

CONDENSATION DE BOSE-EINSTEIN DANS UN PIEGE

Olivier Joachim

Lycée Dorian - Paris

Résumé

Le phénomène de condensation de Bose-Einstein pour un gaz quantique sans interaction est généralement abordé dans la situation académique où les particules évoluent à l'intérieur d'une boîte. Cela constitue, il est vrai, une approche intéressante du problème car des caractéristiques essentielles de ce phénomène peuvent ainsi être révélées.

En pratique, ce n'est qu'en 1995, qu'une équipe américaine du Colorado a réussi, dans un piège, la condensation d'un système quantique parfait d'atomes de rubidium.

Cet article expose les résultats obtenus pour l'étude de particules quantiques sans interaction dans un piège harmonique et les compare à ceux, bien connus, issus de la théorie des bosons dans une boîte.

Les grands traits de la condensation de Bose-Einstein sont ainsi rediscutés.

Les résultats présentés sur la condensation de Bose-Einstein dans un piège harmonique, sont tirés du cours du professeur Cohen-Tannoudji 1997-98 au Collège de France.

1- Condensation de Bose-Einstein et autres phénomènes de condensation

Le phénomène de condensation énergétique associé à un gaz parfait de bosons, particules de spin entier, est connu aujourd'hui sous le nom de condensation de Bose-Einstein.

D'un point de vue historique, nous pouvons souligner que la contribution d'Einstein à l'étude de ce phénomène a été prépondérante. [1]

Ces travaux, menés sur des bosons sans interaction placés dans une boîte, ont montré une condensation énergétique, sur le niveau d'énergie fondamental, de l'ensemble de la population du gaz, pourvu que la température soit inférieure à une valeur critique.

La fonction d'ordre de l'état fondamental d'un boson dans la boîte étant très étalée, il s'agit bien d'une condensation au sens énergétique du terme et non un confinement spatial du système.

De plus, l'évolution des grandeurs physiques au voisinage du seuil, permet d'apparenter cette condensation, dont l'origine est purement quantique, à une transition de phase.

Enfin signalons que l'ensemble de ces résultats, regardé à l'échelle thermodynamique, atteste que ce phénomène n'est pas du à un phénomène de taille finie.

Bien que la condensation d'un gaz parfait ne soit que très récente, d'autres comportements collectifs, purement quantiques, avaient déjà été obtenus dans des solides et dans un liquide.

Dès 1911, K. Omnes découvrait la « supraconductivité » en étudiant le mercure à très basse température. Au dessous d'une température de 4,16 K, des propriétés physiques stupéfiantes apparaissaient, notamment l'effondrement spectaculaire de la résistivité électrique de ce corps. Depuis, ces propriétés ont été observées sur de nombreux matériaux.

L'explication de la supraconductivité à basse température critique tient à l'appariement de deux électrons de conduction via le réseau cristallin.

L'entité ainsi constituée de deux fermions porte le nom de « paire de Cooper » et se comporte comme un boson. L'interaction entre particules est, dans ce cas, essentielle et donc ce modèle ne correspond pas à celui d'un gaz parfait quantique.

Une autre condensation bien connue d'une assemblée de bosons est la transition superfluide de l'hélium 4 liquide. Cet isotope de l'hélium est constitué de quatre nucléons et de deux électrons. Son comportement est donc naturellement celui d'un boson. A pression atmosphérique, sa liquéfaction a lieu aux alentours de 4 K. A des températures plus basses encore, alors qu'il est toujours liquide, il devient, à la température de 2,2 K et à la pression standard de 1 bar, « superfluide ».

La manifestation de cette superfluidité est un effondrement de sa viscosité et une exaltation de la conductivité thermique. Toutefois, dans un liquide, l'énergie potentielle d'interaction entre particules est du même ordre de grandeur que l'énergie cinétique.

Ces interactions, de type Van der Waals, empêchent de classer ce système parmi ceux étudiés dans le cadre de la théorie de Bose-Einstein.

Concernant la superfluidité de l'hélium 4, la singularité de la capacité thermique à volume constant, observée au seuil de transition, la continuité de l'entropie et donc l'absence de chaleur latente, rangent ce phénomène parmi les transitions de phase du deuxième ordre. Celle associée à la condensation d'un gaz parfait de bosons est, quant à elle, du premier ordre. [2]

Ainsi le seul condensât au sens des travaux d'Einstein devait être gazeux. En pratique, l'idée d'un gaz parfait piégé s'est assez vite imposée. En évitant, en effet, tout contact des particules du gaz avec des parois matérielles, un refroidissement plus efficace est rendu possible. Les premières recherches, effectuées sur l'hydrogène polarisé (spins électronique et nucléaire parallèles), ont échoué. La premier condensât d'un gaz parfait d'atomes de rubidium n'a été obtenu qu'en 1995 par un groupe de physiciens de l'Université du Colorado et d'un laboratoire du NIST (National Institute for Standard Technology).

