstrations d'amitié. Avec véhémence il exprime - dans son langage commun, de manière complète et claire - sa compréhension, ses incertitudes et ses critiques, comme s'il leur était indissolublement lié depuis longtemps par l'union sacrée d'une *sanankounya*. Vous ne demandez pas pourquoi Jacques n'a pas été étonné, et pourquoi il n'a pas dit qu'il n'y a aucun fait qui ne soit accompagné de quelques phénomènes.

**Le maître.** - Je ne comprends vraiment pas les tourbillons de cet étrange animal sur la place !

**Jacques.** - J'en suis tout ébaubi, c'est dégradant. La Parole nous enseigne que la divergence de ce baudet mène à bla<sup>16</sup>.

Mais la Parole se trompe, car *l'âne est physicien* : magnétisé, il atteint enfin l'extrémité de sa ligne de champ.

## CONCLUSION

Deux critères sont usuellement retenus (voir leur formulation dans [11, 15]) :

**Propriétés :** *Sur un diagramme de lignes de force.*

- *la direction du champ est tangente à la ligne de force,*
- *l'intensité du champ est proportionnelle au nombre de lignes traversant une surface unitaire normale au champ (densité).*

Le premier critère est incontestablement un excellent moyen de déterminer la direction de la force. On l'illustre par une métaphore faisant appel à la cartographie orographique : le champ «suit» la ligne de plus grande pente (noter les idées de James CLERK MAXWELL à ce sujet [10]). La direction ne donne aucune information sur l'intensité du champ d'où le deuxième critère, communément appelé «foisonnement des lignes de champ». En électrostatique les charges positives sont les sources et les charges négatives les puits. Il est clair que la gravitation ne présente pas de sources ailleurs qu'à l'infini !

<sup>16</sup>  $\vec{\nabla}$

Pour des systèmes présentant au moins un plan de symétrie (champ plan), une représentation «à trois dimensions» est utile (Figure 2), à condition de faire figurer les lignes de force ou à la rigueur les équipotentielles lorsqu'elles existent. Il faut prendre garde que *dans le plan de symétrie*, le nombre des lignes aboutissant à une charge soit bien proportionnel au *carré* de celle-ci.

Il est clair que l'utilisation d'un nombre réduit de lignes rend impossible une application exacte du critère de densité, puisqu'une petite surface peut fort bien n'être traversée par aucune ligne, alors que le champ n'y est pas égal à zéro. Il suffit de multiplier le nombre des lignes.

La principale difficulté est autre et d'ordre fondamental : le critère de densité lui-même *ne peut pas* être satisfait dans le cas général. Un bref rappel de quelques notions de base [12] s'impose. Le critère de densité sera satisfait *si*, pour un champ plan  $\vec{E}(x, y)$  il existe une *représentation conforme*, ou *potentiel complexe* du type

$$V(x, y) + i\Phi(x, y)$$

où  $V(x, y)$  est le potentiel scalaire associé au champ :

$$\vec{E}(x, y) = -\vec{\nabla}V(x, y)$$

et  $\Phi(x, y)$  le «flux» tel que :

$$\vec{E}(x, y) = -\vec{\nabla} \wedge \left( \Phi(x, y) \vec{k} \right)$$

où  $\vec{k}$  est le vecteur unitaire perpendiculaire au plan. Le tracé des équipotentielles et des lignes se ramène à un quadrillage orthogonal du plan, que l'on projette par la transformation conforme :

**Théorème :** *Pour qu'un diagramme de lignes de force 2D satisfasse globalement au critère de densité de lignes, il faut et il suffit que le champ soit conservatif et que son flux soit conservatif.*

Un dipôle (électrique ponctuel<sup>17</sup> ou magnétique) satisfait à ces deux conditions et conduit à la représentation conforme connue

<sup>17</sup> On prend pour simplifier un moment unité et on travaille dans le système de K.GAUSS.

