
Bulletin de l'Union des Physiciens

Association des professeurs de Physique et de Chimie

Histoire de la symétrie

par Jean SIVARDIÈRE

CEA / Département de Recherche Fondamentale
sur la Matière Condensée / SPSMS / MRS
38054 Grenoble Cedex 9

II - Le XX^e siècle*

RÉSUMÉ

Nous avons décrit, dans un premier article, l'émergence de la notion de symétrie, restée intuitive chez les Grecs, sa formalisation tardive grâce à la théorie des groupes, et son approfondissement au cours du XIX^e siècle, que couronnent deux grands succès : l'énumération des groupes d'espace cristallographiques, et l'énoncé précis du principe de symétrie par Curie. Ces succès illustrent les deux fonctions de la symétrie : description et classification d'une part, prédiction de propriétés physiques d'autre part.

Nous abordons ici la symétrie au XX^e siècle (la confirmation de l'hypothèse d'Haüy par la radiocristallographie a déjà été évoquée) : la découverte de nouvelles symétries de la matière et des symétries brisées, l'introduction de nouveaux outils mathématiques permettant d'exploiter la connaissance de la symétrie d'un système, la considération de la symétrie des lois et des interactions.

* La première partie de cet article et la bibliographie correspondante sont parues dans le BUP n° 794, mai 1997.

1. DÉCOUVERTE DE NOUVELLES SYMÉTRIES DE LA MATIÈRE

Ce sont les symétries des cristaux et la symétrie spatio-temporelle des phénomènes physiques qui ont mobilisé l'attention au cours du XIX^e siècle. Le champ d'application de la symétrie et la notion même de symétrie se sont aujourd'hui considérablement élargis.

1.1. Cristaux liquides et polymères

Les cristaux liquides ou phases mésomorphes ont été découverts à la fin du XIX^e siècle (Reinitzer, 1888). Contrairement aux cristaux ordinaires, leur description nécessite l'introduction de symétries continues de rotation et de translation. Friedel et Grandjean, en 1922, en donnèrent une première classification - nématiques, smectiques, cholestériques - sur des critères de symétrie : leurs modèles furent confirmés peu après par la diffraction des rayons X. Les groupes d'espace des cristaux liquides n'ont été énumérés que récemment (Goshen, 1975, Kléman et Michel, 1978) : il en existe une infinité.

La découverte des polymères a amené les cristallographes à énumérer de nouveaux groupes d'espace décrivant la symétrie des chaînes, des frises, des rubans et des colonnes.

1.2. La symétrie icosaédrique

Les chimistes ont mis en évidence des molécules invariantes dans des rotations d'ordre 5 (ferrocène) ou 8 (soufre S₈) interdites pour les cristaux. En 1985, Kroto et Smalley ont découvert une variété «sphérique» de carbone, le carbone C₆₀ : les soixante atomes de la molécule sont placés aux sommets d'un icosaèdre régulier tronqué. La symétrie icosaédrique est également celle de certains petits agrégats métalliques (or, platine, ...), de certains virus et des quasicristaux (voir plus loin). Elle avait déjà été observée au XIX^e siècle, dans le cas des grains de pollen (von Mohl, 1835) et du squelette siliceux des radiolaires (Haeckel, 1880).

1.3. Symétrie colorée et cristaux magnétiques

La symétrie à deux couleurs (noir-blanc) est une première généralisation de la symétrie géométrique : l'opération d'antisymétrie permute les deux couleurs. Elle a été introduite par l'allemand Speiser en 1927 pour décrire la symétrie des rubans et surfaces à deux côtés, et développée par Weber, Heesch, puis Alexander et Hermann (qui ont énuméré les quatre-vingts groupes d'espace bidimensionnels à deux couleurs), mais elle est restée longtemps inutilisée. La notion de symétrie noir-blanc a été reprise et précisée par le cristallographe russe Shubnikov vers 1950, elle est appliquée aujourd'hui à la description de nombreux systèmes physiques : solutions solides ordonnées, cristaux

plastiques, macles cristallines (Curien et Le Corre, 1958 ; Curien et Donnay, 1959), ... En 1951, Landau et Lifschitz montrèrent que l'opération d'antisymétrie pouvait être interprétée comme le renversement du temps, ou renversement du signe des quantités magnétiques. D'où l'utilisation des groupes noir-blanc, rebaptisés groupes magnétiques, pour décrire les cristaux magnétiquement ordonnés, étudiés depuis 1950 grâce à la diffraction des neutrons (figure 1). Les cent vingt-deux groupes ponctuels et les cinquante réseaux ont été énumérés en 1956 par Tavger et Zaitsev, les mille six cent cinquante-et-un groupes d'espace en 1957 par Zamorzaev puis en 1963 par Opechowski et Guccione. Des groupes à plusieurs couleurs ont été introduits plus récemment, et énumérés par Belov (1965) et Harker (1976).

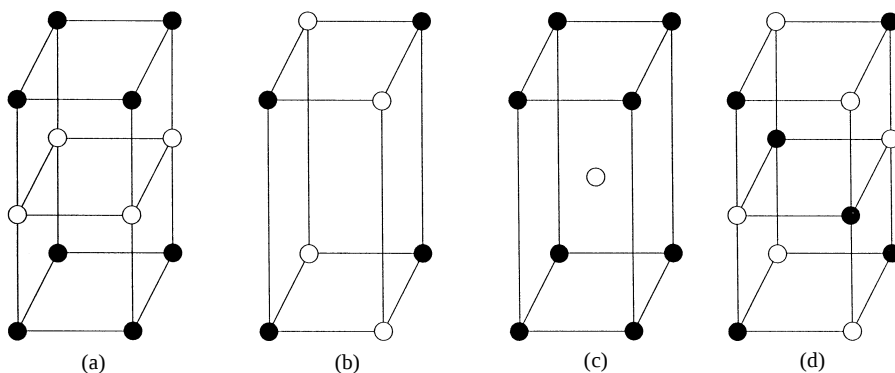


Figure 1 : Les quatre réseaux quadratiques noir-blanc : le réseau (c) est anticentré.