Dans la suite de cet article, nous nous proposons d'aborder la condensation de Bose-Einstein d'un gaz parfait placé dans un piège.

2 - Condensation de Bose-Einstein dans un piège.

On suppose, dans ce cas, l'existence d'une énergie potentielle présentant un minimum pouvant s'avérer piégeant, au voisinage duquel l'approximation harmonique est légitime.

Les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique étant parfaitement connus [3], il est possible de calculer la densité d'états dans le piège, grâce à la distribution statistique de Bose-Einstein [2], la répartition de la population des N particules du gaz.

Dans cette population, on distingue plus particulièrement deux catégories de particules :

- les particules qui se répartissent sur l'ensemble des niveaux excités et dont le nombre est N_e ,
- les particules dans l'état d'énergie fondamental, dont le nombre est N_0 .

$$N = N_0 + N_e$$

Lorsque la température est supérieure à la température critique, la population N_0 du niveau fondamental est négligeable devant la population totale N . Ce qui correspond à une distribution énergétique tout à fait habituelle.

Au seuil de condensation, atteint pour une température critique T_c , les niveaux excités suffisent juste à contenir l'immense majorité de la population totale.

Cela se traduit par la relation définissant le seuil de condensation [4] :

$$N = 1,2 \left(\frac{k_B T_c}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (1)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, \hbar est la constante de Planck divisée par 2π et ω la pulsation caractéristique de ce piège supposé harmonique et isotrope.

En dessous de la température critique, les niveaux excités ne suffisent plus à contenir la population des N particules. Le niveau fondamental se peuple et N_0 devient macroscopique. C'est le phénomène de condensation de Bose-Einstein

On peut facilement montrer que :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 \quad T < T_c \quad (2)$$

ce qui permet de considérer ce phénomène comme étant une transition de phase où le taux de population du niveau fondamental joue le rôle de paramètre d'ordre.

Il est intéressant de noter à ce stade, que la loi d'évolution de ce taux de population fait intervenir, dans le piège, le rapport T / T_c à la puissance 3, tandis que cet exposant valait 3/2 pour le boson dans une boîte [2]. Ainsi, même si la condensation de Bose-Einstein est

retrouvée, l'existence d'une énergie potentielle non nulle apporte une petite modification à cette loi d'évolution caractérisant l'évolution du système au dessous du seuil.

D'autres différences apparaissent concernant des grandeurs physiques comme l'énergie interne U ou la capacité thermique C du système. [4]

En effet, au dessous du seuil, l'énergie interne du condensât piégé varie comme T^4 tandis que la théorie de Einstein prévoyait une évolution de cette grandeur physique proportionnelle à $T^{\frac{5}{2}}$ [2].

Enfin, la capacité thermique C s'avère discontinue pour le système piégé, tandis que cette même grandeur était représentée par une loi, seulement non dérivable au seuil, pour les bosons dans une boîte [2].

Par ailleurs, la condensation énergétique s'accompagne dans un piège, d'une condensation spatiale [4], ce qui est tout à fait nouveau et découle immédiatement de l'existence d'une énergie potentielle dans ce problème.

De plus, il apparaît que le condensât adopte la forme du piège et le rend ainsi facile à observer. Il suffit en effet de donner un caractère anisotrope au piège pour retrouver cette anisotropie au niveau des particules condensées ce qui permet de les distinguer des autres particules dans ce piège.

Enfin, regardons ce que devient la température critique à la limite thermodynamique. Dans le cadre de ce problème, où la notion de volume n'a plus de sens, limite thermodynamique consiste à faire tendre N vers l'infini et conjointement ω vers 0 de sorte que le produit $N\omega^3$ reste constant.

L'extension spatiale du système gazeux étant proportionnelle à $\frac{1}{\omega}$, le critère $N\omega^3$ égal à une constante peut s'interpréter comme une densité de gaz parfait qui reste constante à la limite thermodynamique.