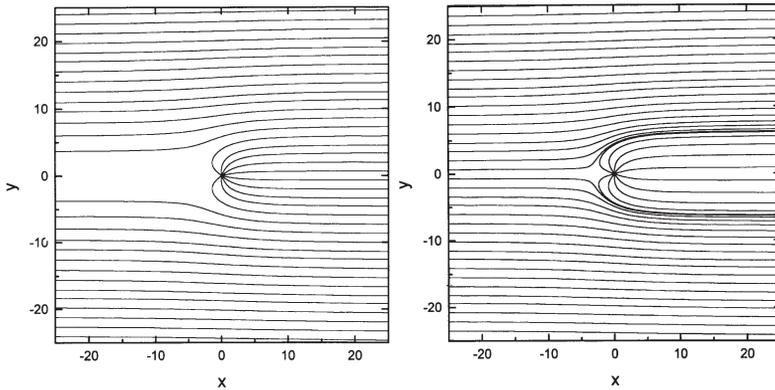
$$x + iy \Rightarrow V(x, y) + i\Phi(x, y) = \frac{1}{x + iy}$$

Les équipotentielles sont  $V(x, y) = Cste$  et les lignes «équiflux» (lignes de force) sont  $\Phi(x, y) = Cste$

avec :

$$\begin{cases} V = \frac{x}{x^2 + y^2} \\ \Phi = \frac{y}{x^2 + y^2} \end{cases}$$

L'exemple s'étend à tout ensemble de multipôles ponctuels : on peut toujours tracer *sur tout le plan* les lignes de force *complètes*. Elles apparaîtront aussi resserrées que l'exige le critère de densité. Au contraire, une telle représentation n'est possible que *localement* dans le cas général d'un champ non conservatif ou à flux non conservatif.



**Figure 7** - Cas d'une charge dans un champ homogène : deux tentatives infructueuses pour respecter le critère de «foisonnement» des lignes de forces, tout en maintenant l'intégralité des lignes. (Les sens ne sont pas indiqués). A gauche, on part d'un champ homogène pour  $x \rightarrow +\infty$  : alors le critère de densité n'est plus vérifié autour de la charge et pour  $x \rightarrow -\infty$ . A droite, on part d'une répartition homogène des lignes pour  $x \rightarrow -\infty$  et d'une répartition radiale sphérique à proximité immédiate de la charge : le critère de densité n'est plus vérifié pour  $x \rightarrow +\infty$ .

La figure 7 présente deux essais de tracé de lignes de force autour d'une charge placée dans un champ électrique homogène (ou, ce qui revient au même, un courant rectiligne

dans un champ magnétique homogène). Le champ électrique est conservatif, mais son flux ne l'est pas autour de la charge. La construction ne peut répondre à la fois aux trois conditions :

- à l'infini «en amont» du champ, celui-ci doit être homogène,
- à l'infini «en aval» le champ est encore homogène,
- très près de la charge, la répartition des lignes est radiale.

*Tous les diagrammes présentés dans ce document sont faux !*

Ce problème est «éludé» dans beaucoup de manuels de physique. Cela s'explique peut-être par la volonté de focaliser l'attention sur l'expression analytique et mathématique de la ligne de force. L'illustration doit être à la fois commode et exacte : ce n'est possible qu'en utilisant une sorte de «patchwork» satisfaisant *localement* au critère de densité. Les lignes de force doivent être segmentées [14, 15], tout comme les diagrammes que la nature trace si adroitement en nous révélant les spectres magnétiques ou électriques. Si la ligne n'est pas toujours *intégralement* tracée, la Parole du Maître reste entière : ... pourquoi se priver «... d'une aide des plus précieuses [...telle que...] l'emploi de la limaille de fer. Grâce à elle, [...on...] peut rendre immédiatement visible, [...] tracer les lignes de force [...et...] déterminer les points neutres [17]...»

