
B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQU

Deux applications sous MAPLE

par Pierre BONNET
Lycée A. Châtelet - 59500 Douai

RÉSUMÉ

Si les programmes officiels, autant que l'attrait de la nouveauté, incitent le professeur à utiliser les outils de calculs formels, cela ne se fait pas toujours sans quelques tremblements, errements et énervements. L'homo-érectus n'est pas (encore) cybor-mathématicus si bien que les problèmes d'adaptation sont inévitables. Une longue pratique et des exercices nombreux sont nécessaires à l'apprenti pour devenir impétrant. C'est pourquoi je propose aux volontaires ayant un léger bagage MAPLE ce «practice» avec deux feuilles de calcul réalisées lors de séances de travaux dirigés en spé MP.

La première s'inspire d'un exemple figurant à la page 102 du manuel «Électronique - deuxième année de PSI» de MM. C. MORE et B. DELACRESSONNIÈRE, Ouvrage paru chez Tec&Doc. Il faut s'y reporter pour comprendre le pourquoi du calcul. Je fais réaliser aux élèves le TP qui y est suggéré, je dois dire que la confrontation entre l'oscillogramme d'un oscillo numérique et la simulation MAPLE est saisissante.

La deuxième feuille de calcul, propre au programme spé MP, permet de manipuler la fonction de Planck.

TD-1 : Oscillateur à désamortissement : portrait de phase

Choix des valeurs numériques :

> S:=5: L:=0.04: C:=100*10⁻⁹: m:= -0.15 : p:= 0.52:

Et pour «fixer» l'échelle de temps :

> w := 1/sqrt(L*C):

B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE

L'équation différentielle est définie par morceau grâce à la fonction «piecewise».

```
> etat := piecewise( v(t) > -S and v(t) < S, m, p );
```

$$etat := \begin{cases} -.15 & -5 - v(t) < 0 \text{ and } v(t) - 5 < 0 \\ .52 & \text{otherwise} \end{cases}$$

```
> etat := unapply( etat, t );
```

```
> eq1 := diff(v(t), t$2) + 2*w*etat(t)*diff(v(t), t) + w^2*v(t) = 0;
```

$$eq1 := \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} v(t) \right) + 31622.77660 \left(\begin{cases} -.15 & -5 - v(t) < 0 \text{ and } v(t) - 5 < 0 \\ .52 & \text{otherwise} \end{cases} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} v(t) \right) + .2500000000 \cdot 10^9 v(t) = 0$$

Pour observer l'évolution initiale des oscillations :

```
> with(DEtools):
```

```
> DEplot({eq1}, {v(t)}, 0..100/w, [[v(0)=S/500, D(v)(0)=0]], stepsize = 0.1/w);
```

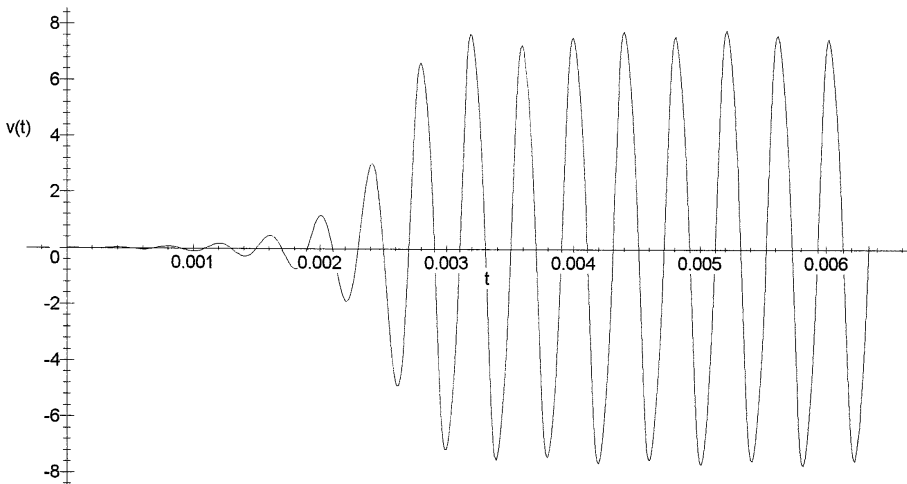


Figure 1

Pour observer le portrait de phase :

```
> eq2 := diff(v(t), t) = v1;
```

```
> eq3 := subs(diff(v(t), t) = v1(t), eq1);
```

```
> phaseportrait({eq2, eq3}, [v(t), v1(t)], 0..100/w, { [v(0)=S/500, v1(0)=0] }, stepsize=0.1/w, arrows=none);
```