Dans une démarche analogue à celle des frères Curie, Dzyaloshinsky a montré, en 1959, que l'effet magnétoélectrique et le piézomagnétisme, interdits dans les cristaux paramagnétiques, sont autorisés dans certains cristaux antiferromagnétiques (ces effets ont été observés respectivement par Astrov en 1960 et Borovik-Romanov en 1959).

1.4. Molécules déformables

De nombreuses molécules - ammoniac, éthane, cyclohexane, ... - peuvent évoluer spontanément, par effet tunnel, entre plusieurs conformations. Soit G le groupe de symétrie d'une conformation d'une molécule. Longuet-Higgins (1963), puis Altmann et Woodman, ont montré que, pour interpréter correctement les propriétés vibratoires de la molécule, il est nécessaire d'élargir le groupe G par des opérations, dites isodynamiques, faisant passer d'une conformation aux autres. Une telle opération peut n'être ni un déplacement, ni un retournement.

1.5. Surstructures cristallographiques modulées

A la fin du XIX^e siècle, Frobenius (1849-1917) avait lancé l'étude des groupes cristallographiques de l'espace à quatre dimensions, poursuivie par Bieberbach (1886-1982), qui démontra en 1910 - en réponse au dix-huitième problème de Hilbert - que ces groupes sont en nombre fini, puis par Burckhardt vers 1930, Hermann et Zassenhaus vers 1950 : les classes ont été déterminées en 1951 par Hurley, les réseaux en 1967 par Bülow, Neubüser et Wondratschek ; l'énumération des quatre mille neuf cent un groupes d'espace n'a été terminée qu'en 1978, grâce aux ordinateurs. Voronoï et Minkowski avaient décrit la symétrie des réseaux dans les espaces de dimension n . Pendant longtemps ces travaux ne trouvèrent aucune application, comme avant eux ceux de Fedorov et Schoenflies. Mais en 1970, le néerlandais De Wolff a montré que la description des surstructures cristallines dites incommensurables ou modulées pouvait se faire en projetant sur l'espace à trois dimensions des réseaux de l'espace à quatre dimensions.

La première structure cristallographique modulée a été observée dans le carbonate de potassium, la première structure magnétique hélicoïdale - celle du composé MnAu_2 - a été découverte en 1958 juste après avoir été imaginée indépendamment par Yoshimori et par Villain.

1.6. Quasicristaux

En 1972, le mathématicien anglais Penrose inventa un pavage du plan par deux types de losanges de côtés égaux et d'angles aigus 36° et 72° respectivement (figure 2). Ce pavage possède d'étranges propriétés, déjà observées par Kepler quand il cherchait à assembler des pentagones pour paver le plan : il contient une infinité de régions finies

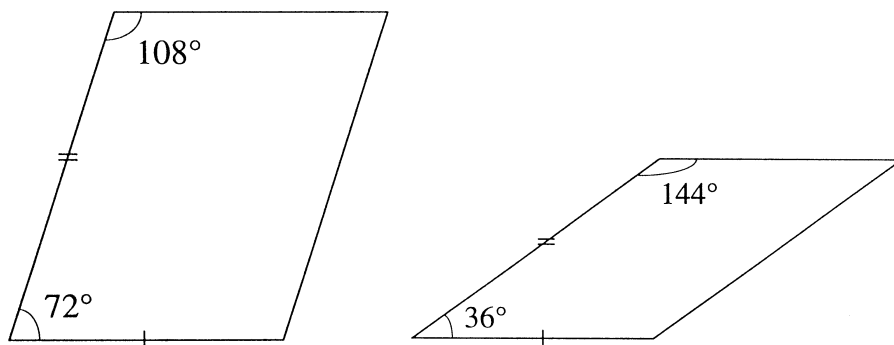


Figure 2 : Construction du pavage de Penrose à partir de deux types de losanges dont les côtés sont égaux : les losanges sont assemblés de telle sorte que les marquages des côtés se correspondent. Le pavage obtenu est ordonné mais apériodique, il possède une symétrie rotationnelle d'ordre 5.

admettant une symétrie de rotation d'ordre 5, mais il n'est pas périodique bien qu'il présente un ordre à longue distance donnant lieu au phénomène de diffraction de la lumière (Mackay, 1981). En 1981, De Bruijn a mis en évidence le lien entre ce pavage avec le réseau cubique de l'espace à cinq dimensions, qui possède une symétrie d'ordre 5.

Les quasicristaux icosaédriques, découverts en 1984 par Schechtman, Blech, Cahn et Gratias, possèdent des propriétés analogues aux pavages de Penrose : absence de périodicité, diffraction des rayonnements, symétries de rotation non cristallographiques d'ordre 5, 8, 10 ou 12. Comme l'ont montré Duneau et Katz en 1985, ils peuvent être obtenus par projection de réseaux des espaces à 4, 5 ou 6 dimensions. Les mathématiciens H. Bohr et Besicovitch, qui étudiaient les fonctions «presque périodiques», avaient montré dès 1925 que la périodicité n'est pas une condition nécessaire de la diffraction cohérente de Bragg.