## EN FAUCHANT

**Figure 1** : A gauche. Superposition de deux diagrammes des lignes «fermées» et «ouvertes», l'ensemble étant trafiqué pour être «crédible». Ce schéma met en évidence l'action de l'aiguille aimantée sur le champ magnétique terrestre. Lorsque l'aiguille est inclinée, le couple et les forces tendent à créer une situation où le maximum de lignes de force traversent le dipôle. Lorsqu'on diminue l'angle, les lignes «fermées» s'«ouvrent» les unes après les autres. A droite. Simulation d'un spectre électrique, vu en perspective. *Dans l'espace* le nombre de lignes atteignant une charge doit être proportionnel à celle-ci. *En projection* sur le plan de symétrie, si l'on veut respecter le critère de densité, le nombre de lignes atteignant une charge est proportionnelle à la *racine carrée* de celle-ci ! Je me suis aperçue que mes étudiants avaient beaucoup de difficultés à admettre qu'une ligne de champ pouvait quand même traverser une région de densité nulle, c'est pourquoi j'ai évité cette situation douteuse<sup>18</sup>, comme certains auteurs le recommandent [11].

<sup>18</sup> Pas de limaille aux points neutres: pas de lignes de force.

**Figure 2 :** Correspond aussi au champ d'un dipôle électrique. Je ne tire aucune conclusion sur la pertinence d'une telle représentation de plus en plus répandue. Les logiciels graphiques «à la mode» permettent de tracer des équipotentielles et des lignes de force. J'ai testé *Mathematica* et *Origin*, et commenté des diagrammes obtenus par *Maple*. Aucun de ces logiciels n'est prévu pour représenter «en relief» les équipotentielles et/ou les lignes de champ sur la surface de potentiel d'un champ plan. Pour les projections des équipotentielles, *Origin* permet d'obtenir facilement de beaux résultats, mais le tracé des diagrammes de force n'est généralement pas possible. *Maple* demande un investissement plus grand pour un résultat moyen sur les équipotentielles et mauvais pour les diagrammes de champ (origines et terminaisons des lignes mal définies, critère de densité non respecté). *Mathematica* et *Maple* permettent de tracer des «marelles» vectorielles : las ! La longueur désespérément constante du vecteur n'a aucun rapport avec la norme du champ... Mieux vaut programmer le tracé soi-même [18]. Quant à «la pêche au filet 3D  $(x, y)$ » qui arme allègrement la flottille des manuels de physique francophones, je ne souhaite à aucun étudiant de s'y laisser perdre.

**Figure 3 :** Remarquer les «falaises» abruptes dues à l'inhomogénéité du champ. Ce diagramme a été construit en «remplissant» une «arachide bidimensionnelle» remplie d'une distribution de «charges» adéquate. Ce diagramme illustre comment l'exploration gravimétrique peut explorer non destructivement l'intérieur d'un objet [8].

**Figure 4 :** A droite. Il faut bien se garder d'analyser les diagrammes de forces gravitationnelles entre des astres en mouvement comme s'il s'agissait de masses statiques ! Le diagramme en question représente de champ du Soleil, de la Terre et de la Lune supposés *fixés* dans un référentiel galiléen. Il est *volontairement faux*, afin de montrer l'énormité de l'erreur commise. On peut être assuré que la Lune ne quittera pas de sitôt son orbite pour rejoindre le Soleil ! Si on ajoute l'énergie centrifuge  $\frac{L}{2\mu r^2}$  du mouvement de rotation de la Terre sur son orbite, le point d'équilibre (instable) passe de 0,26 million de km à 1,5 million de km [16].

**Figure 5 :** Pas question de représenter un diagramme de lignes de force magnétique par l'analogie orographique... puisque le champ ne dérive pas d'un potentiel scalaire<sup>19</sup>. Un essai instructif et amusant conduit à la représentation du haut, où la cote est proportion-

19 Même pour les diagrammes magnétiques symétriques par rapport à un plan  $(x, y)$ . Si, par raison de symétrie, seule la composante perpendiculaire  $A_z$  du potentiel vecteur  $\vec{A}$  est non-nulle, il est incorrect d'en tirer que les lignes de force magnétique suivent les «équipotentielles»  $A_z(x, y) = Cste$  : les *dérivées partielles* de  $A_x$  et  $A_y$  ne sont pas nulles. Faites le tracé pour une spire, je garantis un résultat faux !

nelle à la racine carrée de la norme du champ. On obtient une représentation «confortable» dans laquelle le solénoïde se transforme en gadget aspirateur-rejeteur de limaille. Ce n'est pas étonnant, puisqu'il y a conservation du flux.