Au seuil (1) donne

$$T_C = \left(\frac{N}{1,2} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\hbar\omega}{k_B} \quad (3)$$

T_C reste donc constante à la limite thermodynamique. Ce résultat atteste du fait que la transition de phase observée n'est pas un effet de taille finie. En pratique, le piégeage des atomes neutres se fait en deux temps :

- un piégeage optique, assuré par six lasers, dans les six directions de l'espace, commence par ralentir le mouvement d'agitation des atomes du gaz.

- ensuite, un piégeage magnétique permet de poursuivre le refroidissement [5]. Ce dernier, piloté par un champ électromagnétique dans le domaine des radiofréquences, permet à certaines particules de s'échapper du piège. En le quittant, ces particules emportent avec elles, sous forme cinétique, une partie de l'énergie totale du système. Les particules restant piégées voient ainsi leur énergie encore diminuée. De cette manière, la température dans le piège continue de baisser. Cette technique de refroidissement porte le nom de refroidissement évaporatif.

Grâce à ces procédés, des mesures ont pu être effectuées et confrontées aux calculs. Les résultats obtenus ont été satisfaisants [6].

L'évolution du taux de population de l'état fondamental $\frac{N_0}{N}$ a été, elle aussi, comparée

au modèle théorique. Un comportement, voisin de la loi prévue en $1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^3$, est apparu au dessous du seuil de condensation [6].

Les contraintes expérimentales empêchent toutefois de tester réellement le modèle. En effet, le refroidissement évaporatif est basé sur une fuite des particules, éloignant peu à peu le système de la limite thermodynamique par laquelle les calculs prennent vraiment toute leur signification. Par ailleurs, puisque les particules se condensent spatialement, elles sont susceptibles d'entre en collision (les collisions ternaires détruisent le gaz de bosons).

En outre, lorsque la longueur d'onde de De Broglie, λ_{DB} donnée par :

$$\lambda_{DB} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

devient trop grande, les interactions de nature ondulatoire ne peuvent plus être ignorées.

Malgré tout, plusieurs atomes alcalins ont ainsi pu être condensés, le rubidium, le lithium et le sodium.

Toutefois, l'hydrogène, objet des premières recherches ou le césium, célèbre pour ses transitions hyperfines ne peuvent pas se condenser, les interactions détruisant les gaz de bosons avant que le seuil n'ait été atteint. Il semblerait donc, pour l'heure, que tous les éléments ne puissent pas conduire à une condensation de Bose-Einstein.

CONCLUSION

La condensation de Bose-Einstein d'un gaz parfait quantique dans un piège constitue un grand succès pour la physique statistique. Les phénomènes prévus ont été observés, mais les lois physiques s'écartent un peu des résultats prévus par le modèle du gaz parfait dans une boîte. Ces résultats soulignent l'influence de l'existence d'une énergie potentielle dans un problème réel.

Au delà de l'aspect théorique, il est également permis d'imaginer des applications du phénomène. En effet, les atomes neutres ainsi piégés et libérés de l'agitation thermique,

vont permettre la réalisation d'oscillateurs à ultra-haute résolution et peut-être d'une nouvelle référence pour la mesure du temps [7], [8].

La voie est ouverte, à présent, pour l'étude du comportement et de l'évolution du condensât lorsque des collisions se produisent ou qu'il faut tenir compte des interactions de nature ondulatoire entre les particules piégées.

BIBLIOGRAPHIE

[1] PEREZ, *Thermodynamique* - 2^{ème} édition Masson.

On y trouvera les références des deux articles originaux d'Einstein parus en 1924 et 1925 concernant la théorie quantique d'un gaz parfait monoatomique.

[2] DiU, GUTHMAN, LEDERER, ROULET, *Physique statistique*, ed. Hermann
p. 812, p. 671, p. 806, p. 809, p. 874.

[3] COHEN-TANNOUJJI, DIU, LALOE, *Mécanique quantique*, ed. Hermann, p. 551

[4] COHEN-TANNOUJJI, *Cours du collège de France 1997-1998*

[5] PETRICH, ANDERSON, ENSHER, CORNELL, *Physical Review letters*, vol 74, p. 3352, 1955

[6] ENSHER, JIU, MATTHEWS, WIEMANN, CORNELL, *Physical Review letters*, vol. 77, p. 4984, 1996

[7] COHEN-TANNOUJJI, *Du pompage optique à la spectroscopie laser*, BUP n° 679, décembre 1985

[8] ITANO RAMSEY, *Atomes piégés, mesure du temps*, Pour La Science, n° 190, août 1993