1.7. Phyllotaxie et parastiches végétales

La phyllotaxie est une propriété morphologique de nombreuses plantes présentant des arrangements réguliers. Ainsi les branches d'un arbre s'implantent de manière non aléatoire le long du tronc : la courbe passant par la base des branches est une hélice dite hélice génératrice (Schimper, 1830 ; Braun, 1831) qui a été décrite avec précision en 1837 par Louis Bravais et son frère Auguste, futur cristallographe. Les frères Bravais ont aussi étudié les parastiches ou spirales végétales observées dans le cœur d'une pâquerette ou d'une fleur de tournesol, et expliqué leur formation. Les parastiches, invariantes par similitude, sont à nouveau étudiées car on les rencontre dans la matière molle : Douady et Couder, en 1992, ont ainsi construit une structure ordonnée en parastiches dans un ferrofluide.

1.8. Les milieux fractals

La nature présente de nombreuses formes complexes, apparemment désordonnées, que la géométrie traditionnelle, euclidienne, peut difficilement décrire : côtes marines dentelées, nuages, volumes poreux, ... La géométrie fractale, introduite en 1975 par Mandelbrot, est seule adaptée à cette description. Ces formes fractales sont statistiquement auto-similaires, c'est-à-dire statistiquement invariantes par homothétie ou invariance d'échelle : leur aspect n'est pas modifié par un «zoom». Divers modèles mathématiques étudiés il y a un siècle sont exactement auto-similaires, à la manière des poupées russes : ensemble triadique de Cantor (1883), courbe de Peano (1890), flocon de neige de von Koch (1904), napperon de Sierpinski, éponge de Menger, ...

1.9. Symétries des systèmes quantiques

Le groupe des substitutions - rarement utilisé en physique classique - décrit l'invariance d'un ensemble de particules indiscernables, électrons ou nucléons, il joue un rôle fondamental en physique quantique en faisant apparaître deux types de particules : les bosons, ou particules de spin entier, et les fermions, ou particules de spin demi-entier, qui se distinguent par leurs propriétés statistiques.

La statistique des bosons a été explicitée par Bose (1924) et Einstein (1925) à la suite des travaux de Planck (1900), Ehrenfest, Kammerlingh Onnes et Debye. La statistique des fermions a été découverte indépendamment par Fermi et Dirac en 1926, sa validité a été testée expérimentalement sur les noyaux par Rasetti en 1928. Le lien entre spin et statistique a été donné par Heisenberg, puis par Fierz et Pauli (1939).

En physique classique, une rotation de 2π est assimilable à l'identité : il n'en est pas de même en physique quantique. La non-invariance de la fonction d'onde d'un fermion a été vérifiée par des expériences suggérées en 1967 indépendamment par Aharanov et Susskind et par Bernstein, et réalisées en 1975 par Werner et par Rauch : un système est séparé en deux parties, et on met en évidence leur déphasage relatif après une rotation de 2π . Déjà, en 1913, Elie Cartan avait découvert des objets mathématiques, les spineurs, qui changent de signe dans une rotation de 2π , et introduit la notion de «groupe double» dans lequel l'identité et la rotation de 2π sont considérées comme des opérations distinctes.

Envisagée par Wigner en 1932, l'invariance par renversement du temps, en l'absence de champ magnétique, joue également un rôle important en physique quantique des ions et molécules, comme l'a montré Kramers en 1934 : elle peut influencer le degré de dégénérescence des niveaux énergétiques.

2. LES BRISURES DE SYMÉTRIE

Le principe de Curie peut s'énoncer ainsi : **la symétrie se conserve**. Il n'est, en fait, valable que si l'effet d'une cause de symétrie donnée est unique - ou encore si la solution d'un problème de symétrie donnée est unique. Dans le cas contraire, plusieurs effets ou solutions sont géométriquement équivalents et il y a **brisure de la symétrie** : l'effet est moins symétrique que la cause. Divers exemples étaient connus à l'époque de Curie : curieusement, celui-ci ne les prit pas en considération, sans doute parce qu'il admettait que le système choisissait entre diverses solutions équivalentes et équiprobables non de lui-même, mais sous l'effet de perturbations extérieures non symétriques. Les limites du principe de Curie et l'importance des brisures de symétrie n'ont été reconnues qu'après les travaux de Landau.

2.1. Les précurseurs

- Vers 1650, Huygens, reprenant des travaux d'Archimède, étudia l'équilibre de divers solides symétriques flottant sur un liquide : il constata qu'un tel solide pouvait basculer spontanément si on modifiait progressivement la densité du liquide, la symétrie de la position d'équilibre pouvant alors augmenter ou s'abaisser.
- En 1744, Euler étudia l'équilibre d'une poutre cylindrique verticale soumise à une pression verticale, et rendit compte du phénomène de flambage : si la pression est faible, la poutre flue ; si la pression dépasse un seuil critique, la poutre perd sa symétrie de révolution et s'incurve dans un plan vertical quelconque contenant l'axe de révolution initial, on dit qu'elle flambe.
- En 1831, Faraday étudia l'équilibre d'un tas de billes placées dans un réservoir parallélépipédique subissant des vibrations verticales : il observa que la surface du tas est horizontale pour des vibrations de faible amplitude ; si l'amplitude dépasse un certain seuil, la surface s'incline d'un angle voisin de l'angle d'avalanche, cet équilibre est convectif.
- Considérons une distribution de masse supposée isolée dans l'espace et en équilibre gravitationnel. Au repos, la distribution est de symétrie sphérique. Si elle est mise en rotation lente autour d'un axe fixe, elle ne possède plus qu'une symétrie de révolution, elle s'aplatit mais son équateur est circulaire : c'est un ellipsoïde de McLaurin, illustré par le cas de la Terre. En 1834, Jacobi découvrit que, si le moment cinétique dépasse un certain seuil, la symétrie de révolution disparaît : l'équateur devient elliptique. En 1885, Poincaré montra même qu'au-delà d'un deuxième seuil, la masse fluide perd son centre de symétrie, l'équateur se déformant en forme de «poire de Poincaré». Il pensa expliquer ainsi la formation des étoiles doubles et l'éjection de la Lune par la Terre, proposée par George Darwin (le fils du célèbre naturaliste avait montré que la Lune s'éloigne lentement de la Terre) : l'hypothèse fut rejetée par Moulton en 1909, car elle était incompatible avec le moment cinétique du système Terre-Lune.
- Dans le problème posé par le mathématicien suisse Steiner (1837), on considère n villes situées aux sommets d'un polygone régulier, et on cherche à les relier par des tronçons rectilignes de routes suivant un graphe connexe : le graphe de longueur minimale n'a pas la symétrie d'ordre n dès que $n > 3$. A la fin du XIX^e siècle, le physicien belge Plateau (1801-1883) étudia le problème analogue des lames liquides s'appuyant sur des squelettes métalliques : il constata que, dans sa configuration stable, d'aire minimale, la lame peut être formée de plusieurs polygones se coupant sous des angles de 120° et posséder une symétrie inférieure à celle du squelette (figure 3).