B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQU

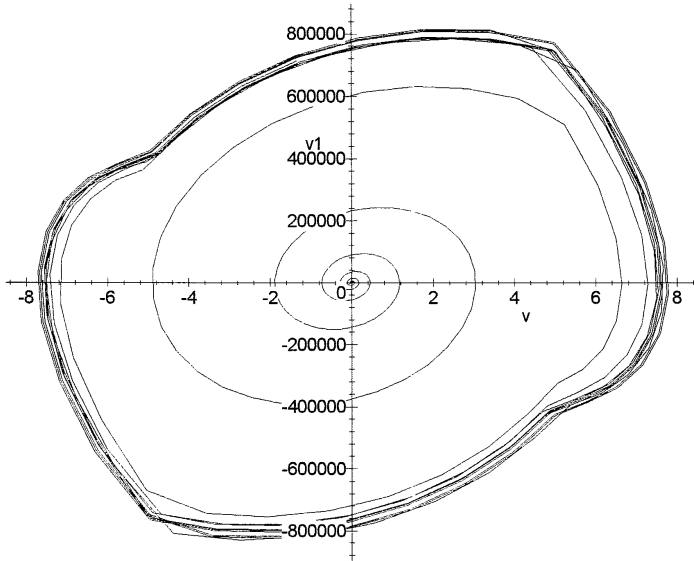


Figure 2

TD-2 : Étendue spectrale du corps noir

Il est commode de définir un tableau de valeurs numériques, avec les constantes de Planck et de Boltzmann et la célérité de la lumière.

> AN := [h=6.6256*10⁻³⁴, k=1.3805*10⁻²³, c=2.99796*10⁺⁸]:

Définition de la densité de flux hémisphérique surfacique du corps noir.

> Flu := (lambda,T) ->

2*Pi*h*c²*lambda⁻⁵ / (exp(h*c / (lambda*k*T)) - 1) ;

$$Flu := (\lambda, T) \rightarrow 2 \frac{\pi h c^2}{\lambda^5 \left(e^{\left(\frac{h c}{\lambda k T} \right)} - 1 \right)}$$

B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQ

Présentation du réseau d'isothermes.

```
> Reseau := {seq(subs(AN, Flu(lambda, 2000+250*n)), n=0..4)} :
> plot(Reseau, lambda=0..6*10^(-6)) ;
```