**Figure 6 :** A gauche, j'ai tracé les lignes de champ en «remplissant» les pièces polaires (en respectant leur géométrie) de 842 dipôles disposés en doubles couches. Le diagramme obtenu est satisfaisant, il présente un champ très convergent vers l'arête. Walter GERLACH avait patiemment exploré l'entrefer point par point avec une «balance diamagnétique» en forme de pendule auquel était accroché un fil de bismuth parallèle à l'arête [9]. Je n'ai pas vérifié si ses résultats sont cohérents avec la convergence des lignes de champ. A droite, j'ai redessiné la photo à la main.

L'ensemble est placé dans un vide de  $10^{-5}$  mm Hg. L'alignement est ajusté au centième de mm. C'est nécessaire pour obtenir un bon résultat, mais difficile à obtenir à cause des dilatations due à la température des armatures. L'intensité du faisceau est si petite qu'il faut une pose de 8 heures pour obtenir une couche de quelques atomes ! Pour pouvoir l'observer, il faut la «révéler» par une succession de traitements chimiques.

L'auteur remercie vivement J. PIERRE du Laboratoire Louis NÉEL pour ses conseils et ses corrections, L. CHEVALIER, D. ALIBERT et G. HENRI du Centre Scientifique Joseph FOURIER de Valence pour leurs pertinentes remarques.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Michael FARADAY, extrait d'une lettre à James CLERK MAXWELL. Cité par E. SEGRÈ, «*Les physiciens classiques et leurs découvertes*» - Ed. Fayard Paris 1987, p. 194.
- [2] Voir à ce propos le Cahier de Science et Vie N° 17 (octobre 1993), consacré à James CLERK MAXWELL, p. 38 et M. BLAY, La Recherche 109 (1980), p. 330.
- [3] E. SEGRÈ, op. cit. p. 197.
- [4] Y.-T. CISSÉ, Le Courrier de l'UNESCO, juin 1997, p. 18.
- [5] Le marqueteur Flavio GIOIA, dont l'amour pour l'Amalfitaine Angela motiva la construction de la première «bussola» occidentale en 1302, n'a probablement jamais existé. La légende bien connue parviendrait de «De re nautica» de Giglio Gregorio GIRALDI (1540), postérieure au poème de Guyot DE PROVINS (1502) chantant les louanges de la «fiancée» du marin, la «marinette, une pierre *noirette*» «qui mentir ne puet». V. KARTSEV, Les aventures des grandes équations, (Ed. Znanie, Moscou 1978). On rappelle que M. FARADAY utilise l'expérience du «conflit électrique» de H. Ch. ØRSTEDT pour explorer la carte de forces magné-