- En 1883, Reynolds mit en évidence l'apparition de la turbulence dans les tuyaux infiniment longs de section circulaire.
- Vers 1900, Rayleigh étudia la stabilité d'une goutte liquide électrisée : si la charge de la goutte est faible, la goutte est sphérique ; si elle dépasse un certain seuil, la goutte devient ellipsoïdale sous l'effet des répulsions électrostatiques et finit par exploser.

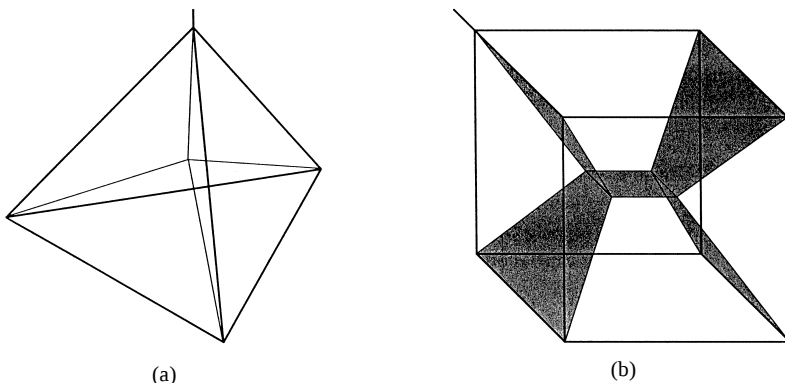


Figure 3 : Lames liquides s'appuyant sur un squelette métallique : si le squelette est tétraédrique, la lame a la même symétrie (a) ; s'il est cubique, la lame n'a qu'une symétrie d'ordre 4 (b).

- Vers 1905, l'astrophysicien Jeans montra que, contrairement à ce que pensaient les astronomes du XVIII^e siècle, un gaz homogène d'étoiles pouvait se contracter spontanément, l'invariance par translation disparaissant dans cette instabilité gravitationnelle.

2.2. Un phénomène général

Après Curie, on constata que le phénomène de brisure de symétrie est très général, et on comprit que c'est l'ensemble des effets équivalents, ou des solutions équivalentes, et non chacun ou chacune d'entre eux, qui satisfait le principe énoncé par Curie. Mais ce principe généralisé ne permet aucune prédiction.

L'hydrodynamique offre de nombreux exemples d'instabilités et de structures dissipatives, étudiées vers 1900, qui brisent la symétrie : instabilité gravitationnelle de Rayleigh-Taylor, instabilité capillaire de Rayleigh-Plateau, instabilité de Kelvin-Helmholtz, instabilités thermiques de Bénard-Marengoni (découverte par l'anglais James Thomson en 1882) et de Rayleigh-Bénard, instabilité de Couette-Taylor (prévue par Stokes en 1848 et observée en 1922), formation des allées de tourbillons de Bénard-von Karman dans un fluide contournant un obstacle cylindrique (découvertes par Strouhal en 1878).

En 1937, Landau montra que les transitions de phases du second ordre, dans les cristaux en particulier mais aussi dans les supraconducteurs et suprafluides, sont en réalité des brisures de symétrie, et il introduisit la notion de paramètre d'ordre. Les structures chimiques dissipatives sont elles aussi des brisures spontanées de symétrie : la première structure périodique oscillante a été découverte en 1958 par Belousov et Zhabotinsky, mais on connaît depuis 1896 l'exemple des structures de Liesegang, stratifications qui se forment dans les gels lors de réactions chimiques ou de cristallisations.

3. DE NOUVEAUX OUTILS

Longtemps confinée au domaine des mathématiques, la théorie des groupes déboucha lentement en physique. Sa première application, l'énumération des groupes cristallographiques, resta isolée : il fallut attendre la naissance de la mécanique quantique pour que les physiciens s'intéressent vraiment à la théorie des groupes et que la symétrie devienne pour eux un concept fondamental.

3.1. La théorie des représentations matricielles des groupes

On dit qu'un ensemble G' de matrices $\Gamma(\alpha)$, carrées $n \times n$ et inversibles, associées aux éléments α d'un groupe G constitue une représentation matricielle de dimension n de G si on a : $\Gamma(\alpha\beta) = \Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)$. Si toutes les matrices $\Gamma(\alpha)$ sont distinctes, G et G' sont isomorphes et on dit que la représentation est *fidèle* : seule l'opération identité est représentée par la matrice unité. La «moins fidèle» des représentations d'un groupe est la «représentation identité», dans laquelle chaque élément est représenté par le nombre 1.