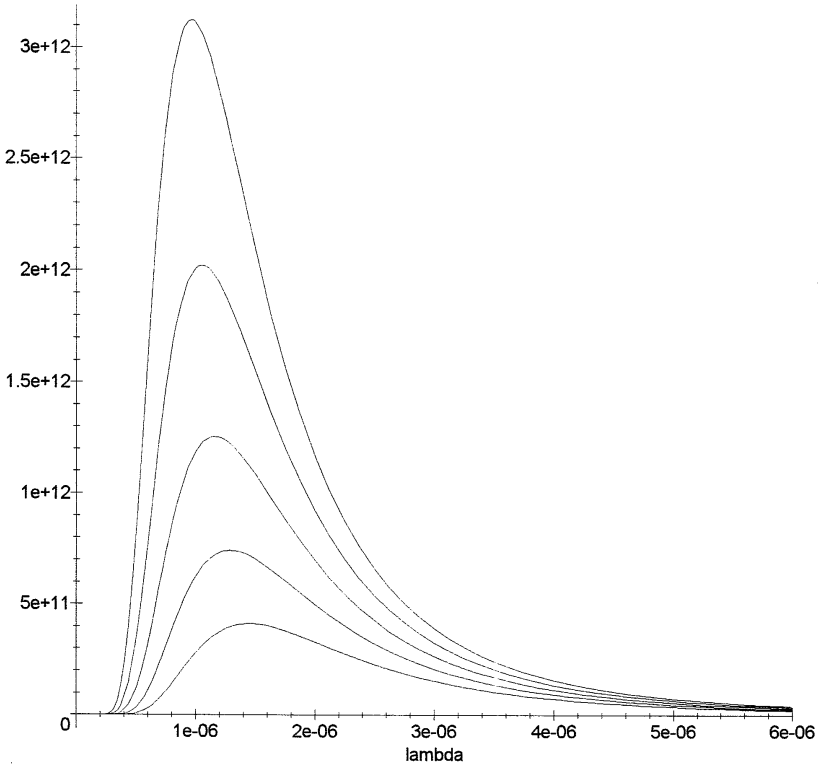


Figure 1

Pour «oublier» les affectations numériques on rappelle la fonction.

```
> Flu(lambda, T) :
```

B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQU

Pour établir la loi de Wien on met en forme la fonction flux par changement de variable.

```
> x:=(h*c)/(lambda*k*T): G :=
  subs(lambda=(h*c)/(x*k*T), Flu(lambda, T));
```

$$G := 2 \frac{\pi x^5 k^5 T^5}{h^4 c^3 (e^x - 1)}$$

Mise en forme de l'extrémum.

```
> G1 := normal(diff(G,x));
```

$$G1 := -2 \frac{\pi x^4 k^5 T^5 (-5 e^x + 5 + x e^x)}{h^4 c^3 (e^x - 1)^2}$$

On crée la fonction dont on cherche les racines.

```
> f := unapply(op(6,G1),x);
```

$$f := x \rightarrow -5 e^x + 5 + x e^x$$

```
> Xm:=fsolve(f(x)=0,x,0.1..10);
```

$$Xm := 4.965114232$$

```
> wien := subs(AN,h*c/(k*Xm)): `loi de Wien` , lambda[m]*T = ",`
  en SI`;
```

$$\text{loi de Wien, } \lambda_m T = .002897913323, \text{ en SI}$$

et la valeur numérique se trouve stockée dans la variable wien.

Tentative de calcul du flux hémisphérique total...

```
> Phimax = int(Flu(lambda,T),lambda=0..infinity);
```

$$\Phi = \int_0^{\infty} 2 \frac{\pi h c^2}{\lambda^5 \left(e^{\left(\frac{h c}{\lambda k T} \right)} - 1 \right)} d\lambda$$

...aucun résultat ne s'affiche car MAPLE a besoin de connaître le signe des paramètres.

```
> assume(h>0,k>0,T>0,c>0):
```

B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQUE – B.U.P. PRATIQU

Essayons à nouveau :

```
> Phimax :=int(Flu(lambda,T),lambda=0..infinity);
```

$$\Phi := \frac{2}{15} \frac{\pi^5 k^4 T^4}{h^3 c^2}$$

On tire au passage la valeur de la constante de Stefan.

```
> `Constante de Stefan`, evalf(subs(AN,Phimax/T^4)),` en SI`;
Constante de Stefan ,.5668999734 10^-7, en SI
```

L'étendue spectrale (flux = 98 % Phimax) est sensiblement [0,5 lambda max ; 8 lambda max] :

```
> Phi := int(Flu(lambda,T),lambda=wien/(2*T)..8*wien/T)/Phimax:
```

Par exemple à T = 2000 K :

```
> evalf(subs(AN,subs(T=2000,Phi)));
.9802995457
```

Note de la rédaction

L'ensemble des programmes correspondant à cet article sera disponible sur la disquette UdP n° 12 (commande à Philippe Baffert - 3, rue Hector Berlioz - 94880 NOISEAU au prix de 50 F.) et sur le serveur UdP (voir annonce dans ce numéro).