- tiques à l'aide d'une aiguille aimantée. Voir aussi M. BRINGUIER, BUP n° 735 (1991), p. 931.
- [6] Dialogue emprunté à G. GAMOW, Mr TOMKINS (Ed. Dunod Paris 1992), pour illustrer l'effet tunnel des particules  $\alpha$  issues d'un noyau d'uranium, mystère déjà évoqué par E. RUTHERFORD. L'idée du Fuji-Yama appartient à G. GAMOW en l'honneur du prix Nobel H. YUKAWA. Voir aussi J. THIBAUD, «*Vie et transmutations des atomes*» (Ed. Albin Michel Paris, 1937).
- [7] S. JODRA, Ciel et Espace 313 (1996), p. 64.
- [8] Le 27 juin 1997, la sonde NEAR est passée à 1200 km de l'astéroïde 253 (Mathilde) (50 x 50 x 70 km). L'incurvation de la trajectoire de la sonde devrait permettre de calculer la masse de l'astéroïde et sa densité. B.GUARRIGUES, Ciel et Espace (février 1996), 27. Voir aussi [www.jhuapl.edu/NEAR/Mathilde/](http://www.jhuapl.edu/NEAR/Mathilde/).
- [9] Walter GERLACH, Annalen der Physik 74 (1924), p. 673. Le premier article de la série est de Otto STERN, Zeitschrift fur Physik 7 (1921) p. 249. La figure 6 est tirée de W. GERLACH und O. STERN, «*Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*» Zeitschrift fur Physik 9 (1922), p. 350. La présence de 2 faisceaux séparés prouve la quantification du moment et conduit à la découverte du spin en 1925.
- [10] L'analogie orographique est à peu près bonne, sauf que les lignes de plus grande pente peuvent fort bien se croiser<sup>20</sup> lorsqu'il y a un surplomb ! Comme je l'ai signalé plus haut, J. CLERK MAXWELL n'a pas ménagé ses efforts pour essayer d'expliquer ses équations. Il est le premier à utiliser l'analogie entre les courants fluides et l'électrostatique, qu'il appelle «*métaphore scientifique audacieuse*». P.-G. HAMAMDJIDAN, «*L'électricité il y a cent ans*» (Ed. J. CAZENOBÉ EHESS Paris 1989). L'électrostatique peut être associé à un écoulement potentiel et l'électromagnétisme à des écoulements rotationnels.
- [11] Assez clairement formulé dans H. BENSON, «*Électricité et magnétisme*» (Ed. ERPI Saint-Laurent 1993). Dommage que les figures 2D ne respectent pas le nombre de lignes en  $\sqrt{Q}$ ...
- [12] J. KUNTZMANN, «*Mathématiques de la physique et de la technique*» (Ed. Hermann Paris 1961). Voir par exemple la page 489 qui traite de la fonction analytique associée à un champ conservatif à flux conservatif. L. LANDAU et E. LIFCHITZ «*Mécanique des Fluides*» (Ed. Mir Moscou 1971), § 10.
- [13] Le manuel de référence E. DURAND, «*Électrostatique : les distributions*» (Ed. Masson Paris 1964), très complet ne se réfère pas à la densité de lignes de champ. L'identité *totale* entre le diagramme de lignes de champ d'une charge ponctuelle

20 En géographie mais pas en physique.

dans un champ uniforme (figure III-14, p. 112) avec le fameux schéma du Traité d'électricité et de magnétisme de J. CLERK MAXWELL (1873) ne peut être fortuite malgré l'absence de référence... Il faut souligner que les premiers diagrammes appartiennent à James CLERK MAXWELL (1873) : à ma connaissance, le savant n'en extrait pas la densité de lignes de champ...

- [14] Cela fait penser à la représentation de l'implantation des poils des insectes (P. LAWRENCE) ou des rayures d'un zèbre décrites dans I.M. SMITH, «*La Biologie*». Remarquer que les spectres électriques et magnétiques expérimentaux présentent *toujours* des ruptures de lignes de champ, contrairement à l'écoulement laminaire des fluides.
- [15] On trouve quelque part dans le cours de Richard FEYNMAN : «We adopt the convention that the number of lines per unit area at right angles to the lines is proportional to the field. *This is, of course, only an approximation, and it will require, in general, that new lines sometimes start up in order to keep the number up to the strength of the field*<sup>21</sup>».
- [16] Ciel et Espace (Octobre 1995), p. 22. Noter qu'il est possible de «satelliser» un objet autour du point d'équilibre, comme la sonde Soho.
- [17] Michael FARADAY, cité par E. SEGRÈ, Les physiciens classiques... Op. Cit.
- [18] C'est très simple car il ne s'agit ici que de ODE (Ordinary Differential Equations), intégrées par l'éternelle méthode de RUNGE-KUTTA à pas variable. W.-H. PRESS, B.-P. FLANNERY, S.A. TEUKOLSKY and W.-T. VETTERLING, Numerical Recipes (Ed. Cambridge University Press, Cambridge 1988).

---

21 Souligné par moi-même F. G.