Si, éventuellement après un changement de base dans l'espace de la représentation, toutes les matrices $\Gamma(\alpha)$ ont la forme réduite :

$$\Gamma(\alpha) = \begin{pmatrix} \Gamma_p(\alpha) & 0 \\ 0 & \Gamma_q(\alpha) \end{pmatrix}$$

les blocs diagonaux étant des matrices de dimensions respectives p et q ($p + q = n$), on dit que la représentation est *réductible*. Dans le cas contraire, elle est dite *irréductible* : aucun sous-espace de l'espace vectoriel de la représentation n'est globalement invariant.

La théorie des représentations irréductibles des groupes fut inventée par Frobenius (1849-1917) à la fin du XIX^e siècle, et développée par Schur, Burnside (1852-1927), Miller, Brauer, Ito, Mackey (vers 1950).

3.2. Utilisation de la théorie des représentations

La théorie des représentations irréductibles des groupes est aujourd'hui couramment utilisée par les physiciens : elle généralise le principe de symétrie, qui correspond à la seule considération de la représentation identité, et enrichit son caractère prédictif au cas des symétries brisées. Ses applications en physique classique ont été introduites par Wigner (1902-1995) dans l'étude des modes normaux de vibration des molécules (1930). Le problème avait été traité par le néerlandais Brester, en 1923, par des méthodes élémentaires, la méthode de Wigner est systématique et beaucoup plus rapide : chaque mode normal est associé à une représentation irréductible du groupe de symétrie de la molécule. Peu après, Landau utilisa la théorie des représentations pour décrire les transitions de phases du second ordre et classer les surstructures pouvant apparaître dans une structure cristalline donnée : son travail a été complété ensuite par Lifschitz.

Mais c'est surtout dans le domaine de la physique quantique, où les conditions initiales d'un mouvement ne jouent pas de rôle, que la théorie des représentations a démontré sa puissance : initiée par Heisenberg en 1925, elle a été utilisée dès la fin des années 20 par Weyl, Wigner, von Neumann, Van der Waerden, Bethe, qui ont déterminé les représentations du groupe des rotations (1927). L'outil fondamental est le théorème de Wigner, qui associe une représentation irréductible du groupe de symétrie d'un système à chaque niveau d'énergie de ce système.

Les représentations des groupes ponctuels simples et doubles ont été déterminées en 1929 par Bethe, celles des groupes d'espace par Seitz puis Bouckaert, Schmoluchowski et Wigner (1936), Herring (1942), Elliott (1954).

3.3. Symétries continues et lois de conservation

Les lois générales de conservation de la mécanique - conservation de la quantité de mouvement, du moment cinétique, de l'énergie - ont été démontrées, après les tentatives préliminaires de Galilée, Gassendi, Descartes et Huygens, par Newton et ses successeurs immédiats : d'Arcy, Bernoulli, Euler (Léonard de Vinci avait déjà reconnu l'impossibilité du mouvement perpétuel, et Kepler avait constaté la conservation du moment cinétique dans le mouvement des planètes).

La désintégration β des noyaux, étudiée par Rutherford en 1914, semblait incompatible avec les lois de conservation. Afin de «sauver» ces lois, Pauli introduisit le neutrino en 1931 : cette particule a été observée seulement en 1956, par Cowan et Reines.

Curieusement, l'interprétation des lois de conservation en termes de symétrie (homogénéité de l'espace et du temps) n'a été donnée que tardivement, par Jacobi

(1842), Schütz (1897) et Hamel (1904) en mécanique classique et par Hergoltz (1911) en mécanique relativiste.

Puis la mathématicienne allemande Emmy Noether (1882-1935) montra, en 1918, que toute invariance dans un groupe continu de transformations, spatio-temporelles ou non, à n paramètres a pour conséquence l'existence de n lois de conservation. Comme le principe de Curie et le théorème de Wigner, le théorème de Noether permet d'exploiter la connaissance de la symétrie d'un système, mais seules les symétries continues jouent un rôle. Noether montra que, réciproquement, une loi de conservation n'est jamais accidentelle mais dérive de l'existence d'une symétrie continue. L'importance de sa contribution n'a été reconnue que vers 1960.

4. SYMÉTRIE DES LOIS ET DES INTERACTIONS

Utilisée de longue date pour décrire la nature, la notion de symétrie a été étendue dans des directions variées au cours du XX^e siècle, et elle est devenue un outil particulièrement fécond de la physique théorique. On a découvert en effet que de nombreux systèmes et phénomènes présentent des symétries dans des espaces plus abstraits que l'espace ordinaire : l'exploitation de ces invariances fournit des informations sur les lois physiques.

4.1. Symétries cinématiques des lois

Il s'agit des symétries d'espace-temps. On a tout d'abord découvert l'invariance des phénomènes physiques par translation dans le temps ou l'espace, puis leur invariance dans les groupes de Galilée et de Lorentz relatifs aux changements de repère.

Dès la publication en 1865 des équations de Maxwell qui décrivent la dynamique du champ électromagnétique, on s'aperçut que ces équations, contrairement aux lois de Newton, ne sont pas covariantes dans un changement de repère galiléen ($x' = x - vt$; $y' = y$; $z' = z$; $t' = t$), autrement dit qu'elles n'ont pas la même forme pour les observateurs O et O' : au premier ordre en v/c , elles diffèrent de termes proportionnels à v , d'où la possibilité de mettre en évidence, par une expérience d'électromagnétisme, un mouvement par rapport à l'éther. L'expérience de Michelson et Morley (1881) échoua : les équations de Maxwell sont donc incompatibles avec la mécanique classique. Lorentz découvrit vers 1898 la transformation, qui porte son nom, dans laquelle les équations de Maxwell sont covariantes et qui sera interprétée et appliquée à la mécanique par Einstein en 1905 : le groupe de Lorentz est la symétrie interne de l'électromagnétisme.

La relativité générale d'Einstein (1915) exprime l'invariance des phénomènes par rapport à tout mouvement de l'observateur.

4.2. Symétries dynamiques

Dans divers problèmes de mécanique, on met en évidence des invariants «dynamiques» qui ne peuvent être associés à aucune symétrie spatio-temporelle continue et sont donc liés aux propriétés analytiques particulières des interactions responsables du mouvement.

Le premier exemple de symétrie dynamique a été découvert en 1710 par Jacob Herman (1668-1733). Herman démontra, avec l'aide de Jean Bernoulli, que le mouvement d'une masse dans un potentiel keplérien est caractérisé par deux invariants : le moment cinétique, qui fixe le plan du mouvement, et un deuxième vecteur - appelé aujourd'hui vecteur de Laplace-Runge-Lenz - qui fixe l'orientation du grand axe de l'orbite elliptique dans son plan, et dont le module est proportionnel à l'excentricité de l'orbite.

Laplace exploita l'existence de ce vecteur, qui fut redécouvert par Hamilton en 1845, décrit par Runge vers 1900 dans un ouvrage pédagogique, enfin utilisé par Lenz et Pauli en 1925 pour trouver les propriétés quantiques de l'atome d'hydrogène, caractérisées par une dégénérescence spécifique des niveaux d'énergie dite dégénérescence coulombienne. En 1873, Bertrand montra que l'orbite d'une particule placée dans un potentiel central ne se referme pas sur elle-même sauf si le potentiel est keplérien ou harmonique : dans le premier cas, il existe une direction privilégiée unique dans le plan de l'orbite, qui est précisément celle du vecteur de Laplace ; dans le second cas, il en existe deux, qui sont perpendiculaires, ce sont les directions propres du tenseur invariant de Laplace. D'après le théorème de Noether, une symétrie dynamique est associée au vecteur de Laplace : c'est celle du groupe SO_4 (à six paramètres) des rotations de l'espace à quatre dimensions, obtenue en 1935 par Fock et Bargmann. La symétrie dynamique de l'oscillateur harmonique isotrope à trois dimensions a été découverte en 1940 par Jauch et Hill : c'est celle du groupe SU_3 (à huit paramètres) des matrices unitaires 3×3 de déterminant + 1.

4.3. Symétries des interactions fortes

La physique des particules élémentaires offre d'autres exemples de symétries dynamiques : il s'agit ici d'invariances dans des transformations des degrés de liberté internes des particules. Ces symétries ne sont qu'approchées, leurs prédictions ne sont donc qu'imparfaitement vérifiées mais elles sont irremplaçables car les interactions entre particules sont mal connues.

Le formalisme du spin isotopique ou isospin, introduit par Heisenberg en 1932, exprime la grande ressemblance entre le proton et le neutron (mis à part leur charge et leur moment magnétique) et la possibilité de les considérer comme deux états d'une même particule, le nucléon. L'échange du proton et du neutron peut se représenter par une rotation de 90° dans un espace abstrait bidimensionnel décrivant les propriétés internes du nucléon.

L'indépendance des interactions nucléaires fortes par rapport à la charge électrique, explicitée par Breit et Feenberg en 1936 et confirmée par l'étude des noyaux miroirs, a donc amené à envisager une première symétrie interne, celle du groupe de Lie SU_2 . Cette symétrie est en fait légèrement brisée par l'interaction électromagnétique puisque des particules de charges différentes ont des masses un peu différentes. D'autres particules se groupent en multiplets, par exemple les trois pions π^+ , π^0 et π^- imaginés par Yukawa en 1935 : le nombre des particules d'un multiplet est égal à la dimension d'une représentation irréductible du groupe de symétrie interne, chaque multiplet est caractérisé par son étrangeté (Gell-Mann, et Nishijama et Nakano, 1953).

On a constaté par la suite l'existence de familles de particules élémentaires de même spin et parité et de masses voisines, regroupant plusieurs multiplets de SU_2 et correspondant à l'indépendance des interactions fortes par rapport à l'étrangeté : chaque famille, par exemple l'octet des baryons de spin $1/2$, est un supermultiplet de la symétrie interne SU_3 , comme l'ont imaginé indépendamment Gell-Mann et Ne'eman en 1961.

Cette théorie a conduit, en 1962, à une classification des particules élémentaires, à la prédiction de la masse et des nombres quantiques de la particule Ω^- (découverte en 1964 à Brookhaven) qui complète le décuplet des baryons de spin $3/2$ et de parité $+$, et à l'hypothèse de l'existence des quarks (Gell-Mann et Zweig, 1964), confirmée expérimentalement en 1969 par une expérience analogue à celle de Rutherford. Un siècle plus tôt, le tableau de Mendeleïev avait suggéré de manière analogue l'existence et les propriétés d'éléments inconnus. La démarche s'est poursuivie avec l'introduction de la symétrie SU_6 en 1964 par Gursev et Radicati qui ont postulé l'indépendance des interactions fortes par rapport au spin.

4.4. Symétries de jauge

Ces symétries caractérisent les quatre interactions fondamentales : électromagnétique, hadronique, faible et gravitationnelle.

La première symétrie de jauge qui a été découverte est celle des équations de Maxwell. On sait que les champs électrique et magnétique sont déterminés de manière

univoque par les potentiels scalaire ϕ et vecteur $\vec{A}$, mais que la réciproque n'est pas vraie : si Λ est une fonction scalaire de la position et du temps et si on remplace ϕ par $\phi' = \phi - \frac{\partial \Lambda}{\partial t}$ et $\vec{A}$ par $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla} \Lambda$, on obtient les mêmes champs. La fonction Λ dépendant continûment de la position, on parle d'invariance de jauge locale. A cette invariance continue, le théorème de Noether associe la conservation de la charge électrique, admise depuis Franklin et Faraday.

En supposant, réciproquement, que l'espace physique est invariant dans un changement de jauge local, on peut en déduire l'existence de champs électromagnétiques satisfaisant les équations de Maxwell. Les trois autres interactions fondamentales procèdent elles aussi d'une invariance de jauge, à laquelle est associée la conservation d'une «charge». Ce renversement de perspective est caractéristique de la physique moderne : alors que, traditionnellement, on découvrait des lois traduites ensuite par des équations (différentielles, aux équations partielles) puis les lois de symétrie satisfaites par ces équations, on commence aujourd'hui par postuler des lois de symétrie dont on déduit des équations et des prédictions, dont on cherche ensuite des vérifications expérimentales. Cette démarche a été inaugurée par Einstein (relativité générale en 1915), et poursuivie par Dirac qui a interprété la notion de spin et prévu l'existence des antiparticules.

Les théories de jauge ont été introduites par Weyl vers 1920, les «jauge non abéliennes» en 1954 par Yang et Mills : cette innovation a débouché d'une part sur l'unification récente des interactions électromagnétique et faible par Glashow et par Weinberg et Salam (1968) et sur la découverte des courants faibles (1973) et des bosons intermédiaires (1983), d'autre part sur la construction de la chromodynamique quantique qui décrit les interactions fortes.

4.5. Symétrie et transitions de phases

L'étude des transitions de phases a progressé quand on a compris qu'au point critique, un système devient auto-similaire car la longueur de corrélation qui le caractérise est infinie. Cette observation fondamentale est à la base de la méthode du groupe de renormalisation développée par Wilson (1970) pour décrire les phénomènes critiques dans les fluides, les polymères (de Gennes) ou les systèmes magnétiques.

Au point critique, le caractère éventuellement discontinu et anisotrope du système est gommé : le système est donc invariant par translation, rotation et dilatation. Comme l'a montré Polyakov (1970), cela implique l'invariance dans des transformations conformes, c'est-à-dire conservant les angles. Dans le cas des systèmes bidimensionnels, la considération de l'invariance conforme apporte des informations supplémentaires.

4.6. Les symétries discrètes

On a longtemps admis implicitement que la droite et la gauche, qui se correspondent dans la symétrie du miroir, jouaient des rôles équivalents dans la nature. Selon ce principe de parité, énoncé par Leibniz, si un système existe dans la nature, le système symétrique peut lui aussi exister. Les interactions électromagnétiques, responsables de la structure des atomes, des molécules et des solides, sont invariantes par l'opération de parité P : l'image de l'expérience d'Oersted dans un miroir est réalisable physiquement. On l'a signalé, Haüy vérifia que l'on trouve à peu près autant de cristaux droits que gauches dans un gisement de quartz. Pasteur obtenait autant de paratartrates droits que gauches à partir d'une solution racémique (le fait que deux tartrates de chiralités opposées aient des activités optiques opposées est une conséquence du principe de parité). En 1897, Knipping et Pope trouvèrent le même nombre de cristaux droits et gauches dans un conglomerat de NaClO_3 . En 1924, Laporte observa des règles de sélection dans le spectre d'émission du fer : ces règles furent interprétées par Wigner comme conséquence du même principe.

Pasteur fut sans doute le premier à s'interroger sur le principe de parité. Il observa que tous les composés dont les solutions étaient optiquement actives étaient d'origine végétale (comme les tartrates) ou animale, et en déduisit que l'asymétrie est une marque de la vie (si une molécule organique est observée dans la matière vivante, la molécule énantiomorphe peut être fabriquée en laboratoire, mais on obtient un mélange racémique). En 1857, il fit se développer des moisissures dans une solution optiquement inactive, et constata qu'elles agissaient préférentiellement sur un des deux types de molécules en solution : la solution devenait active. Des résultats analogues ont été obtenus ensuite par Le Bel vers 1880 et Fischer en 1894.

Pasteur suggéra aussi la possibilité de réaliser des synthèses chimiques asymétriques (énantiosélectives) en plaçant des réactifs non chiraux dans un environnement chiral : champ magnétique, fluide tournant, lumière polarisée, substances chimiques chirales. Ces idées seront reprises par Curie mais n'aboutiront que tardivement (le dichroïsme circulaire, ou absorption de la lumière variable avec la chiralité, sera découvert en 1895 par Cotton et exploité en 1929 par Kuhn).

En 1956, les américains Lee et Yang, confrontés à une énigme relative à la désintégration des kaons, furent amenés à mettre en doute la validité générale du principe de parité. Leur hypothèse fut confirmée en 1957 par les résultats de l'expérience de Mme Wu, réalisée à leur suggestion : placés dans un champ magnétique, des atomes radioactifs de cobalt 60 émettent des électrons de manière dissymétrique par rapport au plan perpendiculaire au champ. Il fallut admettre que les interactions faibles, responsables des désintégrations β , ne sont pas invariantes par parité. En 1958, une

découverte de Goldhaber explicita la non-conservation de la parité : tous les neutrinos présents dans la nature ont une hélicité négative, tous les antineutrinos ont une hélicité positive. La chiralité des interactions faibles entre noyau atomique et électrons a pour conséquence une légère activité optique des atomes lourds, mise en évidence en 1978. Il a été suggéré récemment (Masson, 1983) que cette chiralité pourrait être à l'origine de celle des molécules biologiques, deux énantiomères chimiques n'ayant pas exactement la même énergie et les mêmes vitesses de réaction.

En 1928, Dirac introduisit une nouvelle opération de symétrie, la conjugaison de charge C , qui transforme une particule élémentaire en l'antiparticule correspondante. Il pensait alors que toutes les lois de la nature étaient invariantes dans cette opération. Mais la découverte de Goldhaber contredit cette hypothèse, car C conserve les propriétés cinématiques. Dès 1957, Okun et Landau avaient suggéré que seule la symétrie produit CP est respectée par les interactions faibles. Mais, comme l'a démontré en 1964 l'expérience de Christensen, Cronin, Fitch et Turlay, la symétrie CP est légèrement violée lors de la désintégration des kaons neutres (la désintégration en deux pions est observée deux fois sur mille). Or Schwinger (1951) puis Lüders et Pauli (1954) avaient montré que les lois de la physique sont invariantes dans l'opération CPT , où T désigne le renversement du temps. La violation de CP impliquait donc une asymétrie du temps : l'existence d'un moment dipolaire du neutron, compatible avec cette asymétrie, a été recherchée sans succès.

La non-conservation de CP pourrait être à l'origine du très léger déséquilibre matière-antimatière qui aurait caractérisé l'univers dans son état initial, et par suite de la prédominance de la matière sur l'antimatière dans l'univers actuel.

5. CONCLUSION

Le concept de symétrie a permis dans un premier temps de décrire les systèmes physiques, puis de les classer. L'énumération des groupes cristallographiques a permis de classer les formes cristallines en trente-deux classes, puis les cristaux eux-mêmes selon leurs deux cent trente groupes d'espace possibles, enfin les cristaux liquides. Les cristaux de même symétrie ont en commun de nombreuses propriétés : propriétés des diagrammes de diffraction des rayonnements (rayons X , électrons, neutrons), propriétés des spectres d'excitations élémentaires (phonons, ...).

La symétrie a ensuite permis de prédire certaines propriétés des systèmes symétriques, grâce au principe de Curie, au théorème de Wigner et au théorème de Noether.

Enfin on s'est intéressé non plus à la symétrie de tel ou tel système particulier, mais de manière très générale à la symétrie des lois et des interactions. On s'intéresse alors à des symétries présentes dans des espaces plus abstraits que l'espace ordinaire. Cette approche moderne a abouti en particulier à la classification des particules élémentaires dans le cadre de l'actuel «modèle standard».

Une remarque finale sur le rôle des mathématiques. Dans de nombreuses situations, les physiciens ont dû forger des outils mathématiques nouveaux pour expliquer les phénomènes qu'ils observaient : Newton a inventé le calcul différentiel pour expliquer les mouvements ; on a de même inventé les tenseurs pour décrire les propriétés anisotropes des cristaux. Dans le domaine de la symétrie au contraire, les outils mathématiques (théorie des polyèdres et des pavages, théorie des groupes, théorie des représentations irréductibles) ont très souvent précédé leur utilisation pour décrire la nature. Le cas le plus typique est sans doute celui des groupes d'espace des cristaux, dont l'énumération n'a été possible qu'après le développement de la théorie des groupes, et que les «diffracteurs de rayons X» ont utilisé pour interpréter leurs diagrammes.

BIBLIOGRAPHIE

- E. BAUER : *«Introduction à la théorie des groupes et à ses applications en physique quantique»*, éditions Jacques Gabay, Paris (1991).
- COLLECTIF : *«La symétrie aujourd'hui»*, Collection «Points», série Sciences n° 59, Seuil, Paris (1989).
- COLLECTIF : *«Symmetries in Physics (1600-1980)»*, Proceedings of the first international meeting on the history of scientific ideas held in 1983, Université autonome de Barcelone (1987).
- P. CURIE : *«Œuvres»*, Gauthier-Villars, Paris (1908). Réimpression : Archives Contemporaines (1984).
- J. DIEUDONNE : *«Abrégé d'histoire des mathématiques»*, Hermann, Paris (1987). Voir aussi «La genèse de la théorie des groupes», La Recherche n° 103 (septembre 1979).
- E. FLINT : *«Principes de cristallographie»*, Mir, Moscou (1981).
- R. GAY : *«Cours de cristallographie»*, Gauthier-Villars, Paris (1959).
- J.-P. GLUSKER éditeur : *«Structural crystallography in chemistry and biology»*, Hutchinson Ross Publishing Company, Stroudsburg, Pennsylvania (1981).
- A. HOLDEN : *«Shapes, space and symmetry»*, Columbia University Press, New York (1971). Traduction française : *«Formes, espace et symétrie»*, Les Distracts, éditions Cedic.

- M. von LAUE : «*Historical introduction*», in *International Tables for X-ray crystallography* volume I, Kynoch Press, Birmingham (1965).
- D. P. MELLOR : «*The evolution of the atomic theory*», Elsevier, Amsterdam (1971).
- J. NICOLLE : «*La symétrie*», Collection Que Sais-je, Presses Universitaires de France (1965).
- F. C. PHILLIPS : «*An introduction to crystallography*», Longman, New York (1978).
- M. SENECHAL : «*Crystalline symmetries*», Adam Hilger, Bristol (1990).
- A. V. SHUBNIKOV et V. A. KOPTSIK : «*Symmetry in science and art*», Plenum Press, New York (1974).
- J. SIVARDIÈRE : «*La symétrie en mathématiques, physique et chimie*», Grenoble Sciences, Presses Universitaires de Grenoble (1995).
- H. WEYL : «*Symmetry*», Princeton University Press, Princeton (1952). Traduction française : «*Symétrie et mathématique moderne*», Flammarion, Paris (1964).

On trouvera dans la revue Sciences (avril 1995), publiée par l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, des articles très utiles de A. COLLET, L. BONPUNT, A. GUINIER et G. LOCHAK sur la «Symétrie dans les phénomènes physiques».